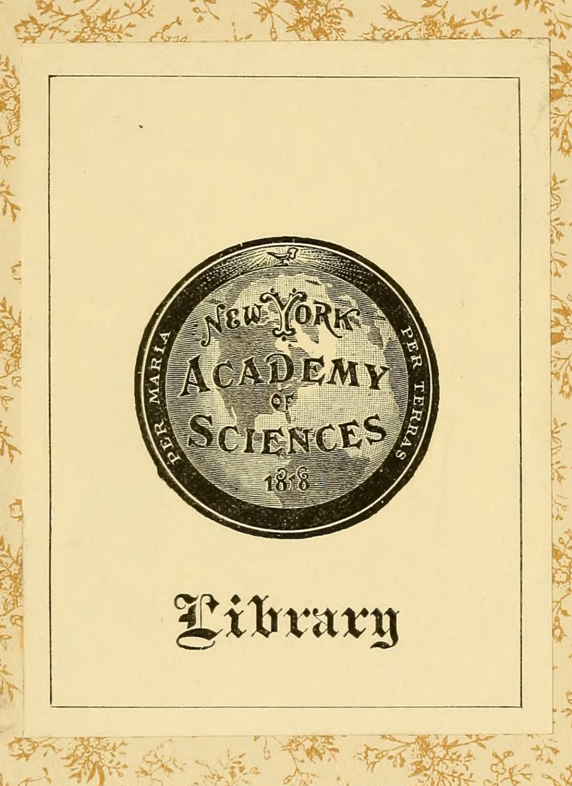
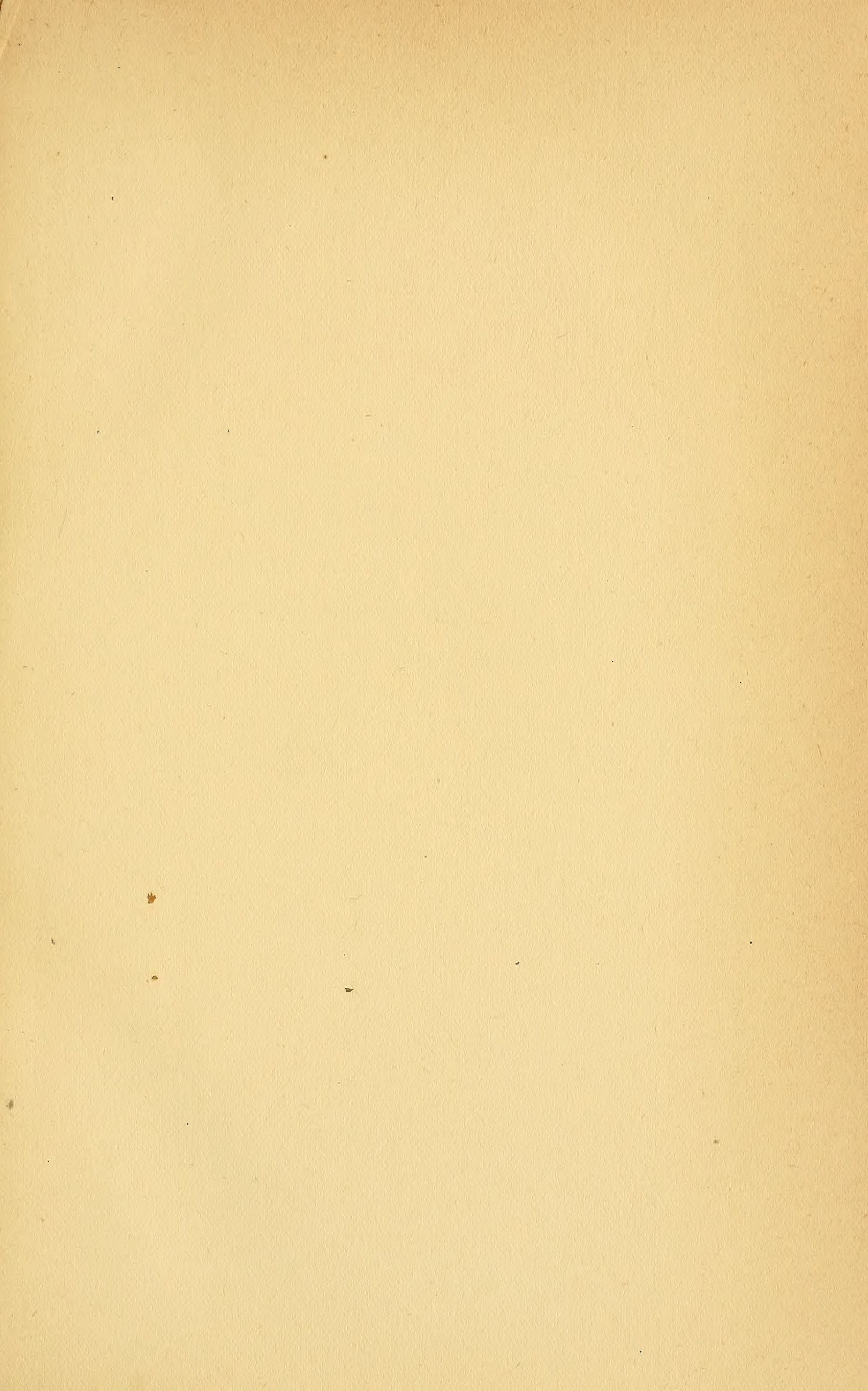
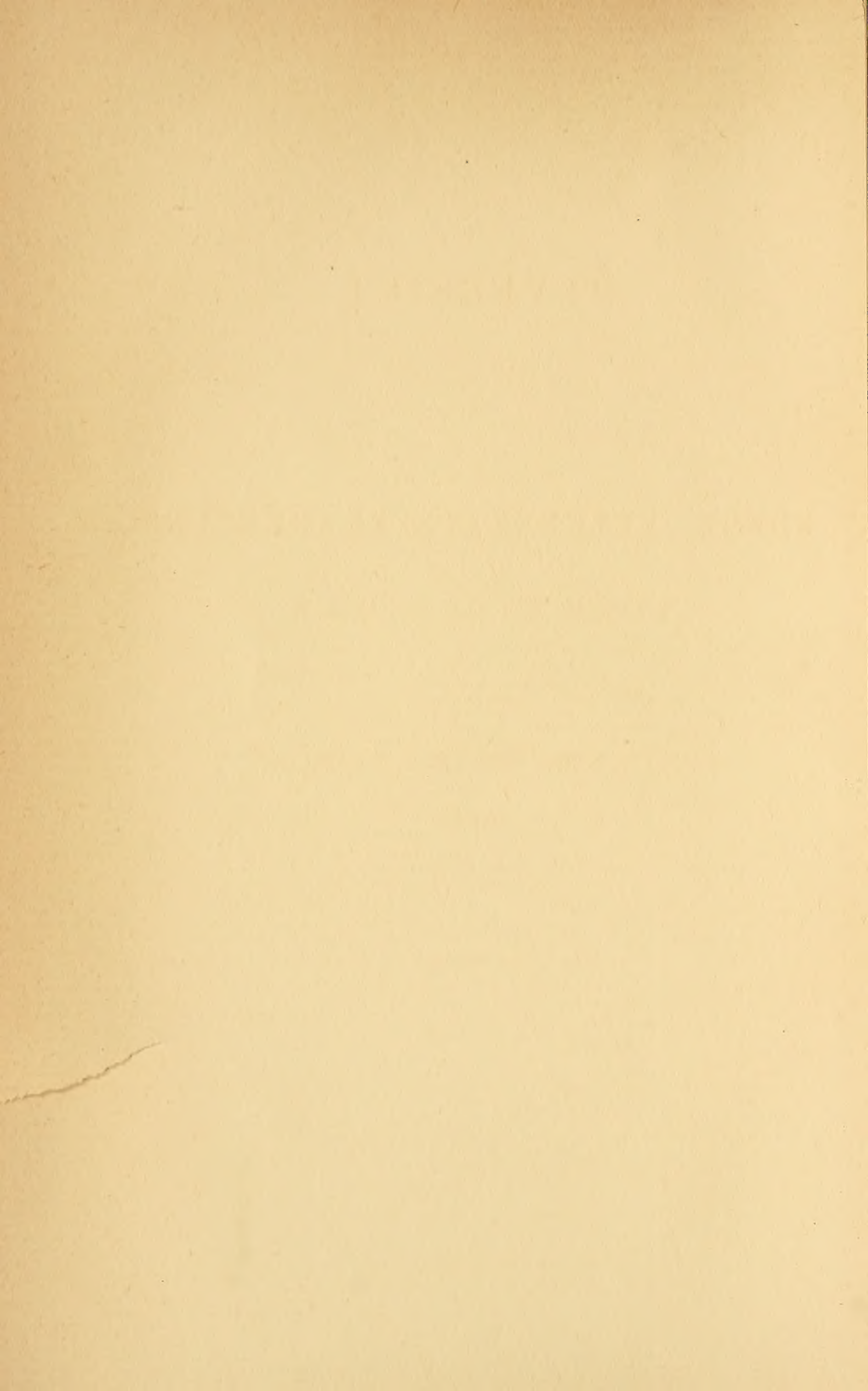



NEW YORK
ACADEMY
OF
SCIENCES
1818
PER MARIA
PER TERRAS
Library









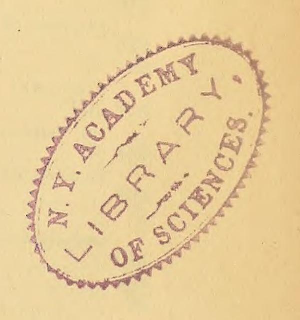
ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

FEMTIONDEFÖRSTA ÅRGÅNGEN.

1894.



STOCKHOLM, 1894, 1895.
KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

INNEHÅLL.

Utförliga uppsatser äro betecknade med en asterisk.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 1.

Onsdagen den 10 Januari.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot f. d. Professorn vid universitetet i Louvain PIERRE JOSEPH VAN BENEDEN med döden afgått.

Berättelser om vetenskapliga resor inom landet, hvilka blifvit med understöd af Akademien under året utförda, hade blifvit afgifna af Docenterne CARL AURIVILLIUS och S. MURBECK, Kandidaterne O. CARLGREN och H. WALLENGREN samt studeranden G. ANDERSSON.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar en uppsats af Öfveringeniören S. A. ANDRÉE med titel: »Iakttagelser under en ballonfärd den 9 Augusti 1893».

Hr WITTROCK meddelade en öfversigt af botanikens historiska utveckling från ARISTOTELES till tiden för vetenskapens reformation genom LINNÉ samt förevisade porträtter af framstående botanister från ifrågavarande tiderymd. Hr WITTROCK

förelade derjemte de senast utkomna fasçiklarne 22—25 af exsiccatverket: »Algæ aquæ dulcis exsiccatæ quas distribuerunt V. B. WITTROCK et O. NORDSTEDT».

Hr LINDSTRÖM redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelse af studeranden G. ANDERSSON.

Hr THEEL redogjorde för innehållen af ofvannämnda reseberättelser af Docenten AURIVILLIUS samt Kandidaterne CARLGREN och WALLENGREN.

Friherre NORDENSKIÖLD öfverlemnade till Akademiens brefsamlingar afskrifter af BERZELII bref till Statsrådet N. NORDENSKIÖLD.

Hr KLASON meddelade en uppsats af Ingeniören D. KEMPE: »Om arseniksyrlighets inverkan på klorat och nitrat i klorvätesur lösning, samt härpå grundade kvantitativa bestämningsmetoder».*

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om psykrometerformeln, särskildt vid låga lufttryck», af Amanuensen N. EKHOLM*; 2:o) »Ueber die andienen Alchemilla-arten», af Professor G. LAGERHEIM*; 3:o) »Zur Kentniss der Minyaden», af Kandidaten O. CARLGREN*.

Genom anställdt val kallades Föreståndaren och Professorn vid Technical College, Finsbury, i London SILVANUS P. THOMPSON till utländsk ledamot af Akademien.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Sabbatsbergs sjukhus.*
Årsberättelse. 14(1892). 8:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. 1893: N:o 12. 8:o.
— *Svenska turistföreningen.*
Guider. N:o 7—8. 1893. 16:o.

(Forts. å sid. 33.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 1.
Stockholm.

Om psykrometerformeln, särskildt vid låga lufttryck.

Af NILS EKHOLM.

[Meddeladt den 10 Januari 1894 genom D. G. LINDHAGEN.]

I tvenne föregående afhandlingar [1]) har jag, med anslutning till MAXWELL's, [2]) STEFAN's [3]) och FERREL's [4]) undersökningar öfver psykrometerns teori, utvecklat en teoretisk psykrometerformel, hufvudsakligen för att förklara detta instruments egendomliga afvikelser vid köldgrader.

De derstädes af mig härledda formlerna skilja sig från de af nyssnämde forskare uppställda dels deruti, att jag fästat afseende på skilnaden mellan isånga och vattenånga vid köldgrader, dels deruti att jag strängt genomfört räkningen för att få noggranna formler, å hvilka de nödiga förenklingarna kunna anbringas efteråt vid tillämpningen.

En särskild omständighet har föranledt mig att nu söka tillämpa dessa allmänna formler å den ASSMANN'ska aspirationspsykrometern. [5])

För denna psykrometer har A. SPRUNG gifvit följande formel [5])

$$x = f' - \tfrac{1}{2}\frac{H}{755}(t - t'), \qquad (1)$$

[1]) Undersökningar i hygrometri. Akad. Afhandl., Upsala 1888, p. 58; Observ. faites au Cap Thordsen, Spitzberg etc. Tome I: 3 Stockholm 1890, p. 50.

[2]) Encyclopædia Britannica, Vol. 7. Edinburgh 1877, p. 220.

[3]) Zeitschr. d. Oesterr. Ges. f. Met. Bd. 16, Wien 1881, p. 177.

[4]) Annual Report of the Chief Signal Officer 1885. Part 2. Washington 1885, p. 385.

[5]) Met. Zeitschr. 1891, p. 15 och Abhandlungen des Königl. Preuss. Met. Instituts, Bd I. N:o 5, Berlin 1892, p. 115—268.

hvilken säges gifva värden mycket nära öfverensstämmande med resultaten af fuktighetsbestämningar medelst den kemiska metoden och kondensationshygrometern. Den är enligt meddelande i bref från Professor SPRUNG beräknad ur jemförelser vid temperaturer öfver noll och vid vanligt lufttryck.

Nu ha emellertid både Dr R. SÜRING [1]) i Potsdam och Öfveringeniör S. A. ANDRÉE [2]) i Stockholm meddelat mig flera vid ballongfärder gjorda iakttagelser, då våta termometern sjönk så djupt under den torra, att formel (1) ger negativa x-värden, detta vid omkring 500 mm. lufttryck och i köld.

Förhållandet är så mycket mera oväntadt, som ASSMANN's psykrometer är ett teoretiskt enkelt och fulländadt instrument, för hvilket den teoretiska formeln synes böra kunna förenklas till formen (1), och detta ej blott enligt den gamla AUGUST'ska, utan äfven enligt den nya MAXWELL-STEFAN'ska teorien. Det synes derför nödigt att underkasta denna teori en ytterligare granskning, såväl af teoretisk som experimentell art. Följande diskussion är ämnad att lemna ett litet bidrag till frågans lösning.

De af mig (ofvan anf. ställe) härledda allmänna formlerna kunna skrifvas sålunda:

För våta termometern betäckt af flytande vatten

$$x = H - (H - f')e^{\frac{K(t-t') + \delta cq(\tau - t')}{\sigma rk}} \quad \ldots\ldots (2)$$

och för våta termometern isbetäckt

$$x = H - (H - F')e^{\frac{K(t-t') + \delta cq(\tau - t')}{\sigma Rk}} \quad \ldots\ldots (3)$$

Här betyda

t luftens eller torra termometerns . . . . temperatur;
t' våta termometerns . . . . »
τ det mot våta termometern strålande omhöljets »
K luftens värmeledningskoefficient;
k diffusionskoefficienten för vattenånga i luft;

[1]) I bref af den 29 juli 1893.
[2]) Muntligen i december 1893.

r flytande vattnets afdunstningsvärme;

R isens. . . . . . »

σ vattenångans täthet i gram på cm³ antagen reducerad enligt MARIOTTE-GAY-LUSSAC'ska lagen till 0° temperatur och 760 mm tryck;

f' vattenångans maximispänstighet vid t'°;

F' isångans » » »

e de naturliga logaritmernas bas, samt slutligen

$\delta cq(\tau - t')$ värmeinstrålningen till våta termometern, en term, i hvilken δ betyder strålningskoefficienten, c en af termometerkulans form och storlek samt ventilationen beroende faktor, q termometerkulans yta; vid god ventilation och tillräckligt skydd mot strålning blir denna term försvinnande, i det att ökad luftvexling minskar c och ökadt skydd mot strålning minskar $\tau - t'$.

För ASSMANN'ska psykrometern bör c i följd af den starka luftvexlingen vara ganska liten och i följd af strålningsskyddet är $\tau - t' = t - t'$; sätta vi alltså för detta instrument $\delta cq = \varepsilon$, en i jemförelse med K liten qvantitet, och skrifva för korthets skull

$$\frac{(K+\varepsilon)(t-t')}{\sigma rk} = y_v \text{ och } \frac{(K+\varepsilon)(t-t')}{\sigma Rk} = y_i \quad . \; . \; . \; (4)$$

så antaga (2) och (3) följande form:

$$x = H - (H - f')e^{y_v} \text{ (vatten på våta t.)} \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

och

$$x = H - (H - F')e^{y_i} \text{ (is på våta t.)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

För ofvanstående fysikaliska konstanter antager jag följande värden:

För K ett medeltal af WINKELMANN's [1]) och SCHLEIERMACHER's [2]) värden

$$K = 0.0000565 \, (1 + 0.00235 \, t) \text{ gram-kalorier,} \; . \; . \; . \; (7)$$

längdenhet centimeter, tidsenhet sekund.

---

[1]) Wied. Ann. **48**, 1893, p. 180.

[2]) Wied. Ann. **34**, 1888, p. 623.

För k enligt WINKELMANN[1]) vid t° och reduc. till 760 mm. tryck

$$k = 0.198\ (1 + \alpha t)^2 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}, \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

α gasernas utvidgningskoefficient. Enligt WINKELMANN[2]) är k oberoende af lufttrycket H; detsamma synes framgå ur STEFAN's teori.[3]) Emellertid bör anmärkas, att det ej är säkert, att samma diffusionslag gäller för den ytterligt tunna adhererande lufthinnan omkring en väl ventilerad psykrometer, som för den i ett långt smalt rör inneslutna luftpelare, för hvilken STEFAN's teori och hans samt WINKELMANN's försök gälla. Jag återkommer till denna fråga längre ned.

För r antager jag det af mig ur REGNAULT's och DIETERICI's försök beräknade värdet[4])

$$r = 596.7 - 0.57\ t \text{ medel-gramkalorier} \ldots \ldots (9)$$

och för R enligt ARRHENIUS[5])

$$R = 676.4 - 0.095\ t \text{ medel-gramkalorier} \ldots \ldots (10)$$

Vidare är som bekant enligt REGNAULT och andra

$$\sigma = 0.622 \cdot 0.001293 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \ldots \ldots \ldots (11)$$

Slutligen antager jag för f' och F' samt för det mot t svarande f, d. ä. vattenångans maximi-spänstighet vid t°, de af JUHLIN bestämda värdena på vattenångans och isångans maximi-spänstighet.[6])

Införa vi nu i formlerna (4) dessa värden enligt formlerna (7), (8), (9), (10) och (11) så erhålles efter vederbörlig förenkling af temperaturkoefficienterna, om $t_m = \frac{t + t'}{2}$ antages vara medeltemperaturen hos det närmast våta kulan liggande luftlagret,

[1]) Wied. Ann. **22**, 1884, p. 160; Stefan, anf. st. ger $k = 0.18$.
[2]) Wied. Ann. **33**, 1888, p. 445 ff.
[3]) Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. **68**, 2. Abth. Wien 1874, p. 385 ff.
[4]) Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 15. Afd. I, N:o 6, 1889, p. 35.
[5]) Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 18. Afd. I, N:o 8, 1892, p. 48—49.
[6]) Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 17. Afd. I, N:o 1, 1891, p. 67—70.

$$y_v = \frac{K+\varepsilon}{\sigma rk}(t - t') = (0.000594 + \varepsilon')(1 - 0.0040\, t_m)(t - t') \quad (12)$$

och

$$y_i = \frac{K+\varepsilon}{\sigma Rk}(t - t') = (0.000524 + \varepsilon'')(1 - 0.0048\, t_m)(t - t'), \quad (13)$$

hvarest ε' och ε'' beteckna små qvantiteter i jemförelse med de föregående talen.

Om nu exponentialfunktionen i (5) och (6) utvecklas i serie, så fås

$$x = f' - (H - f')(1 + \tfrac{1}{2}y_v + \tfrac{1}{6}y_v^2 + \ldots)y_v \text{ (vatten på våta t.)}$$

och

$$x = F' - (H - F')(1 + \tfrac{1}{2}y_i + \tfrac{1}{6}y_i^2 + \ldots)y_i \text{ (is på våta t.).}$$

Men af formeln (12) synes att till och med om $t - t' = 50°$, hvilket fall möjligen skulle kunna förekomma i en varm och torr öcken, $\frac{1}{2}y_v$ ej uppgår till 0.015; i alla vanliga fall blir denna term — och ännu mera $\frac{1}{2}y_i$ — så liten att den tryggt kan försummas, liksom också alla följande. Vi få alltså enligt (5), (6) och (12), (13)

för vatten på våta termometern

$$x = f' - (0.000594 + \varepsilon')(1 - 0.0040\, t_m)(H - f')(t - t') \quad (14)$$

och för is på våta termometern

$$x = F' - (0.000524 + \varepsilon'')(1 - 0.0048\, t_m)(H - F')(t - t'). \quad (15)$$

Jemföres (14) med SPRUNGS formel (1) skrifven sålunda:

$$x = f' - 0.000662\, H(t - t'),$$

så finner man, om i (14) f' försummas i jemförelse med H,

$$0.000594 + \varepsilon' = 0.000662; \quad \varepsilon' = 0.000068;$$

d. v. s. strålningskorrektionen ε' utgör 0.114 af den föregående sifferkoefficienten. Antages samma förhållande mellan koefficienten 0.000524 och ε'' i formel (15) så fås $\varepsilon'' = 0.000060$.

Genom insättande af dessa värden på ε' och ε'' fås ur (14) och (15), om $\frac{t+t'}{2}$ införes i st. f. t_m,

för vatten på våta termometern:

$$x = f' - 0.000662\,[1 - 0.0020\,(t + t')]\,(H - f')\,(t - t') \qquad (16)$$

och för is på våta termometern:

$$x = F' - 0.000584\,[1 - 0.0024\,(t + t')]\,(H - F')\,(t - t')\,. \qquad (17)$$

Dessa formler (16) och (17) äro de sökta psykrometerformlerna. Vi vilja nu beräkna de af SÜRING och ANDRÉE meddelade iakttagelserna medelst (1) och (17).

SÜRING meddelar exempelvis följande iakttagelse, gjord under en färd i ballongen »Humboldt» i närheten af Berlin den 26 April 1893, 2 p.

Höjd 3580 m, $t = -6.°4$, $t' = -12.°5$, hårhygrometer 28 %.

Han uppger icke lufttrycket. För jordytan tar jag ur dagliga väderleksuppgiften från Hamburg (Wetterbericht der Seewarte) värdena för Chemnitz 2 p: H red. till 0°, normaltyngd och hafsytan 759.8, $t = 19.9$. Härur beräknas för höjden 3580 m $H = 491.5$ mm.

ANDRÉE meddelar följande tre iakttagelser gjorda ofvan molnen vid Östersjökusten öster om Stockholm under hans färd med ballongen »Svea» den 19 Oktober 1893. Alla fyra iakttagelserna äro sammanstälda i följande tabell (F' och f enligt JUHLIN).

Ballong.	H	t	t'	F'	f	x ber. enl. (1).	x ber. enl. (17).	x ber. enl. (15), om $\varepsilon'' = 0$.
	mm.	°	°	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Humboldt	491.5	−6.4	−12.5	1.602	2.885	−0.384	−0.222	−0.034
Svea	563	−7.5	−12.1	1.660	2.656	−0.058	+0.082	+0.243
	561	−7.3	−11.9	1.690	2.697	−0.020	+0.119	+0.280
	530.5	−8.8	−13.1	1.518	2.407	+0.008	+0.119	+0.263

Till och med enligt formeln (15), om ε'' deri sättes $= 0$, ger den första observationen negativ fuktighet. Då nu koefficienten 0.000524 säkerligen är för liten, alldenstund strålningens inverkan på ASSMANN's psykrometer ej är fullständigt upphäfd, så måste vi sluta, att ingen af dessa tre formler kan vara riktig

för ett lufttryck af omkring 500 mm. Men å andra sidan äro, såsom jemförelsen med Sprungs formel (1) visar, formlerna (16) och (17) mycket nära riktiga för vanligt lufttryck (omkring 760 mm). Häraf måste man sluta, att lufttrycket H har en annan inverkan på psykrometerns angifvelse än det enligt Stefans teori skulle ha.

Den diffusionslag, från hvilken Stefan utgår, synes alltså vara oriktig, så snart den tlllämpas på den tunna lufthinnan omkring en starkt ventilerad termometerkula, ehuru den blifvit experimentelt bekräftad för diffusion genom ett tjockare i hvila varande luftlager.

Stefan [1]) utgår från följande hypoteser:

1. Daltons lag gäller för gaser i jemvigt; den kan uttryckas sålunda: i en gasblandning pressas hvarje gas blott af sitt eget tryck.

2. Äro gaserna i rörelse, så röner hvarje gasmolekyl vid sin rörelse genom en annan gas ett motstånd proportionelt mot tätheten af denna andra gas och mot bådas relativa hastighet.

I föreliggande fall är den första gasen vattenånga och den andra gasen luft. Och eftersom i det tunna luftlagret omkring termometerkulan ett fortfarighetstillstånd förefinnes, så äro luftmolekylerna i hvila och den relativa hastigheten är lika med vattenångans diffusionshastighet. Ur dessa förutsättningar framgår den af Stefan härledda diffusionslagen, som matematiskt uttryckt lyder [2])

$$v_1 = \frac{k}{h} log_e \frac{H - x}{H - f}, \quad \dots\dots\dots (18)$$

hvarest v_1 eller diffusionshastigheten är den volym ånga, antagen reducerad till 0° och 760 mm, som på tidsenheten går genom ytenheten, k är diffusionskoefficienten, h lagrets tjocklek, H, x och f (eller F) ha samma betydelse som förut.

[1]) Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. **63**, 2. Abth. Wien 1871, p. 63 ff. samt **68**, 2. Abth. p. 385 ff.

[2]) Senast anf. ställe p. 406—407.

Men då Stefans diffusionslag i föreliggande fall ger ett omöjligt resultat, måste vi se oss om efter en annan hypotes, som passar till de förhandenvarande vilkoren. Vi böra då erinra oss, att det ifrågavarande adhererande luftlagret kring en starkt ventilerad termometeryta har en ytterst ringa tjocklek, af samma storleksordning, som gasmolekylernas egen verkningssfer. Och detta adhererande lager måste tydligen bli allt tunnare, ju mindre luftens täthet är. Derför kan man antaga, att detta lager är så tunt och glest, att en del af det afdunstande vattnet lemnar kulan utan att alls röna något motstånd af lagrets luftmolekyler, innan vattenmolekylerna bortföras af den omspolande luftströmmen. I sådant fall blir det enligt (18) beräknade värdet på v_1 endast ett minimivärde, så att den verkliga afdunstningen öfverstiger den enligt (18) beräknade och det alltmera, ju mindre lufttrycket är.

I detta fall skulle alltså formlerna (5) och (6), som kunna skrifvas sålunda

$$t - t' = \frac{\sigma r k}{K+\varepsilon} log_e \frac{H - x}{H - f'} \text{ och } t - t' = \frac{\sigma R k}{K+\varepsilon} log_e \frac{H - x}{H - F'}$$

ersättas af följande olikheter

$$t - t' > \frac{\sigma r k}{K+\varepsilon} log_e \frac{H - x}{H - f'} \text{ och } t - t' > \frac{\sigma R k}{K+\varepsilon} log_e \frac{H - x}{H - F'},$$

d. v. s. att vid stark ventilering blir psykrometerdifferensen större än den skulle vara enligt Stefan's diffusionslag, och alltmera ju lägre lufttrycket är. För att matematiskt uttrycka detta, torde man lämpligen kunna ersätta diffusionskoefficienten k med $\frac{760\ k'}{H}$, hvarigenom betecknas, att diffusionskoefficienten sjelf växer omvändt som lufttrycket. Antaga vi att för vanligt lufttryck k' kan sättas lika med k, så kunna vi i formlerna (4), (5) och (6) införa i stället för (8) följande k-värde

$$k = 0.198 \cdot \frac{760}{H}(1 + \alpha t)^2 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

och erhålla då, om vi förfara såsom nyss, i stället för (16) och (17) följande psykrometerformler:

för vatten på våta termometern

$$x = f' - \frac{0.000662}{760}[1 - 0.0020\,(t + t')]\,H\,(H - f')\,(t - t') \quad (20)$$

och för is på våta termometern

$$x = F' - \frac{0,000584}{760}[1 - 0,0024\,(t + t')]\,H(H - F')\,(t - t') \quad (21)$$

Beräknas nu de fyra ofvan (sid. 8) anförda observationerna enligt formeln (21), så fås för fuktighetstrycket x och fuktighetsprocenten p följande värden:

x mm.	p %
0.423	14.7
0.491	18.5
0.530	19.6
0.542	22.5

Hårhygrometern gaf vid första observationen $p = 28$ %, således 13.3 % högre än ofvanstående; ett så pass stort fel hos detta instrument vid så torr luft och så låg temperatur är ej alls osannolikt.

Naturligtvis bör formeln (21), liksom formeln (20), betraktas endast såsom hypotetisk, men den eger framför (17) den förtjensten att gifva möjliga och sannolika värden. Att detsamma gäller om formeln (20), i förhållande till (16), anser jag troligt, ehuru jag ej ännu känner några fall, för hvilka (16) eller den dermed nära öfverensstämmande (1) ger negativa x-värden. Vidare bör påpekas, att formlerna (20) och (21) för vanligt lufttryck gifva samma fuktighetstryck som (16) och (17).

Som vi sett ur jemförelsen med Sprung's formel (1) utgör korrektionen för strålningen (ε' och ε'') i formlerna (14) och (15) omkring en niondel af den föregående på diffusion och värmeledning beroende koefficienten. Men korrektionen är naturligtvis

ej fullt konstant, utan varierar med ventilationens styrka och kanske också med lufttrycket, samt med beskaffenheten af den våta termometerns yta. Bäst vore derför att helt och hållet eliminera denna korrektion. Ett ofelbart medel till detta måls vinnande skulle, såsom synes af formlerna (2) och (3), vara att göra τ d. ä. det strålande höljets temperatur lika med t', den våta termometerns. Denna tanke har på ett sinnrikt sätt blifvit realiserad redan 1847 af Belli.[1]) Belli konstruerade en psykrometer, vid hvilken torra och våta termometern (med cylindriska kärl) äro insatta i axeln af ett cylindriskt rör, genom hvilket luften suges medelst en bälg, så att den först träffar torra termometern. Våta termometerns kärl är ytterligare koncentriskt omgifvet af ett tunt cylindriskt rör inskjutet i det yttre sugröret och fästadt vid detta medelst stöd af dåliga värmeledare; detta rör är genom mellanrum, i hvilka luftströmmen cirkulerar, skildt både från våta termometern och från yttre sugröret, samt är *invändigt* beklädt med tyg, som vätes liksom våta termometerns tygbeklädnad; det afkyles alltså till nästan samma temperatur som denna och skyddar den sålunda nästan fullkomligt från värmestrålning. Då man emellertid kan befara, att det från rörbeklädnaden afdunstande vattnet märkbart ökar fuktigheten hos den luft, som omspolar våta termometern, så synes det rådligast att i stället anbringa det våta tyghöljet *utanpå* inre sugröret; vidare kunde man lämpligen omgifva detta inre våta rör med tvenne koncentriska blanka rör skilda af lagom stora mellanrum. Dessa modifikationer borde med lätthet kunna vidtagas med Assmann'ska psykrometern, som är enklare och i öfrigt bättre konstruerad än Belli's.

Den formel som Belli ger för sin termometer är snarlik den Sprung'ska formeln (1). Den lyder, med användande af vårt föregående beteckningssätt i stället för Belli's,

---

[1]) »Di un nuovo psicrometro o igrometro a raffreddamento per evaporazione» i »Nuovi Saggi della imperiale regia accademia di scienze lettere ed arte in Padova.» Vol. VI, 1847, p. 26 ff.

$$x = f' - 0.592 \frac{H}{760}(t - t').$$

Emellertid anmärker Belli riktigt, att egentligen en korrektion skulle införas för strålningen i det man i stället för 0.592 borde skrifva $0.592(1 + \varepsilon)$, där ε betecknar ett litet bråk; men han har genom experiment och beräkning öfvertygat sig derom, att för hans instrument ε säkerligen är mindre än 0,001 och derför kan försummas. Konstanten 0.592 synes han ha beräknat efter August's teori;[1]) likaså har han efter August infört faktorn $\frac{H}{760}$, men tror att i stället för denna borde sättas $\left(\frac{H}{760}\right)^m$, der m skulle ligga mellan 0 och 1. Såsom af det föregående framgår, torde man snarare böra sätta $m = 2$.

Afsigten med denna uppsats har varit att fästa meteorologers och fysikers uppmärksamhet på en hittills okänd felaktighet hos psykrometerformeln tillämpad på ett starkt ventileradt instrument och att genom diskussion af den allmänna teoretiska formeln söka utfinna felkällan samt förslagsvis gifva riktigare formler. Naturligtvis böra dessa formler (20) och (21), innan de tillämpas, underkastas en experimentel pröfning i och för noggrant bestämmande af de ingående konstanterna. Skulle den i formlerna (20) och (21) införda faktorn $\frac{H}{760}$ ej visa sig fullt riktig, så kan man i stället efter Belli's förslag införa en allmännare faktor $\left(\frac{H}{760}\right)^r$, der r ej torde mycket skilja sig från enheten; de allmänna formlerna för en väl ventilerad och mot strålning skyddad psykrometer skulle då bli:

$$x = f' - A(1 - at_m)H^r(H - f')(t - t') \quad \text{(vatten på våta t.)},$$

och

$$x = F' - B(1 - bt_m)H^s(H - F')(t - t') \quad \text{(is på våta t.)},$$

---

[1]) För härledningen hänvisar han till sin Corso di Fisica, hvilken emellertid ej varit mig tillgänglig.

i hvilka formler konstanterna A, a, r och B, b, s böra experimentelt bestämmas för olika värden på H, t och t', d. ä. för olika tryck, temperatur och fuktighet hos luften. Sjelf saknar jag tid till en dylik undersökning.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 1.
Stockholm.

Ueber die andinen *Alchemilla*-Arten.

(Vorläufige Mittheilung.)

Von G. LAGERHEIM.

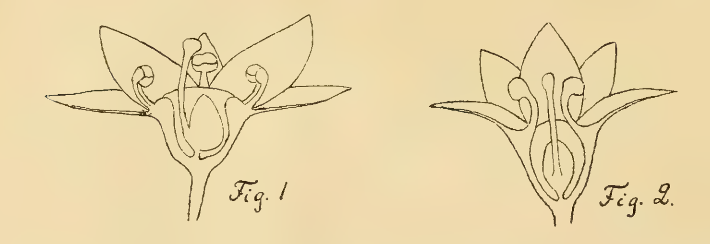
(Mitgetheilt den 10 Januar 1894 durch V. B. WITTROCK.)

Wie bekannt ist die Gattung *Alchemilla* L. in den Hochgebirgen Süd-Amerikas durch eine beträchtliche Menge von Species repräsentirt. Die meisten davon sind hochandin, aber etliche wie z. B. *A. orbicularis* Ruiz et Pav., *A. tripartita* Ruiz et Pav. und *A. aphanoides* Mutis gehen auch in die temperirte Region herunter. Am östlichen Abhang des Pichincha (Ecuador) sind diese drei Arten besonders häufig, speciell *A. orbicularis* Ruiz et Pav., welche ohne jegliche Einmischung mehrere Quadratmeter decken kann. Die drei genannten Species habe ich in der Natur studirt, von den übrigen andinen Arten habe ich nur Exsiccaten[1]) untersuchen können. Beim Studium der Blumen derselben stellte es sich heraus, dass sämmtliche andine Alchemillen durch eine oder gar zwei sehr wichtige Charaktere von den übrigen Arten der Gattung abweichen.

In ENGLER und PRANTL: »Die natürlichen Pflanzenfamilien» III, Abth. 3, pag. 43, hat FOCKE das Genus *Alchemilla* L. in drei Sectionen, *Eualchemilla* Focke, *Aphanes* (L.) und *Lachemilla* Focke, getheilt, von welchen die letzte die andinen Arten umfasst. Diese Section wird dadurch charakterisirt, dass die beiden Staubblätter vor zwei Kelchblättern stehen; bei den übrigen Alche-

[1]) Bei der Untersuchung der getrockneten *Alchemilla*-Blumen leistete Erwärmung derselben in concentrirter Milchsäure vorzügliche Dienste.

millen stehen die 1—5 Staubblätter zwischen den Kelchblättern, also den Aussenkelchblättern opponirt. Es erscheint mir berechtigt, die andinen Species in eine eigene Section zusammenzufassen, um so mehr da sie, wie schon hervorgehoben, durch noch einen (oder zwei) Charaktere — bisher unbekannt gebliebene — sich von den übrigen Arten unterscheiden. Bei den nicht andinen Arten sind die Staubblätter am äusseren Rande des Discus bebefestigt, sind introrš und öffnen sich nach innen, wie es bei den Rosaceen die Regel ist (vergl. Fig 1: Längsschnitt durch die Blume einer europäischen *Alchemilla*), wogegen sie bei den andinen Arten am inneren Rande des Discus befestigt sind, extrors sind und sich nach aussen öffnen (vergl. Fig. 2: Längsschnitt durch die Blume einer andinen *Alchemilla*). Eine derartige



wesentliche Verschiedenheit unter Arten in derselben Gattung dürfte sehr selten vorkommen. Man konnte deshalb geneigt sein, die andinen Alchemillen in eine besondere Gattung, *Lachemilla* (Focke), von den übrigen Species abzutrennen, aber wenn man die sonstige grosse Uebereinstimmung der andinen mit den nichtandinen Arten berücksichtigt, so glaube ich, dass man *Lachemilla* Focke nur den Rang eines Subgenus geben kann.

Diese Untergattung ist in zwei Sectionen zu zertheilen: *Eulachemilla* nob. und *Fockella* nob., wovon die erste sich durch Anwesenheit, die zweite durch Abwesenheit von Aussenkelch auszeichnet. Zu *Fockella* gehören *A. Mandoniana* Wedd.[1])

---

[1]) Bisher nur von Sorata (Bolivien) bekannt; kommt auch in Ecuador vor: in Andibus Ecuadoriensibus, coll. R. SPRUCE, No. 5733 (sub nom. *A. aphanoides*)! und Pichincha, leg. SODIRO!

(Chlor. and., Vol. II, pag, 246) und eine sehr merkwürdige, wie es scheint unbeschriebene, Art aus Bolivien; zu *Eulachemilla* gehören die übrigen andinen Arten. Die Abwesenheit des Aussenkelches bei *Fockella* ist sehr bemerkenswerth, da, wie bekannt, die An- oder Abwesenheit des Aussenkelches eine wichtige Rolle bei der Abgrenzung der Gattungen in gewissen Gruppen der Rosaceen spielt. Die Untergattung *Lachemilla* ist nach meiner Meining gleichwerthig mit *Eualchemilla* + *Aphanes*. *Lachemilla* umfasst mehrere Typen: den *orbicularis*-Typus (*A. orbicularis* Ruiz et Pav. und *A. frigida* Wedd.) mit kriechenden Stengel und wenig eingeschnittenen Blättern, jenen von *A. vulgaris* L. ähnlich, den *tripartita*-Typus (*A. tripartita* Ruiz et Pav., *A. rupestris* H. B. K. und *A. aphanoides* Mutis) mit gefingerten oder tief getheilten Blättern (Stengelblätter fast ebenso gross als die Wurzelblätter), den *pinnata*-Typus (*A. pinnata* Ruiz et Pav.[1]) und *A. erodiifolia* Wedd.) mit gefiederten Wurzelblättern und schliesslich den *nivalis*-Typus (*A. nivalis* H. B. K., *A. galioides* Benth. und *A. stemmatophylla* Wedd.) mit Stengelblättern, welche mit den Stipeln zu einer Scheide verwachsen sind, die in nadelförmigen Lacinien mit mehr oder weniger zurückgerolltem Rande getheilt sind. Mit Ausnahme der annuellen *A. hirsuta* H. B. K. sind sämmtliche Arten perenn. Einige Arten sind sehr variabel und schwierig abzugrenzen. Die Behaarung wechselt mit der Höhe des Standorts; so sind z. B. *A. orbicularis* Ruiz et Pav., *A. tripartita* Ruiz et Pav. und *A. aphanoides* Mutis in der andinen Region viel stärker behaart als in der temperirten Region.

Die andinen Alchemillen werden durch kleine Fliegen bestäubt. In der Knospenlage sind die Staubblätter nach aussen gekrümmt, was sehr bemerkenswerth ist, da sie sonst bei den Rosaceen stets einwärts gekrümmt sind. In der geöffneten Blume bleiben sie auswärts gebogen oder gerichtet. Honig wird von dem äusseren, den Kelchblättern naheliegenden Theile des

[1]) *A. pinnata* Mandon exsicc. no. 668 ist eine Composite!

Discus abgesondert. Die Griffel sind ebenfalls gewöhnlich nach aussen gebogen, sodass die Narben, welche niemals in Berührung mit den Antheren treten, etwa in derselben Entfernung vom Centrum der Blume stehen wie die Staubbeutel. Eine Fliege, welche die Blumen besucht, berührt demnach ein Mal die Staubbeutel, ein anderes Mal die Narben.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 1.
Stockholm.

Zur Kenntnis der Minyaden.

Von OSKAR CARLGREN.

[Mitgeteilt den 10. Januar 1894 durch HJALMAR THÉEL.]

Ausser den von einander und von den übrigen Actinien scharf geschiedenen Zoantheen und Ceriantheen finden sich unter den Actinien mehrere Gruppen, die aus einander leicht abgeleitet werden können. Sowohl die Hexactinien und die Edwardsien wie die Protantheen sind nämlich mit einander recht nahe verwandt; zwischen den ersteren haben wir, wie ich gezeigt habe,[1]) mehrere Übergangsformen, und wahrscheinlich sollen zahlreiche solchen bei einem genaueren Actinien-Kenntnis angetroffen werden. Die Protantheen,[2]) die von den zwei vorigen Tribus durch das Vorhandensein einer Längsmuskel- und Ganglienschicht an dem Mauerblatt und dem Schlundrohr charakteristisch geschieden sind, stimmen dagegen in ihrer Septenanordning mit den Hexactinien und teilweise oft mit den Edwardsien überein. Auch die radial symmetrischen Holactinien, die von BOVERI[3]) neulich aufgestellt worden sind, können, wie BOVERI auch zeigt, ohne Schwierigkeit von den Hexactinien abgeleitet werden. Dies ist um so leichter zu erkennen, weil auch bei völlig typischen Hexactinien bisweilen eine solche Anordnung der Septen vorkommt,[4]) die BOVERI für den

---

[1]) CARLGREN. Studien über Nordische Actinien 1. Kongl. Sv. Vet.-Akad. Handlingar Bd 25 N:o 10 p. 124, 125.

[2]) ibidem p. 23.

[3]) BOVERI, TH. Das Genus Gyractis eine radial-symmetrische Actinienform. Zool. Jahrb. Abt. Systematik Bd. 7 pag. 241—253.

[4]) CARLGREN, ibidem p. 99.

Holactinien beschrieben hat. Ich will hier unten eine Septenanordnung erwähnen, die beim ersten Anblicke sehr eigentümlich scheint, die bei näherer Betrachtung aber sich deutlich zeigt von derjenigen einer typischen zehnstrahligen Actinie entstanden zu sein. Ehe ich zu der Beschreibung der Septenanordnung gehe, will ich einige Worte über das äussere Aussehen und die systematische Stellung derselben reden.

Die Actinien, welche diese eigentümliche Septenanordnung haben, müssen zu den bisher in anatomischen Hinsichten unbekannten Minyaden gerechnet werden. Wahrscheinlich sind sie identisch mit der von BRANDT[1]) beschriebenen Stichophora cyanea und mit der von BELL[2]) aufgestellten Minyas torpedo. In den Sammlungen des Reichsmuseums finden sich 4 Exemplare, von denen ich $1^1/_2$ zu der anatomischen Untersuchung angewandt habe. Zwei waren aus dem Golfe von Siam, zwei bei 28° S. Lat. und 35° V. Long. genommen. Das grösste Exemplar mass in der Höhe und in der Breite 2,2 Ctm. Das kleinste zugeplattete Exemplar mass in der Breite 1,8 Ctm., in der Höhe 0,9 Ctm. Das äussere Aussehen der Tiere erinnert sehr an BELL'S Beschreibung von Minyas torpedo. Die glatte Körper war mit 20 Längsfurchen versehen, die deutlich hervorstehen und recht lang von einander liegen. In jeder Furche kann man zwei deutliche Septeninsertionen sehen, die sehr nahe an einander stehen und die mit einander Paar zu bilden scheinen.

Die Septen waren auf derselben Weise angeordnet, wie nebenstehende Figur 2 zeigt. An dem kurzen Schlundrohr, das kreisrund und nicht wie im Allgemeinen bei den Actinien zugeplattet ist, inserieren sich 20 vollständige Septen. Mit diesen bilden 20 unvollständige Septen Paare. Jedes Paar, das aus einem vollständigen und einem unvollständigen Septum besteht, trägt an der äusseren Seite die stark entwickelten Polster der Längs-

[1]) BRANDT. Prodromus Descriptionis animalium ab H. Mertensio in orbis terrarum circumnavigatione observatorum. Fas. 1. Petropoli 1835. 4o. p. 17.

[2]) BELL, F. J. Description of a new Species of Minyad (Minyas torpedo) from Nordwest Australia. Journ. Linnean Soc. Zool. Bd. 19. p. 114—116.

muskeln, an der inneren Seite dagegen die schwächeren, transversalen Muskeln. Von dieser Regel machen vier Paare Ausnahme; bei diesen nehmen auf beiden Septen in demselben Septenpaar die Längsmuskeln dieselbe Stellung ein und sind auf dem vollständigen Septum dem unvollständigen zugewandt. Zwei von diesen Paaren liegen auf jeder Seite der einzigen Schlundrinne, die doch von dem übrigen Schlundrohr wenig differenziert scheint. Der Schlundrinne gegenüber finden sich die zwei übrigen. Die vollständigen und die unvollständigen Septen sind so angeordnet, dass in zwei neben einander liegenden Septenpaaren zwei vollständige oder zwei unvollständige Septen immer an einander grenzen. Die Entfernung zwischen zwei Paaren (d. h. der Abstand zwischen zwei vollständigen oder zwischen zwei unvollständigen Septen) ist bedeutend grösser als diejenige zwischen einem vollständigen und einem unvollständigen Septum. Besonders ist dies das Verhältnis in den mittleren Partien des Körpers, wo die Abstände[1]) sich wie etwa 8: 1 verhalten. Die Längsmuskeln sind sehr stark und zeigen an Querschnitten reich verzweigte Muskelpolster. Keine Geschlechtsorgane wurden in den von mir untersuchten, kleineren Individuen angetroffen. Ohne Zweifel ist dies Tier doch keine Larvenform, weil alle andere Charaktere, besonders die wohl entwickelte Muskulatur, von einem wohl entwickelten Tier sprechen.

Wie sollen wir dann diese eigentümliche Septenanordnung erklären? Um diese Frage zu beantworten wollen wir von einer Hexactinie mit zehn vollständigen und zehn unvollständigen Septenpaare, unter ihnen zwei Paare Richtungssepten, ausgehen (Fig. 1). Die Zahl der vollständigen und der unvollständigen Septen sind also dieselbe als bei der oben beschriebenen Minyade. Die vollständigen Septen können wir als Septen erster (1) Ordnung, die unvollständigen als Septen zweiter (2) Ordnung ansehen. Die Binnenfächer sind wie in der Regel bei den Hexactinien

---

[1]) In der That ist also das Verhältnis zwischen den Abständen bedeutend grösser als die schematische Figur zeigt.

kleiner (wenigstens nicht oder unbedeutend) grösser als die Zwischenfächer.

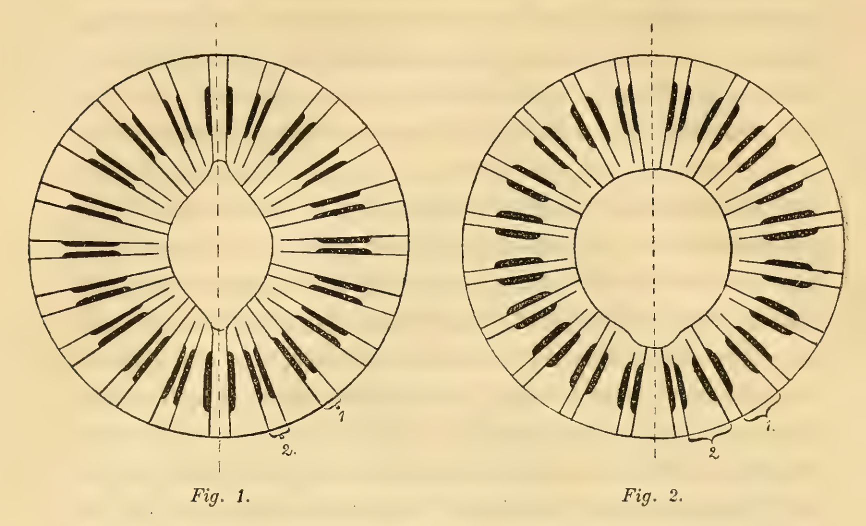


Fig. 1. *Fig. 2.*

Wenn wir nun uns denken, dass jedes Binnenfach bei dieser Hexactinie bedeutend vergrössert wird, so dass es jedes Zwischenfach mehrmals in der Grösse übertrifft, wird die ursprüngliche Septenanordnung aufgehoben und jedes Septenpaar kommt von einem vollständigen Septum von erster (1) und einem unvollständigen Septum von zweiter (2) Ordnung zu bestehen (Fig. 2), mit einem Worte die Septenanordnung wird wie diejenige der obenstehenden Minyade. Das Verschwinden der einen Schlundrinne und die wenige Entwickelung der anderen, wie auch die fast kreisrunde Mundöffnung und Schlundrohr bei unserer Form, steht ohne Zweifel mit der Verschiebung der Septen im Zusammenhang.

Die Minyaden können also in Betreff der Septenanordnung von einer zehnstrahligen (immer?) Hexactinie durch eine Vergrösserung der Binnenfächer und eine Verminderung der Zwischenfächer abgeleitet werden.

Es wäre vom Interesse zu sehen, ob die Septenanordnung bei den jungen Embryonen dieselbe wie bei den geschlechtsreifen Individuen sei, oder ob sie in dieser Hinsicht mit den Hexactinien übereinstimmen. In jedem Fall wird durch diese Anordnung

bei dem alten Tiere — im Gegensatz zu dem Verhältnis bei den übrigen Actinien — eine weitere Entwickelung der Septen unmöglich, denn es ist wohl wenig wahrscheinlich, dass neue Septenpaare in den stark reducierten Zwischenfächern entwickelt werden können.

Der wohl entwickelte Sphinkter stimmt mit dem der Bunodiden überein, indem er circumscript ist.

Die Fussscheibe ist stark ausgehöhlt und die Ränder derselben an einander gerückt, so dass nur eine unbedeutende Öffnung zurückbleibt, die ohne Zweifel vollständig geschlossen werden kann. Das Ektoderm der Fussscheibe hat eine starke, chitinöse Substanz abgesondert, welche den von der Fussscheibe eingeschlossenen Raum ganz erfüllt. In der Mitte dieses Raums ist die chitinöse Substanz fester und zeigt sich an Schnitten von zahlreichen, kleinen Maschen zu bestehen; in den äusseren, nächst dem Ektoderm liegenden Partien, wo die jüngsten Teile der Cuticula sich befinden, ist sie dagegen grossmaschig und tritt von dem inneren Chitinkerne recht scharf vor. In dem Centrum der Fussscheibe, wo die reichlichste Bildung von chitinöser Substanz stattzufinden scheint, ist indessen die chitinöse Substanz mehr zusammengepackt und zeigt dieselbe Konsistens wie in dem chitinösen Kerne, mit anderen Worten der Chitinkern liegt nicht in dem Centrum der Höhle, die von der Faltung der Fussscheibe gebildet wird, sondern ist mehr nach den oberen (centralen) Teilen der Fussscheibe gerückt.

Es verdient bemerkt zu werden, dass eine solche Einfaltung der Fussscheibe auch bei anderen Actinien (bei dem Genus Actinauge) vorkommt, aber dann für einen ganz anderen Zweck als hier bei den Minyaden. Während nämlich bei den Minyaden der durch diese Einfaltung gebildete Hohlraum den von der reichlichen Chitinbildung entstandenen pneumatischen Apparat entschliesst, mit dem sich das Tier in dem Wasser schwimmend halten kann, dient die Einfaltung bei den Actinaugen dagegen das Tier am Seeboden festzuhalten. Die Repräsentanten dieses Genus leben nämlich am Sandgrund, wo die Tiere keinen Halt

haben sich auf gewöhnlicher Weise mit ausgebreiteter Fussscheibe anzuheften. Daher hat sich die Fussscheibe nach innen gefaltet und kommt so einen Hohlraum einzuschliessen, der mit Sand gefüllt wird, wodurch die Tiere ihre gewöhnliche Lage beibehalten können.

In Betreff der systematischen Stellung der Minyaden sind sie bald mit den gewöhnlichen Actinien (Hexactinien) zusammengeführt, bald von denselben abgeschieden worden. Sowohl Mc. Murrich[1]) wie auch Haddon und Shackleton[2]) scheinen geneigt zu sein sie zu den Hexactinien zu rechnen. Meines Teils glaube ich es doch am besten für die Minyaden, ihrer Septenanordnung und ihrem eigentümlichen pneumatischen Apparat zufolge, einen besonderen Tribus, *Minyae*, aufzustellen. Ich will indessen vorerst Abstand nehmen die Charaktere dieses Tribus zu geben, bis wir durch weitere Untersuchungen die Anatomie anderer ähnlichen Actinien kennen gelernt haben.

Ich hoffe diese unvollständigen Mitteilungen der Minyaden später vollständigen zu können.

---

[1]) Mc. Murrich J. Playfair. Report on the Actiniae collected by the United States Fish Commission Steamer Albatross during the winter of 1887—1888. Proc. Unit. St. Nat. Museum. V. 16 1893 p. 134, 135.

[2]) Haddon, A. C., and Alice M. Shackleton. Description of some new species of Actiniaria from Torres Straits. Scient. Proc. R. Dublin Soc. V. 8 (N. S.) P. 1 No. 9 p. 117.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 1.
Stockholm.

Om arseniksyrlighets inverkan på klorat och nitrat i klorvätesur lösning; samt härpå grundade kvantitativa bestämningsmetoder.

Af DAVID KEMPE.

(Meddeladt den 10 Januari 1894 genom P. KLASON.)

I. Bestämning af klorat.

Enligt af H. TOUSSAINT[1]) och STELLING[2]) angifna förfaringssätt bestämmes klorat kvantitativt genom dess öfverförande till klorid; hvarefter på vanligt sätt fälles med silfversalt. BUNSEN[3]) och PELOUSE[4]) bestämma klorsyran genom dess oxiderande inverkan; den förre med användande af jodkalium, den senare men järnoxidulsalt. Dessutom hafva flere andra metoder under de senaste åren blifvit föreslagna (t. ex. af DE KONINCK och NIHOUL[5]), hvilka tyckas gifva goda resultat; dock lida dessa senare af det felet att vara allt för komplicerade.

Vid Tekniska Högskolan har af Professor KLASON vid flere af de vanligaste oxidationsprofven (t. ex. undersökning af brunsten) införts användande af arseniksyrlighetslösning i st. f. jodkalium till upptagande af fri klor. Detta har gifvit mig anledning att arbeta med arseniksyrlighet och undersöka dess inverkan direkt på oxiderande ämnen i klorvätesur lösning.

---

[1]) Zeitschrift f. anal. Chemi 5. 210.
[2]) D:o 6. 32.
[3]) Analen der Chemi u. Pharm. 72. 40
[4]) Anl. z. Qvant. Chem. An. von Fresenius I. 533. b.
[5]) Zeitschrift f. Anal. Chem. 31. 81.

Vid lämplig syremängd och uppvärmning sker reaktionen mellan klorat och arseniksyrlighet alldeles fullständigt. Reaktionsförloppet kan enklast skrifvas:

1:o) $KClO_3 + 6KCl = KCl + 3H_2O + 6Cl$,
2:o) $As_2O_3 + 4Cl + 2H_2O = As_2O_5 + 4HCl$;

så att 2 molekyler klorsyra öfverföra 3 molekyler arseniksyrlighet i arseniksyra.

Följande förfaringssätt har jag funnit lämpligast för att härpå grunda en kvantitativ bestämningsmetod.

Det afvägda kloratprofvet öfverföres i en kolf af omkring 300 cc. rymd. 100 cc. af $^1/_{10}$ n. arseniksyrlighetslösning samt 20 cc. 25 % klorvätesyra tillsättes, hvarefter utspädes till omkring 150 cc. Kolfhalsen täckes med en tratt. Profvet får sedan stå på ångbad under tvänne timmar. Då det blifvit afkyldt neutraliseras klorvätesyran först med ammoniak till nästan neutral reaktion samt slutligen med natriumbikarbonat, af hvilket salt ytterligare tillsättes 10—20 gram. Nu titreras med jodlösning och stärkelseklister såsom indikator på mängden icke uppoxiderad arseniksyrlighet. Och då man utgått från ett visst antal cc. $^1/_{10}$ n. arseniklösning finnes sålunda lätt den mängd kaliumklorat som åtgått till oxidationen. 1 cc. $^1/_{10}$ As_2O_3-lösning fordrar för att oxideras till As_2O_5 0,002042 gram $KClO_3$.

Följande bestämningar äro utförda på nu nämda sätt:

	Prof ($KClO_3$):		Funnet:		Diff.:		Proc.:
1.	0,15	gr. . . .	0.1499	gr. . . .	— 0,1	mgr. . . .	99,93
2.	»	» . . .	0,1503	» . . .	+ 0,3	» . . .	100,20
3.	»	» . . .	0,1502	» . . .	+ 0,2	» . . .	100,13
4.	»	» . . .	0,1505	» . . .	+ 0,5	» . . .	100,33
5.	»	» . . .	0,1495	» . . .	— 0,5	» . . .	99,66
6.	0,087	» . . .	0,0872	» . . .	+ 0,2	» . . .	100,23
7.	0,109	» . . .	0,1084	» . . .	— 0,6	» . . .	99,45

För att undersöka om förlust kunde uppstå derigenom att arseniktriklorid förflyktigades, lät jag prof stå på vattenbadet 6—8 timmar. Vid titreringen kunde emellertid ej iakttagas någon minskning af arseniksyrlighet.

Den nu omnämda metoden tror jag kan hafva flere företräden framför de förut kända:

1:o) är den mycket enkel, hvadan man ej behöfver arbeta sig in i metoden för att få goda resultat;

2:o) tager hvarje undersökning ej stort mer än 15 minuters arbete, då lösningarna äro färdiga;

3:o) är det mycket lätt att få fullt ren arseniksyrlighet. Man kan således göra direkt uppvägning till normallösning, och

4:o) förändrar en arseniksyrlighetslösning aldrig titern.

Vid kloratfabrikerna, der många prof dagligen måste göras, torde den nu anförda metoden kunna blifva till nytta. För fullständig analys af lutarne vid dylika fabriker bör undersökas på 1:o) HCl, 2:o) HOCl, 3:o) $HClO_3$, 4:o) Cl.

1. HCl bestämmes lämpligast genom titrering enl. Mohrs metod.

2. HOCl titreras med As_2O_3 i bikarbonatlösning enligt af Pennot angifvet sätt.

3. För att sedan exakt kunna bestämma kloratmängden bör lösningen uppkokas, hvarvid hypoklorit omsättes till klorat. Reaktionsförloppet: $3KOCl = 2KCl + KClO_3$. Härefter bestämmes kloratsumman med As_2O_3-lösning, hvarefter det mot hypokloritet svarande kloratet fråndrages.

4. Cl kan erhållas genom afdestillering och titrering.

Vid fabriksanalyser är det vanligen aldeles nödvändigt, att analyserna kunna verkställas fort. Den ofvan omnämda metoden kan äfven utföras på mycket kort tid, om man, i st. f. att sätta pröfvet på vattenbad, direkt upphettar det på sandbad till kokning. Efter 5 minuters kokning har då reaktionen fullständigt skett. För att i detta fall ej arseniktriklorid skulle bortgå, inpassades i kolfhalsen ett s. k. trattrör af det utseende, som vidstående figur angifver. Röret fyldes med bikarbonatlösning. Detta förfaringssätt gaf fullt lika goda resultat som det förut angifna.

II. Bestämning af klorat vid närvaro af nitrat.

Klorsyran inverkar vida kraftigare på arseniksyrlighet än hvad salpetersyran gör. Detta kan man äfven finna af de termokemiska konstanterna. Klorsyran utvecklar i nämda fall ungefär dubbla antalet kalorier mot salpetersyran.

Mängden klorat i en lösning kan i själfva verket bestämmas äfven om nitrat finnes närvarande. Analysen utföres på alldeles samma sätt som för bestämning af klorsyra enligt det först angifna förfaringssättet. Större mängder nitrat inverkar dock störande. Profvet bör ej gärna innehålla mera än 0,15 gr. KNO_3 till den utspädning som vid analysen användes. Det använda ångbadet gaf omkring 70° i kolfven.

Följande analyser må anföras:

	Prof:	Funnet klorat:	Diff.:	Proc.:
1.	0,15 gr. KNO_3 / 0,15 » $KClO_3$	0,1505	+ 0,5 mgr.	100,33
2.	d:o	0,1493	— 0,7 »	99,53
3.	0,15 gr. KNO_3 / 0,03 » $KClO_3$	0,0307	+ 0,7 »	102,3
4.	d:o	0,0298	— 0,2 »	99,3
5.	0,15 gr. KNO_3 / 0,015 » $KClO_3$	0,0141	— 0,9 »	94,6
6.	0,15 gr. KNO_3 / 0,003 » $KClO_3$	0,0032	+ 0,2 »	106,6

III. Bestämning af nitrat.

Nitrat bestämmes vanligen kvantitativt efter trenne grundprinciper: 1:o) genom glödgning med sand m. fl. ämnen, hvarvid af vigtförlusten erhålles mängden salpetersyra (Persoz,[1]) von Reich[2]) m. fl.), 2:o) genom dess oxiderande inverkan på jern-

---

[1]) Zeitschr. f. anal. Chem. 1. 85.
[2]) D:o 1. 86

oxidulsalt samt titrering (PELOUZE,[1]) MOHR,[2]) BRAUN[3]) m. fl.) eller bestämning af dervid bildad kväfoxid (SCHLÖSING,[4]) FRÜHLING,[5]) E. SCHULZE[6]) m. fl.) samt 3:o) genom öfverförande af salpetersyran till ammoniak medelst väte in statu nascenti (FR. SCHULZE,[7]) HARCOURT,[8]) KÜHN,[9]) ULSCH[10]) m. fl.) eller genom bestämning af den dervid uppkomna »wasserstoffdeficit» (ULSCH,[11]) JODLBAUR[12]) m. fl.)

Jag har anstält försök med arseniksyrlighets inverkan på nitrat i stark klorvätesur lösning och funnit att härpå skulle kunna grundas en kvantitativ bestämningsmetod. Omsättningen tyckes nemligen ske fullständigt i en lösning innehållande 8—10 % klorvätesyra vid kokning och tillräckligt stor utspädning (högst 0,3 gr. KNO_3 på 200 cc. lösning. Jag har varierat försöken på mångfaldiga sätt och funnit att den här nedan nämda metoden lemnar de bästa resultaten.

I en kolf af omkring 350 cc. rymd införes profvet jämte 100 cc. $^1/_{10}$ n. arseniksyrlighetslösning och 50 cc. klorvätesyra af eg. v. 1,19, hvarefter spädes till 200 cc. eller något deröfver. I kolfhalsen insättes ett större tvättrör (rymmande omkr. 300 cc.) af samma konstruktion som det förut omnämda. Detta fylles med natriumbikarbonatlösning. Från en kolsyreapparat inledes en jämn ström kolsyra. Profvet upphettas på sandbad till början kokning. Då resktionen börjar, hvilket först visar sig af mera gasutveckling samt sedan deraf, att den färglösa lösningen blir något gulaktig, borttages skyndsamt lågan. Efter omkring

---

[1]) Journ. f. prakt. Chem. 40. 324.
[2]) Lehrbuch der Titrirmetode 1. 216.
[3]) Journ. f. prakt. Chem. 81. 421.
[4]) D:o 62. 141.
[5]) Landtwirthsch. Versuchs. 9. 14.
[6]) Zeitschr. f. anal. Chem. 6. 384.
[7]) D:o 2. 300.
[8]) D:o 2. 14.
[9]) Landtw. Versuchsstat. 61. 370.
[10]) Chem. Centralblatt. 2. 926.
[11]) Zeitschr. f. anal. Chem. 30. 175.
[12]) Chem. Centralblatt. 17. 433.

10 minuters förlopp upphettas ånyo, hvarefter vätskan hålles till nära kokning under $^1/_2$—$^3/_4$ timme. Till sist bör profvet få fullständigt koka under några minuter. Afsvalningen bör ske i kolsyreströmmen. Klorvätesyran neutraliseras med den deremot nästan svarande mängden ammoniak eller natronlut och sedan med natriumbikarbonat. 10—20 gr. bikarbonat tillsättes i öfverskott. Den i absorbtionsröret befintliga lösningen tillföres naturligtvis profvet. Sedan titreras med jod på öfverskott af arseniksyrlighet.

Reaktionsförloppet:

1:o) $KNO_3 + HCl = KCl + HNO_3$,

2:o) $2HNO_3 = H_2O + 2NO + 3O$,

3:o) $As_2O_3 + O_2 = As_2O_5$.

1 cc. $^1/_{10}$ n. arseniksyrlighetslösning motsvarar 3,366 mgr. KNO_3.

Analyser af kaliumnitrat:

	Prof:	Funnet:	Diff.:	Proc.:
1.	0,3 gr.	0,3003 gr.	+ 0,3 mgr. . . .	100,1
2.	» »	0,2999 »	— 0,1 » . . .	99,9
3.	» »	0,3019 »	+ 1,9 » . . .	100,6
4.	» »	0,3009 »	+ 0,9 » . . .	100,3
5.	» »	0,2994 »	— 0,6 » . . .	99,8
6.	» »	0,3009 »	+ 0,9 » . . .	100,3
7.	» »	0,3011 »	+ 1,1 » . . .	100,4

Resultaten blifva således i allmänhet något för höga.

I stället för att använda det nämda tvättröret kan man äfven genom ett glasrör leda ned till ett förlag med bikarbonatlösning för att upptaga möjligen bortgående arseniktriklorid. Detta förfaringssätt gaf äfven goda resultat. Det har emellertid visat sig att ganska obetydliga mängder bortgå vid kokningen. Jag försökte äfven med användande af ett uppåtvändt kylrör med i dess mynning insatt absorbtionsrör (vid försöket användes

det af Prof. Klason konstruerade kaliröret för elementaranalys, bestående af förbundna vertikalt stälda kulor inneslutna i en cylinder). Vid dessa försök erhöll jag dock vanligen för höga resultat (ibland ända till 2 à 3 %), troligen beroende på, att kolsyran innehöll spår af luft, hvarvid bildad salpetersyrlighet nedrann ur kylröret och omsattes med arseniksyrligheten i kolfven.

Större mängder järnoxidsalt verka störande på reaktionen.

Jag har äfven gjort försök med att upptaga den bildade kväfoxiden i graderat rör och på så sätt få en volymetrisk bestämningsmetod med användande af arseniksyrlighet. Att direkt tillämpa Schulze-Tiemans metod går icke, alldenstund vid den häftiga kokning, som dervidlag är nödvändig, samtidigt med kväfoxid bildas salpetersyrlighet och sålunda för lågt resultat erhålles. För att erhålla goda resultat fordras stor utspädning och upphettning till nära kokning. Till följe af det senare vilkoret är det därför nödvändigt att inleda kolsyra för att utdrifva luften; men då kolsyran alltid är något luftblandad och den kommer i intim beröring med den bortgående kväfoxiden, erhåller man äfven härigenom förlust genom bildad salpetersyrlighet. För att förebygga detta lät jag den bortgående gasen genomgå ett absorbtionsrör (användes det ofvan nämda kaliröret) med utspädd jodkaliumlösning. Den möjligen uppkomna salpetersyrligheten omsättes härigenom till kväfoxid. Kväfoxiden upptages som vanligt i 10 % kalilösning. Såsom vid den förut angifna metoden är att iakttaga att man borttager lågan under några minuter, då reaktionen börjar och sedan upphettar till ej fullständig kokning under en längre tid, d. v. s. till dess någon ökning af gasvolymen icke kan förmärkas. Innan operationen afbrytes uppkokas dock fullständigt under några minuter. Jag fann det vara lämpligast att använda samma syremängd och utspädning som vid föregående metod är angifvet samt att utföra experimentet med klorvätesyran och arseniksyrligheten från början tillsatta profvet. Sedan luften genom kolsyran blifvit utdrifven uppvärmes

blandningen och samtidigt placeras afloppsröret under det med kalilut fylda graderade röret.

Denna metod gaf dock oftast för låga resultat.

Tekniska Högskolans Kem. laboratorium, jan. 1894.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 2.)

Bruxelles. *Société Belge de microscopie.*
Annales. T. 17: Fasc. 2. 1893. 8:o.
Cambridge. *Cambridge philosophical society.*
Proceedings. Vol. 8: P. 2(1893). 8:o.
Cambridge, U. S. *Astronomical observatory of Harvard College.*
Annual report. 48(1892/93). 8:o.
Annals. Vol. 25, 29, 31: P. 2, 40: P. 2. 1893. 4:o.
Notice. 1893. 8:o.
— *Museum of comparative zoölogy at Harvard College.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 2—3. 1893. 8:o.
Cincinnati. *Society of natural history.*
Journal. Vol. 16(1893): N:o 2—3. 8:o.
Davenport. *Academy of natural sciences.*
Proceedings. Vol. 5: P. 2(1885—89). 8:o.
Dublin. *Royal Irish academy.*
Transactions. Vol. 30: P. 5—10. 1893. 4:o.
Proceedings. (3) Vol. 3: N:o 1. 1893. 8:o.
Erfurt. *K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften.*
Jahrbücher. N. F. H. 19. 1893. 8:o.
Glasgow. *Philosophical society.*
Proceedings. Vol. 24(1892/93). 8:o.
Halle. *Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher.*
Nova Acta. T. 57—58. 1892—93. 4:o.
Leopoldina. H. 28(1892). 4:o.
Katalog der Bibliothek. Lief. 4. 1893. 8:o.
Ithaca, N. Y. *Cornell university.*
Library bulletin. N:o 34. 1893. 8:o.
Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd 28(1893): H. 2. 8:o.
Kjöbenhavn. *Kgl. danske Videnskabernes Selskab.*
Skrifter. T. 7: N:o 8—9. 1893. 4:o.
Oversigt over Forhandlinger. 1893: N:o 2. 8:o.
London. *R. Microscopical society.*
Journal. 1893: P. 6. 8:o.
Madison. *Wisconsin academy of sciences, arts and letters.*
Transactions. Vol. 9: P. 1(1892—93). 8:o.
Mexico. *Sociedad científica »Antonio Alzate».*
Memorias y revista. T. 7(1893/94): N:o 3—4. 8:o.
New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 9(1893): N:o 4. 8:o.
— *Academy of sciences.*
Annals. Vol. 8(1893): N:o 1—3. 8:o.

Paris. *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 21(1893): N:o 2. 8:o.
— *Société de géographie.*
Comptes rendus des séances. 1893: N:o 15, 17—18. 8:o.
— *Rédaction de la Feuille des jeunes naturalistes.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 24(1893/94): N:o 279. 8:o.
Philadelphia. *Academy of natural sciences.*
Proceedings. 1893: P. 2. 8:o.
Rio de Janeiro. *Observatorio.*
Annuario. 1893. 8:o.
New Haven, Conn. *Editors of the American journal of science.*
The American journal of science. (3) Vol. 45—46(1893). 8:o.
Tacubaya. *Observatorio astronómico nacional.*
Anuario. Año 14(1894). 8:o.
Tokio. *Kaiserl.-japanische Universität.*
Mittheilungen aus der medicinischen Facultät. Bd 2: N:o 1. 1893. 4:o.
Topeka. *Kansas academy of science.*
Transactions. Vol. 13(1891—92). 8:o.
Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Memorie. (2) T. 43. 1893. 4:o.

Af utgifvaren.
Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. Eneström. N. F. 7(1893): N:o 1—4. 8:o.

Af författarne.
Andersson, G., Studier öfver svenska växtarters utbredning och invandringsvägar. Lund 1893. 8:o.
— Om metoden för botanisk undersökning af olika torfslag. Jönköping 1893. 8:o.
Mitscherlich, A., Erinnerung an Eilhard Mitscherlich, 1794—1863. Berlin 1894. 8:o.

Stockholm, 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 2.

Onsdagen den 14 Februari.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs att Akademiens utländske ledamot, Professorn i Kirurgi vid universitetet i Wien THEODOR BILLROTH med döden afgått.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Docenten H. MUNTHE med titel: »Den svenska hydrografiska expeditionen år 1877, afdelningen III».

Berättelser om resor, som med understöd af Akademien blifvit under sistlidne sommar utförda, hade blifvit afgifna af Filos. Doktor J. R. JUNGNER, Amanuensen G. ANDERSSON och Filos. Kandidaten A. G. KELLGREN.

Hr GYLDÉN öfverlemnade sitt nyligen utkomna arbete: »Traité analytique des orbites absolues de huit planètes principales. T. I. Théorie générale des orbites absolues», samt lem-

nade en redogörelse för anledningen till arbetets tillkomst och den utkomna delens hufvudsakliga innehåll.

Hr KLASON meddelade en uppsats af Ingeniören G. E. CASSEL: »Electrolytically deposited metals».

Amanuensen G. ANDERSSON lemnade en redogörelse för de undersökningar, som han med understöd af Akademien utfört öfver qvartära växtförande aflagringar inom södra och mellersta Sverige, samt framhöll dervid särskildt nivåförändringarnes förhållande till vår floras vigtigaste elements invandringstid.

Hr WITTROCK öfverlemnade till införande i Akademiens skrifter följande tre uppsatser: 1:o) »Ueber den Mechanismus der Schizanthus-Blüte», af Docenten O. JUEL*; 2:o) »Teratologische Beitträge», af Amanuensen O. EKSTAM*; 3:o) »Zur Kenntniss der Blütenbestäubung auf Novaja Semlja», af densamme*.

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Achieracien aus Norwegisch-Finnmarken, von Professor TH. M. FRIES in den Jahren 1857 und 1864 gesammelt», af Med. Doktor M. ELFSTRAND (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.); 2:o) »Om acidyl-formionernas reaktionsförhållanden», af Docenten W. ABENIUS (se Bihang etc.); 3:o) »Försök angående SORETS princip», af Docenten S. ARRHENIUS*; 4:o) »Magnetiska deklinations-observationer utförda på svenska kuster af svenska sjöofficerare åren 1852—1855, reducerade af V. CARLHEIN-GYLLENSKÖLD»*.

Af de *Letterstedtska* räntemedlen till pris för förtjenstfulla originalarbeten och vigtiga upptäckter beslöt Akademien att bilda två lika pris, af hvilka det ena anvisades åt Professorn H. GYLDÉN för hans ofvannämnda arbete: »Traité analytique des orbites absolues des huit planètes principales», Tome I, och det andra åt f. d. Professorn A. NYBLÆUS för hans arbete: »Den filosofiska forskningen i Sverige».

Det *Letterstedtska* priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket skulle öfverlemnas åt Kanslirådet N. F. SANDER för hans öfversättning af Eddasångerna.

De *Letterstedtska* räntemedlen för maktpåliggande undersökningar skulle ställas till Professor A. G. NATHORSTS förfogande för anordnande enligt en företedd plan af fortsatta undersökningar af svenska torfmossar med afseende på den skandinaviska vegetationens historia.

På hemställan af Professor Bergianus Hr WITTROCK beslöt Akademien, att vid *Bergianska* Stiftelsen skulle från och med den 1 Mars detta år anställas en särskild botanisk trädgårdsmästare för skötseln af trädgårdens vetenskapligt-botaniska afdelning, och antogs härtill Herr C. W. HARTMAN.

Följande skänker anmäldes

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Statistiska centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 4 häften. 4:o.
— *Sveriges geologiska undersökning.*
Ser. Aa. Kartblad, 1 : 50,000, med beskrifn. N:o 108—109. Fol. & 8:o.
» Ab. » 1 : 200,000, » » N:o 13—15. Fol. & 8:o.
» Bb. Specialkartor. N:o 7. Fol. & 8:o.
» C. Afhandlingar och uppsatser. N:o 112, 116—134. 1891—93. 8:o & 4:o.
Systematisk förteckning öfver offentliggjorda arbeten, 1862—93. 8:o.
— *Entomologiska föreningen.*
Entomologisk tidskrift. Årg. 14(1893): H. 1—4. 8:o.
— *Geologiska föreningen.*
Förhandlingar. Bd 15(1893). 8:o.
Sachsen. Geologische Landesuntersuchung.
Geologische Specialkarte des Königreichs Sachsen. Bd. 23 & 38, 39 & 24, 50, 66, 70, 82, 84. 1892 - 93. Fol. & 8:o.
Spanien. Comisión del mapa geológico.
Mapa geológico de España. Hoja 1, 3—5, 7, 9, 11, 13—15. 1893. Fol.
Portugal. Direction des travaux géologiques.
Description de la faune jurassique du Portugal.
CHOFFAT, P., Céphalopodes. Sér. 1. 1893. 4:o.
— Mollusques Lamellibranches. Liv. 1. 1893. 4:o.
— *Svenska sällskapet för antropologi och geografi.*
Ymer. Årg. 12(1892): H. 1—4. 8:o.
— *K. Landtbruks-akademiens experimentalfält.*
Meddelanden. N:o 21, 23—24. 1893. 8:o.
Abbeville. *Société d'émulation.*
Mémoires. T. 18: P. 2. 1893. 8:o.
Bulletin. 1892: 2—4. 8:o.

Angers. *Société d'études scientifiques.*
Bulletin. Nouv. Sér. Année 21(1891). 8:o.
Auxerre. *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*
Bulletin. Vol. 46(1892). 8:o.
Berlin. *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. 1890: H. 3. 4:o.
— *K. Preussische geologische Landesanstalt.*
Abhandlungen. N. F. H. 14. 1893. 8:o.
Besançon. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*
Procès-verbaux et mémoires. Année 1892. 8:o.
— *Observatoire astronomique, chronométrique et météorologique.*
Bulletin chronométrique. 3—5. 1891—93. 4:o.
Bulletin météorologique. 4—7. 1891—92. 4:o.
Gruey, L. J., Le stréphoscope universel. Paris 1883. 8:o.
— Instruments astronomiques. Paris 1891. 8:o.
— Les formules écliptiques de Hansen. Paris 1892. 8:o.
— La formule générale de Encke. Paris 1893. 8:o.
Bordeaux. *Société Linnéenne.*
Actes. Vol. 45(1891/92). 8:o.
— *Société des sciences physiques et naturelles.*
Mémoires. (4) T. 1, 3: 1 & App. 1892—93. 8:o.
Boston. *Boston society of natural history.*
Memoirs. Vol. 4: N:o 11. 1893. 4:o.
Proceedings. Vol. 26: P. 1(1892/93). 8:o.
Occasional papers. 4 & maps. 1893. 8:o.
Breslau. *Verein für schlesische Insektenkunde.*
Zeitschrift für Entomologie. N. F. H. 18. 1893. 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts.*
Annuaire. Année 60(1894). 12:o.
Bulletin. (3) T. 26(1893): N:o 12. 8:o.
— *Société belge de microscopie.*
Bulletin. Année 20(1893/94): N:o 1—3. 8:o.
Caen. *Société Linnéenne de Normandie.*
Bulletin. (4) Vol. 6(1892). 8:o.
Cambridge, U. S. A. *Museum of comparative zoölogy at Harvard college.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 4. 1894. 8:o.
Annual report of the curator. 1892/93. 8:o.
Danzig. *Westpreussisches Provinzial-Museum.*
Bericht über die Verwaltung der naturhistorischen, archäologischen und ethnologischen Sammlungen. 1893. 4:o.
Dijon. *Académie des sciences, arts et belles-lettres.*
Mémoires. (4) T. 3(1892). 8:o.
Freiburg i. B. *Naturforschende Gesellschaft.*
Berichte. Bd 8. 1894. 8:o.

(Forts. å sid. 50.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 2
Stockholm.

Electrolytically deposited metals.

By G. E. Cassel.

[Communicated 1894, February 14 by P. Klason.]

In the arts of electrometallurgi and electroplating it is naturally of great importance that the metals be deposited in a hard, firm and coherant condition. The receipes given in the textbooks on this subject differ with every metal, and it is very difficult to foresay under which conditions a metal can be obtained in a desirable form. The following investigations have been made in order to throw some light on this complicated subject.

We will then first endeavour to prove that in nearly all known practical processes the deposited metal is a secundary product; then we shall demonstrate, that it is convenient to divide the metals in two classes, which differ from each other in respect to the circumstances, under which they are deposited in a firm condition.

If a salt dissolved in water be decomposed electrolytically, not only the positive ion of the salt appears at the cathode; it is accompained by hydrogen. The presence of this gas is accounted for, partly by a minute decomposition of the water and partly by the decomposition of the acid present in the salt. Even though the water and the salt be fully neutral the latter when dissolved is partly dissociated; besides this free acid in the imediate presence of the cathode is always generated during electro-

lysis. In many cases there are more than one salt in solution and consequently there are often a number of different ions simultaniously present at the cathode. By reason of these facts it must be of importance to determine which of the ions are deposited first and mostly.

Former authors have advanced the theory, that those substances are chiefly decomposed, who absorbe the least energie, and this opinion was made plausible by referring to the fact, that the least positive metal always appeared as the end-product. This circumstance depends however on purely secundary and chemical processes.

Other authors considered that the current is transmitted exclusively by one of the substances present in the solution.[1])

The latest researches on this subject have by Arrhenii dissociation theory come to quite a different result. When the current can be transmitted only by the dissociated molecules or the ions,[2]) the relative amount of the primary deposited ions must be proportional to its electrical conductivity.[3]) Now when the conduction resistance declinates while the positive ion increases in strength, the most positive metals must be deposited primal and mostly; but is this the case, then the less positive metals must in accordance with ordinary laws of chemistry be substituted and received as the end-product of the process on the cathode.

We shall prove, that this kind of deposition must be the aim of everyone, who endeavoure to obtain satisfactory results in electrodeposition of metals, and that in fact nearly all known processes are based on this principle.

Some metals, as for instance copper and silver, can be obtained from a very acidulated solution and it is a rule in copper refineries to add sulphuric acid in order to decrease the conduction resistance. In this case the secondary processes are parti-

---

[1]) Magnus, Pogg. Ann. 102, s. 23, 1857.

[2]) Arrhenius, Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893, N:o 2, 115.

[3]) Hittorf, Pogg. Ann. 103, s. 48, 1858, and Buff, Ann. Chem. u. Pharm. 105, s. 156, 1858.

cularly palpable: if water acidutated with sulphuric acid is electrolysed, hydrogen is received in a quantity fully equivalent to the current; but if cristals of cupric sulphate are added, the gas ceases immediately to evolve and copper is now deposited in a quantity equivalent with the current.[1]) Now when the conductivity of H_2SO_4 is about ten times as great as that of $CuSO_4$, there is no plausible reason why, by merely adding the salt, the current should cease to be transmitted by the acid in order to be transferred exclusively by the salt. The fact is, that by the presence of this acid the conduction capacity of $CuSO_4$ is still further deprimated, so that it is safe to assert, that over 90 % of the current are transmitted by the ion H; and when this gas does not appear in free form it must have substituted Cu from the solution. If the density of the current exeeds a limit, fixed by the temperature and the concentration of the solution,[2]) the H-ions are deposited so rapidly after each other that the diffussion of the liquid has not sufficient time to supply the cathode with fresh molecules of $CuSO_4$: Hydrogen is evolved and the weight of the deposited copper is no longer equivalent to the current.

The gas referred to appears earlier and with less density of current if the diffussion of the liquid is diminished as by lowering the temperature[3]) or by placing the electrodes horisontal with the cathode above the anode.[4])

The hand-books on this subject give a great number of different recipes for the electro-deposition of those metals, which cannot be obtained from an acidulated solution. According to these prescriptions alkaline salts are generally added to the electrolyte in great quantities. Thus, if iron is to be deposited, the following solution may be used:

---

[1]) The experiment must be made with a density of current, not exceeding 50 ampère per m^2 and by a temperature not lower than 15° C.

[2]) VOLKMAR, »Betrieb der Galvanoplastik mit dynamoelektrischen Maschinen, zu Zwecken der Graphischen Künst» 1888, s. 38, samt GORE, Electrolytic Separation of metals s. 105.

[3]) PHANHAUSER, Metallplätirung und Galvanoplastik 1890, s. 140, samt LANGBEIN, Galvanische Metallniederschläge 1886, s. 104.

[4]) SMEE, Phil. Mag. 25, s. 437, 1844.

$FeSO_4$	135 gr.
H_4NCl	100 gr.
H_2O	1,000 gr.[1])

and the following is claimed to be a good nikel solution.

$NiCl_2$	500 gr.
H_4NCl	500 gr.
H_2O	1,200 gr.[2])

Now, if $FeSO_4$ or $NiCl_2$ be elektrolysed alone the metals will be more or less dentritic and can not be polished. When the conductivity of H_4NCl is greater than of both $NiCl_2$ and $FeSO_4$ and when no hydrogen is evolved during the process, it is evident, that the main part of the deposited metals is the result of a chemical reduction by ammonium. In the same manner it is easy to explain the necessity of adding any alkaline-salt prescribed by authors on this subject.

It is, however, not only the alkaline salts which can be used for this purpose; it is only necessary that the salt in question by decomposition gives a cation, which is more positive and has a greater conductivity than the metal, that is to be deposited. Thus, if zincsulphate be electrolysed with an ordinary density of current and by a temperature of about 15° C. the metal is spoungey. But if a concentrated solution of the sulphates of K, Na, Am or Al is added the zinc deposite becomes firm and hard.[3]) I have found, that sulphate of magnesia has not this effect, and the reason is that this salt has as greater conduction resistance, than sulphate of zinc.

By reason of the fact, that secondary processes very often regulate the results of the electrolytical deposition of metals I have found reason to divide the metals in two classes: the first class embraces metals more positive than hydrogen. the second class comprises those less positive. The reason why the metals

---

[1]) LANGBEIN, Galvanische Metallniederschläge 1886, s. 227.

[2]) » » » » s. 114.

[3]) HERMANN, D. R. P. N:r 24,682, 24 April 1883; E. PLACET et J. BONNET, Svenska patentet N:r 4257.

must be referred to hydrogen is, that this gas is always present; besides this it is evident, that if a metal is more positive than hydrogen, the latter will be substituted by the former, partly by reason of the presence of water and partly by the presence of free acid. In this way the deposited metal becomes mixed with oxides, while the liberated hydrogen unites with the metal. These two circumstances are the two main reasons of spoungey deposites.

In order to foresay, to which of the two classes a metal belongs, I have made the following experiment:

A glass vessel was filled successively first with a normal solution of H_2SO_4, then with HCl and lastly with HNO_3. A glass tube, the end of which was drawn out to a capillary point, was filled with different salt solutions, so that the same acid always existed in the glass tube and in the vessel; on a platinumplate was then deposited spoungey platinum from acidulated $PtCl_4$. This plate was coated electrolytically with hydrogen by electrolysing $^1/_{10}$ normal solution of the acid, which for the time being existed in the glass vessel. The glass tube and the platinumplate were then placed in this vessel and the metal to be examined was introduced in the tube. The experiment was so arranged, that this metal always constituted the positive part of the salt in the tube; the metal was then connected with one poole of a condensator, while the other was connected with the platinumplate. The condensator was then discharged through a Thomson galvanometer. The platinumplate was coated with hydrogen with a density of current of 1,6 ampère per cm^2 during a time of three minutes and three minutes after the charge the galvanometer was observed. The examined metal was thoroughly cleaned immediately before each experiment.

The following table gives the result; whether a metal is more or less positive as against hydrogen is indicated by + and — in the last column:

Metal.	Solution in tube.	Solution in vessel.	Galvanom.
Mg	$MgSO_4$	H_2SO_4	+
Zn	$ZnSO_4$	»	+
Ni	$NiSO_4$	»	+
Fe	$FeSO_4$	»	+
Al	Al_23SO_4	»	+
Cu	$CuSO_4$	»	—
Ag	Ag_2SO_4	»	—
Zn	$ZnCl_2$	HCl	+
Sn	$SnCl_2$	»	+
Pb	$PbCl_2$	»	+
Bi	$BiCl_3$	»	—
Sb	$SbCl_3$	»	—
Zn	$Zn2NO_3$	HNO_3	+
Pb	$Pb2NO_3$	»	+
Ag	$AgNO_3$	»	—
Hg	$Hg2NO_3$	»	—
Fe	Fe_26NO_3	»	+

The relative position of the metals according to this experiment is indicated by the following table:

Mg, Al, Zn, Fe, Ni, Co, Pb, Sn, H, Cu, Hg, Bi, Sb, Ag.

This series is of course dependent on the electronegative part of the salt, but is correct when the unorganic acids referred to are used.

With the exeption of Mg (and Al), these metals can be deposited from aqueous solutions, and if deposited secundary, they are all obtained under the same conditions, in regard to temperature, density of current etc. But if deposited from a solution, which only contains one salt, whose electronegative part is a strong unorganic acid, the above named conditions will vary with each of the two classes referred to.

In such a case free acid will always be present, and hydrogen will be evolved, unless the metal in the solution can be substituted. This liberation of hydrogen is however to be prevented: In the first class by reducing the amount of deposited hydrogen in

proportion to the deposited metal, and in the second class by favouring the secondary processes as much as possible.

It is evident that the two classes are to be treated in an althogether different manner, when deposited out of the solutions referred to, and the following account will show, that the results obtained, in practical operations prove this statement. The handbooks from which these statements are taken, do not and can not claim to be scientific literature, but are reliable by reason of the fact, that their receipes are founded on direct practical experiments.

As we have mentioned, there are three different circumstances, which are to be taken in consideration, viz: 1:o) the density of current, 2:o) the temperature, 3:o) the condition of the electrolyte.

I. Density of current.

The first class of metals, which embraces metals more positive than hydrogen, can be represented by zinc. If deposited from a solution of f. inst. their sulphates, they generally require a very high density of current. Kiliani[1]) found, while electrolysing a concentrated, neutral solution of sulphate of zinc, that with increased density of current the metal obtained was better, while the amount of hydrogen evolved in proportion to the deposited metal decreased. In one of his experiments he obtained the follwoing results:

Ampère per m^2.	Hydrogen evolved in c. c. per 1.5 gr. Zn.	The condition of the deposite:
7	2.40	very spoungey
18	2.27	d:o
38	0.56	d:o
158	0.43	somewhat firmer, spoungey on the edges.
316	0.33	the metal can still be rubbed off
1,843	—	very firm, white and bright
19,181	—	d:o d:o

[1]) KILANI, Berg- u. Hüttenztg. 1883, s. 251.

It will be seen that the total amount of hydrogen increased with the current while the relative amount as compared with the deposited metal steadily decreases, and that a good deposite is not obtained before hydrogen practically ceases to be liberated.

It has long been known, that potassium and sodium can be obtained from a aqueous solution by using a high density of current and it was by the same means that Bunsen[1]) succeded in depositing chromium and manganese. He used concentrated sodution of chloride and a density of current of 6,700 ampère per m^2. If the density of current by any reason decreased, nothing but spoungey oxidated metal was obtained.

The second class, containing metals less positive than hydrogen and represented by copper, cannot be obtained in a good condition from a solution of their sulphates, unless the density of current is kept comparatively low. In copper refineries the density varies between 50 and 170 ampère per m^2, dependant on other circumstances such as temperature, condition of electrolyte etc., and if these limits are exeeded, hydrogen would be liberated, and uniting with the metal the deposite becomes more or less spoungey.

If a solution of $AgNO_3$ is electrolysed under a high density of current hydrogen is evolved and a dark spoungey deposite is received on the cathode.[2]) If an aqueous solution of auric chloride be electrolysed a good metal is obtained by low density of current, while a high density gives a noncoherant and spoungey deposit.[3])

The difference between the two classes in this respect is easily explained. The metals belonging to the first class must be deposited rapidly, in order to prevent the water, the free acid and the hydrogen from uniting with the deposit, while the metals belonging to the second class must be deposited slowly

[1]) The chemist N:o XI Aug. 1854, s. 685, 686. Pogg. Ann. Bd VIC, s. 619.
[2]) Poggendorf, Pogg. Ann. 75, s. 337, 848; Fechner, Pogg. Ann. 47, s. 2, 1839; Pristley, Nichols Journ. 1, s. 198, 1802.
[3]) Winkelman, Handbuch der Physik, Dritter Band, Erste Abtheilung, s. 481.

to enable all the hydrogen to substitute the metal from the solution and thus prevent the formation of a spoungey deposit, caused by the hydrogen uniting with the metal.

II. The temperature.

If a normal and neutral aqueous solution of $ZnSO_4$ is electrolysed no coherant deposite is reecived, if the temperature exeeds 30° C., no matter how high density of current is used. The author[1]) has corroborated the following statement by Nansen,[2]) who obtained good zinc under the following conditions:

Ampère per m²	0°	10°	20°	30°
10	firm.	spoungey.	spoungey.	spoungey.
50	d:o	d:o	d:o	d:o
100	d:o	firm.	d:o	d:o
150	d:o	d:o	firm.	d:o
200	d:o	d:o	d:o	firm.

The second class of metals is quite different in this respect. Warburg[3]) states that if a very acidulated solution of cupric sulphate is electrolysed under a certain density of current, spoungey copper, together with a great amount of hydrogen, is received; now, if the temperature is elevated, all other conditions being the same, hydrogen ceases to evolve and the metal beeomes firm.

Certain precious metals cannot be deposited in coherant condition, unless the electrolyte is considerably heated.

For the metals, belonging to this class, and a for all other metals, deposited in the same manner i. e. secondary, as is the case in nearly all electroplating processes, handbooks prescribe that the temperature must be kept not under 20° C.[4])

The difference between the two classes is perhaps most evidently demonstrated by an experiment made by Morris and Perhause.[5]) They electrolysed a mixture of zinc sulphate and

---

[1]) I used a normal and neutral solution of Zn SO_4.
[2]) BORCHERS, Elektrometallurgie 1891, s. 95.
[3]) WARBURG, Pogg. Ann. 135, s. 118.
[4]) PHANHAUSER, Metallplätirung u. Galvanoplastik 1890, s. 140; LANGBEIN, Galvanische Metallniederschläge 1886, s. 104.
[5]) GORE, Electrochemistry, 1888, s. 112.

cupric sulphate and received brass on the cathode. By elevating the temperature more copper was deposited; by lowering the temperature more zinc was received.

Walenn[1]) states, that a deposite of nearly pure zinc may be had from the above named brass solution, if the temperature is kept by about zero.

It is not very difficult to explain the difference between the two classes in this respect: a higher temperature favours the chemical and secundary processes, and increases the diffusion of the liqvid, hence it is necessary to have a higher temperature when depositing metals by substitution.

But when a metal has to be deposited, which is more positive than hydrogen, a lower temperature must be advantagous, in as much as the diffusion of the liquid is lessened and the deposit prevented from uniting with the liberated hydrogen and the acid.

III. Condition of the liquid.

We have already referred to the detrimental influences of hydrogen on electro-deposited metals. It is natural that the amount of liberated gas increases, when free acid is added to the electrolyte, and that metal more positive than hydrogen is more corroded.

The class of metals represented by copper, can be deposited from an acidulated solution, while the other metals are very sensitive to the presence of free acid; in fact, a very small trace is sufficient to spoil the deposits. Too great a qvantity is however detrimental to all metals.

In order to avoid free acid, when it is necessary, various method can be used. In the art of electro-plating this is accomplished by using such electrolytes as zincate of potash, plumbate of potash etc., in which cases the presence of all acids is avoided.

---

[1]) WALENN, Chem. News., vol. XXXV, s. 154; WATT, Dictionary of chemistry, vol. VII, s. 382.

Sometimes organic acids such as $H_2O_2C_2O_2$ are used. These are generally oxidated to CO_2 by the current, and thus hydrogen is prevented being liberated at the same time as the acid is not strong enough to corrode the deposit.

Classen[1]) recommends the use of this acid for all metals when electrolysing for analyctical purposes; for metals, which according to our experiment are less positive than hydrogen his handbook contains however receipes prescribing electrolytes consisting of unorganic salts in acidulated solutions.

From what has been said it is evident, that the two classes are very different from each other, and that this diversity, existing by reason of their different relations to electro-deposited hydrogen, fully warrants the classification.

Stockholm and Royal Technical College, January 20th 1894.

---

[1]) CLASSEN, Elektrolyse 1893. D. R. P. N:r 17864, Klasse 48; VÖGEL und RÖSSING, Handbuch der Elektrochemie 1891, s. 51.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 38.)

Genova. *Museo civico di storia naturale.*
Annali. (2) Vol. 13(1893). 8:o.
's-Gravenhage. *Ministerie van binnenlandsche zaken.*
Kops, J., & van Eeden, F. W., Flora Batava. Afl. 303—304. Leiden 1893. 4:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Weber, W., Werke. Bd 4, 6. Berlin 1894. 8:o.
Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Wetterbericht. Jahrg. 18(1893). N:o 1—365. Fol.
» Korrekturen und Nachträge. 1893: 1—7. Fol.
Kharkow. *Université Impériale.*
Annales. 1893: Kn. 1—4. 8:o.
Krakau. *Académie des sciences.*
Acta rectoralia almæ universitatis studii Cracoviensis inde ab anno 1469. T. 1: Fasc. 2. 1893. 8:o.
Biblioteka pisarzów Polskich. 27. 1893. 8:o.
Bulletin international. 1893: N:o 10. 8:o.
Kristiania. *Editorial committee of the Norwegian North-Atlantic expedition.*
Den norske Nordhavs-Expedition, 1876—78. 22. 1893. 4:o.
— *Norske Gradmaalingskommission.*
Vandstandsobservationer. H. 5. 1893. 4:o.
— *Det norske Justervæsen.*
Aarsberetning. 16(1891/92)—17(1892/93). 8:o.
Leiden. *Sterrenwacht.*
Verslag van den staat. 1890/92, 1892/93. 8:o.
Catalogus van de boeken aanwezig in de bibliotheek. Suppl. 3. 1893. 8:o.
Leipzig. *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 28(1893): H. 4. 8:o.
Lima. *Sociedad geográfica.*
Boletin. T. 3(1893): Cuad. 2. 8:o.
London. *Royal Society.*
Proceedings. Vol. 54(1893/94): N:o 328—329. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 2. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 63—64(1893): 12; 65—66(1894): 1—2. 8:o.
Proceedings. Session 1893/94: N:o 131—132. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 50(1894): P. 1. 8:o.
— *Meteorological office.*
Daily weather report. Year 1893: N:o 1—365. 4:o.

(Forts. å sid. 85.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 2.
Stockholm.

Magnetiska deklinations-observationer utförda på svenska kuster af svenska sjöofficerare åren 1852—1855 reducerade af

V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD.

[Meddeladt den 14 februari 1894 genom R. RUBENSON.]

Under åren 1852—1855 utförde på uppdrag af Sjökarteverket officerare ur svenska flottan bestämningar af missvisningen vid våra kuster och i sjön Venern. Resultaten af dessa observationer finnas publicerade 1857 af WARBERG i en skrift med titeln *Om svenska Sjökarteverket*, och i 13:de bandet af *Öfversigt af K. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar*.

Om dessa observationer införas på en karta uppenbara sig vissa oregelbundenheter, hvilka låta misstänka konstanta fel i de olika observationsserierna, som utförts med olika instrument och af skilda observatörer. Jag har derför företagit en undersökning af de använda instrumenten för att bestämma deras fel och af observationerna göra allt det bruk de tillåta, så mycket mer som de till största delen äro gjorda på orter der nyare observationer saknas. Numera aflidne chefen för Kongl. Sjökarteverket, kommendör ARWIDSSON har underlättat detta arbete genom att gifva mig tillgång till manuskripten till observationerna, hvilka förvaras i K. Sjökarteverkets arkiv.

Sommaren 1852 gjorde V. AF KLINT en serie observationer på 31 punkter på östra kusten ifrån Skanör till Grönskär,

samt på Öland och Gotland; följande sommar fortsatte han sina bestämningar på 23 punkter i sjön Venern. Observationerna utfördes med tvenne azimutkompasser af PISTOR och MARTINS, den ena tillhörig Stockholms navigationsskola (kompass *A*), den andra af Förvaltningen af sjöärendena, numera K. Sjökarteverket (kompass *B*). Vidare upplysningar inhemtas af följande utdrag ur KLINTS berättelser om resorna:

»Af de tvenne azimutkompasserna visade sig kompassen *A* vara den bästa, ehuru båda voro af mindre god beskaffenhet och vid observationerna ständigt behöfde purras.»

»Professor N. G. SEFSTRÖM, som uti Jernkontorets Annaler för år 1839, 2:a häftet, p. 277—278 äfven beskrifvit detta slags kompass, äfven kallade prismakompasser, anser, att den magnetikala azimutvinkeln, med ifrågavarande instrument, ej kan erhållas noggrannare än på $^1/_2$° à 1 $^1/_2$°.»

»I allmänhet äro med hvardera kompassen tagna 10 serier med 5 observationer i hvarje, så att ett medium af 50 observationer med hvardera kompassen erhållits för de flesta observationsställena.»

Båda de använda instrumenten äro emellertid behäftade med betydliga fel, hvilka jag sökt bestämma dels genom direkt jemförelse med absoluta deklinationen i Upsala magnethus, dels genom sammanställning af resultaten från KLINTS resor med ARWIDSSONS 1860 och mina egna 1886 och 1892, reducerade till samma epok som de förra.

Indexfelet på Sjökarteverkets azimutkompass *B* bestämdes den 12 november 1892 i Upsala magnethus genom jemförelse med samma verks Lamontska teodolit, signerad med n° 14; för denna absoluta deklinationsbestämning är redogjordt i min *Mémoire sur le magnétisme terrestre dans la Suède méridionale.* Dervid befanns i medeltal af 30 afläsningar indexfelet

$$i'' = -1^\circ\, 3'.1.$$

Differensen mellan denna kompass och den andra kompassen *A*, bestämdes den 4 januari 1893 i Navigationsskolans observa-

torium, och befanns i medeltal af 50 afläsningar på hvardera kompassen,

$$i'' - i' = -38'.5,$$

hvaraf man kan sluta sig till inderfelet för kompass A,

$$i' = -24'.6.$$

Dessa korrektioner hafva äfven approximativt beräknats ur observationerna gjorda år 1852 och 1853 jemförda med ARWIDSSONS och mina egna. Vid reduktion af dessa senare till samma epok ha vi antagit det årliga aftagandet i deklination till 7'.5, hvilket föga skiljer sig från det rätta.

Härvid är att märka att indexfelet på kompassen B undergått flera förändringar. Denna kompass begagnades ensam under första resan 1852; nålens riktningskraft var då så svag att KLINT måst magnetisera om den, hvilket skedde i Karlskrona, som jag antar mellan den 2 och 5 juli. Före början af resan följande år måste nålen ha undergått ännu en stor förändring, då indexfelet ändrats betydligt.

Delas komparationerna i olika grupper efter tiden under hvilka de blifvit gjorda, erhåller man för kompassen B följande indexfel:

	Indexfel enligt jemförelse med CARLHEIM-GYLLENSKÖLD.	Indexfel enligt jemförelse med ARWIDSSON.	Medeltal.
Under 1852 års resa, före ommagn.	+ 33'.5	+ 49'.1	+ 41'.3 (9 jemf.)
» efter »	+ 1° 5.9	+ 1° 12.5	+ 1° 9'.2 (8 »)

Under följande året gjorda 22 direkta jemförelser mellan de båda kompasserna gifva följande resultat

$$i'' - i' = -27'.8,$$

hvarjemte en jemförelse med ARWIDSSONS och mina egna senare observationer ger för medelvärdet af båda nålarne

$$\frac{i' + i''}{2} = -41'.5;$$

hvaraf man finner, under år 1853,

För kompassen *A*. . . . . $i' = -27'.6$
» *B*. . . . . $i'' = -55'.4$

Dessa värden öfverensstämma mycket nära med de som funnits ur de direkta komparationerna trettio år senare, och hvilka senare utan tvekan blifvit använda för reduktion af observationerna från 1853.

Emedan de båda kompasserna voro af mycket olika godhet har jag gifvit observationerna med dem olika stor vigt, hvilken jag bestämt på följande sätt. Observationerna utfördes under år 1853 vid hvarje station dels af dåvarande premierlöjtnant V. AF KLINT, dels af kanonier-korporal NORDQVIST. Skilnaden mellan de båda observatörernas resultat ger ett mått för sannolika felet i en observation med de båda instrumenten. Som denna skilnad i medeltal uppgår för kompassen *A* till 12'.5, för kompassen *B* till 24'.7, har jag gifvit åt observationerna med den senare $^1/_4$ så stor vigt som åt den förra.

KLINT medförde äfven »en inklinationskompass förfärdigad af F. BERG, Stockholm, hvilket sistnämde instrument i anseende till ständigt blåsväder och i öfrigt för dess grofva konstruktion, högst sällan begagnades.» Jag finner i observationsjournalen en enda observation, gjord vid Hästholmen den 6 juli e. m., hvilken gaf en inklination af 72° 50'.

Sommaren 1854 gjorde dåvarande sekundlöjtnant TH. ARWIDSSON en serie observationer på 28 punkter af svenska kusten ifrån Stockholms skärgård till Haparanda. Observationerna utfördes med en LAMONTS teodolit af enkel konstruktion tillhörig K. Vetenskaps-Akademien. Följande sommar observerade C. A. PETTERSON med samma instrument på 17 punkter utefter vestkusten ifrån norska gränsen till Skanör.

ARWIDSSON omnämner i berättelsen om sin resa särskildt vissa lokalattraktioner han iakttagit. Hvad han härom säger torde förtjena anföras.

»Vid observationerna på de sydligare belägna punkterna anmärkte jag icke någon lokalattraktion på magnetnålen, men vid några af de nordligare, såsom Stor-Rebben, Malören etc., fästades min uppmärksamhet på en mängd der befintliga, till utseendet jernhaltiga, svartaktiga och ofta rostfärgade större och mindre stenblock. Vid försök med mindre stycken af dessa försattes deklinationsapparatens nål i starka oscillationer och visade således omöjligheten att å sådana ställen verkställa observationer. Detta förhållande förorsakade mig ofta betydligt besvär för att uppleta punkter som tycktes fria från lokalattraktion, hvilket dessutom alltid i viss mån blef osäkert, då jag äfven i sandstränder eller å smärre sandholmar strax under ytan upptäckte stenar af ofvannämda utseende. Sedan jag vid ankomsten till Haaparanta fullständigt beräknat hela observationsserien, beslöt jag att vid Malören, Norra Espen och Stor-Rebben utföra nya observationer för att kontrollera de derstädes förut gjorda, äfvensom jag utvalde Rödkallen till en ny mellanpunkt. Tvenne nya observationer vid Malören gåfvo nära öfverensstämmande värden på deklinationen nemligen 7° 8′ och 7° 12′, hvilka jag antagit vara goda; den första observationen derstädes gaf till resultat endast 6° 37′. Vid Stor-Rebben var resultatet vid första observationen 10° 19′, hvilken olikhet mot de närmast liggande punkterna tydligen härrörde af lokalattraktion; den senare observationen gaf 7° 46′ och antogs för god. Till följd af olikheten mellan resultaten af observationerna vid Agö och Jättholmarna, och då väderleken vid observationerna å sistnämda ställe var missgynnande, gjorde jag under hemseglingen derstädes en ny deklinationsbestämmelse. Den första gaf 11° 45′, den senare 7° 53′, således derstädes en stark lokalattraktion. Den första eller 11° 45′ ligger dock ganska nära den närmast nord om belägna punktens, Brämö kalf, deklination 11° 25′, men säkert torde dock vara att utesluta Jättholmarnas deklination ur serien.»

Vid observationerna med den Lamontska teodoliten har nålen ständigt blifvit omlagd så att spegelns kollimation är eliminerad ur resultatet. Båda observatörerna omnämna i sina berättelser

detta; deremot finnes ingen anteckning att torsionen blifvit annulerad, och då båda observationsserierna synas lida af stora konstanta fel, är det sannolikt att detta har sin grund i torsion hos upphängningstråden.

En torsion af flera grader måste ha varit underkastad ganska stora vexlingar under resornas lopp, men för att åtminstone approximativt bestämma dess storlek, har jag jemfört de gamla observationerna från 1854 och 1855 med ARWIDSSONS och mina egna nyare, reducerade till de gamla observationernas epok.

För denna reduktion har jag antagit årliga aftagandet vara — 7′,5, under det att det, enligt en grundligare undersökning jag senare haft tillfälle företaga, i sjelfva verket var

1854. 5—1860. 5	—7′. 87
1855. 5—1860. 5	—7. 88
1855. 5—1892. 67	—7. 40

Det fel som uppkommer häraf uppgår endast till högst 3′ och är utan betydelse.

Sålunda har jag funnit

För observationerna 1854 . .	torsion	$\delta = +1^\circ\ 48'.7$	(ur 10 obs.)
» » 1855 . .	»	$= +1\ \ 43.\ 6$	(ur 7 obs. 1892)
» » . .	»	$= +1\ \ 48.\ 2$	(ur 3 obs. 1860)
Medeltal för 1855,		$\delta = +1\ \ 44.\ 9$	(ur 10 obs.)

Dessa värden hafva blifvit antagna för reduktionen för torsion.

Utom dessa konsta fel för indexfel och torsion, ha observationerna underkastats reduktion för daglig variation, och reducerats för sekulär variation inom hvarje serie till midten af det år hvarunder de blifvit gjorda.

Reduktionen för daglig variation har egt rum med hjelp af deklinationens dagliga variation i Upsala sådan den framgår ur observationerna under polaråret 1882—1883. För sekulära variationen har årliga aftagandet antagits till 7′. 5.

Följande tabeller innehålla resultatet af observationerna sedan de underkastats alla dessa korrektioner och reduktioner.

Geografiska lägena för observationsorterna äro tagna ur kustkartorna hörande till Sveriges Sjöatlas, och har jag bibehållit äfven sekunderna så som observatörerna sjelfva angifvit dem, emedan de sätta kommande observatörer i stånd att uppsöka i det närmaste samma lokal. Härvid är att märka att kustkartan, Lit. A, öfver Bohusbugten ifrån Kristiania till Göteborg ger longituden 4′ 10″ för ostligt, enligt WARBERGS förut citerade skrift (p. 10); med detta tal böra derför longituderna för PETTERSONS fyra första observationsorter minskas.

Observationer på deklinationen

gjorda under år 1852 af V. AF KLINT.

Observationsort.	Latitud.	Longitud från Greenwich.	Deklination 1 juli 1852.
Enskär	58° 41′ 0″	17° 27′ 35″	12° 53′
Idösund	57 42 0	16 45 15	14 52
N. Möckleby kyrka . .	56 39 35	17 0 57	12 55
Kalmar	56 39 35	16 22 0	12 19
Ystad	55 25 30	13 50 45	15 13
Skanör	55 24 52	12 50 48	12 50
Cimbrishamn	55 33 47	14 20 2	14 15
Åhus	55 55 12	14 19 20	14 11
Hanö	56 1 30	14 49 12	14 17
Drottningskär.	56 7 2	15 31 30	13 31
Utklippan	55 57 22	15 42 15	13 59
Ungskär	56 2 30	15 48 18	13 54
Kristianopel	56 15 18	16 2 47	13 40
Bergqvara	56 23 32	16 5 10	13 29
Ölands S. udde	56 11 50	16 24 0	14 18
Visby	57 38 42	18 16 0	13 20
Stora Karlsö	57 17 20	17 58 47	12 24
Envik	56 57 43	18 18 52	12 5
Östergarns holme . . .	57 26 0	19 0 22	11 39
Enholmen (Slitö) . . .	57 41 17	18 51 15	11 3
Fårö fyr.	57 57 18	19 22 33	12 36
Döderhultsvik.	57 15 53	16 27 32	12 20
Ölands N. udde. . . .	57 22 0	17 6 5	13 38
Kråkelund	57 27 0	16 43 30	12 19
Idösund	57 42 0	16 45 15	14 1
Tonö	57 58 57	16 48 12	13 21
Häradsskär.	58 8 9	16 58 40	13 49
Arkö båk	58 29 10	16 58 43	13 58
Häfrige båk	58 36 0	17 18 20	16 10
Landsorts fyr.	58 44 22	17 51 57	13 25
Hufvudskär	58 58 0	18 34 2	11 39
Grönskär.	59 17 2	19 2 10	10 49

Observationer på deklinationen

gjorda under 1853 af V. AF KLINT.

Observationsort.	Latitud.	Longitud från Greenwich.	Deklinaton 1 juli 1853.
Thorsö	58° 50′ 5″	13° 44′ 37″	13° 58′
Djurö	58 52 18	13 28 17	15 27
Gapershult	58 58 17	13 14 30	13 58
Hästholm	59 9 22	13 9 28	13 32
Bärö	59 16 8	13 13 25	13 41
Sätersholmarna (1) . . .	59 18 8	13 34 10	15 14
Härö	59 15 0	13 44 55	17 30
Furholmarna	59 8 43	13 58 45	14 49
Fogelö	59 0 34	13 59 45	14 23
Qvarnholmen	58 52 34	13 55 0	14 54
Asparn	58 42 8	13 35 43	14 35
Hellekis	57 37 2	13 22 51	14 57
Lidköping	58 30 24	13 9 42	15 12
Nafven (2)	58 41 48	13 6 45	15 56
Flatskär (3).	58 33 6	12 55 30	14 57
Såtenäs	58 27 11	12 41 45	15 56
Venersborg	58 23 15	12 18 53	16 10
Stockenäs	58 37 35	12 37 50	15 48
Hattefuran	58 46 42	12 32 15	16 13
Dyrsundet	58 57 30	12 41 15	14 48
Åmål	59 2 55	12 43 52	15 55
Måken.	58 57 32	13 1 25	12 7
Aspholmen	58 51 54	13 12 55	14 39

Anmärkningar.

(1) Fyren vid Kycklingholmar.
(2) Ekens skärgård.
(3) Vester om Fremmerstad.

Observationer på deklinationen
utförda af TH. ARWIDSSON under år 1854.

Observationsort.	Latitud.	Longitud från Greenwich.	Deklination 1 juli 1854.	
Svenska högarna . . .	59° 26′ 48″	19° 30′ 15″	11° 14′.1	
Österhamn (1)	59 50 47	19 7 53	11 37.6	
Svartklubben	60 10 20	18 49 45	11 2.1	
Örskär	60 31 6	18 21 30	11 19.4	
Eggrund.	60 43 27	17 32 7	11 53.3	
Storgrytan (2)	61 12 0	17 10 5	11 51.8	
Storjungfrun	61 10 10	17 19 53	13 2.4	
Agö (3)	61 32 37	17 24 25	11 46.6	
Jättholmarna	61 56 30	17 29 15	13 26.8	
Brämö kalf	62 11 5	17 42 7	13 12.9	
Hernö klubb	62 36 0	18 3 40	13 19.8	
Högbonden	62 52 0	18 28 15	12 18.8	
Skags udde (4)	63 11 45	19 2 21	10 36.6	
Järnäs udde (5)	63 26 22	19 40 40	11 52.9	
Bredskär	63 39 46	20 20 37	10 39.1	
Holmö gadd	63 35 37	20 45 25	10 57.6	
Stora Fjäderägg . . .	63 48 36	21 0 30	10 43.3	
Ratan.	64 0 0	20 54 55	10 42.5	
Granholmen (6)	64 12 55	21 6 30	10 24.2	
Bjurö klubb	64 28 53	21 35 30	10 8.8	
Skellefteånäs	64 42 0	21 12 45	10 41.1	
Furuön (7)	64 55 30	21 15 30	10 22.5	
Stor-Rebben	65 12 0	21 55 53	9 36.0	
Rödkallen	65 19 40	22 22 45	9 17.4	
Norra Espen	65 25 0	22 31 5	8 49.1	
Malören	65 31 30	23 36 15	8 54.8	8° 52′.5
»	65 31 25	23 36 15	8 50.2	
Seskarön	65 43 55	23 50 20	9 41.4	
Lilla Jergar (8)	65 46 30	24 7 23	9 39.2	

Anmärkningar.

(1) Vid Arholma. — (2) Vid Ljusne. — (3) Modermegens Hamn. — (4) Gråklubben. — (5) Storklubben. — (6) Vid Gumbodafjärden. — (7) Vid Romelsön. — (8) Vid Haaparanta udd.

Observationer på deklinationen

utförda under år 1855 af C. A. Petterson.

Observationsort.	Latitud.	Longitud från Greenwich.	Deklination 1 juli 1855.	
Norra Kosterön . . .	58° 54'.1	11° 4' 0"	16° 32'.1	
Väderöarna (1)	58 35.8	11 7 0	15 32.7	
Hållö (2)	58 20.5	11 17 24	16 22.7	
Käringö.	58 6.7	11 24 0	16 44.5	
Göteborg (3)	57 42.1	11 58 0	16 0.7	
Varberg, I (4)	57 6.2	12 14 48	17 20.7	17° 21'.0
» II.	57 6.2	12 15 12	17 21.3	
Falkenberg (5)	56 53.7	12 29 18	16 48.2	
Hafredalssand	56 42.5	12 42 0	15 27.4	
Hallands Väderö . . .	56 27.1	12 34 0	15 55.7	
Torekow (6)	56 25.7	12 37 30	15 54.3	
Höganäs	56 12.7	12 34 0	15 34.6	
Hveen, I	55 53.9	12 43 12	15 12.8	15° 15'.4
» II (7)	55 53.9	12 43 0	15 18.0	
Malmö	55 36.3	12 59 48	15 10.6	
Skanör	55 25.0	12 51 0	14 20.3	
Marstrand.	57 53.3	11 37 12	16 18.4	
Nidingen	57 18.3	11 54 12	16 4.7	
Vinga, I.	57 38.1	11 36 18	16 38.6	16° 43'.3
» II (8)	57 38.1	11 36 24	16 48.0	

Anmärkningar.

(1) Observationsstället: ett litet skär strax vester om Storön.

(2) Observationsstället: en klippa strax öster om Hållö.

(3) Navigationsskolan.

(4) Som detta värde på missvisningen var oväntadt stort, anstäldes följande observationer den 21 juli på förmiddagen.

(5) Högra stranden af Ätrans mynning.

(6) Denna observation anstäldes som kontroll på den föregående.

(7) I anseede till observationsställets vigt för kortet öfver sundet, anstäldes en ny observationsserie på en punkt belägen omkring 300 alnar vester om den förra.

(8) Senare, samma dag, omkring 150 alnar öster om den förra observationspunkten, observerades ytterligare. *Obs.* Skilnaden från det förra värdet kan helt och hållet tillskrifvas dagliga variationen.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 2.
Stockholm.

Försök angående Sorets princip.

Af Svante Arrhenius.

[Meddeladt den 14 Februari 1894 genom D. G. Lindhagen.]

År 1881 fann den bekante schweiziske fysikern Soret, att om en från början homogen lösning förlägges i ett rör, hvars olika delar ha olika temperatur, så blir lösningen efter någon tids förlopp mera koncentrerad i de kallare delarne mindre koncentrerad i de varmare delarne af röret. Han verifierade sina åsigter på lösningar af klorkalium, klornatrium, klorlithium och kopparsulfat.[1]) En förökad betydelse vann Sorets princip genom van't Hoffs theoretiska undersökningar[2]) angående lösningars natur, enligt hvilka koncentrationerna i olika delar af röret i fråga skulle sträfva till ett ändtillstånd, hvilket skulle karakteriseras deraf, att koncentrationerna skulle förhålla sig omvändt som de absoluta temperaturerna på motsvarande ställen. Sorets försök med kopparsulfat stämde väl öfverens med van't Hoff's theori, men detta var alls icke förhållandet med de öfriga lösningarna. Vid Sorets försök förhöllo sig nämligen temperaturerna i de två ändarna af hans försöksrör såsom 353 : 293 = 1,205 : 1, då deremot förhållandet mellan koncentrationerna var:

för klorkalium : 1,0687 (konc. 10,4—24,6 proc.)
» klornatrium : 1,0539 (konc. 6,0—21,1 proc.)

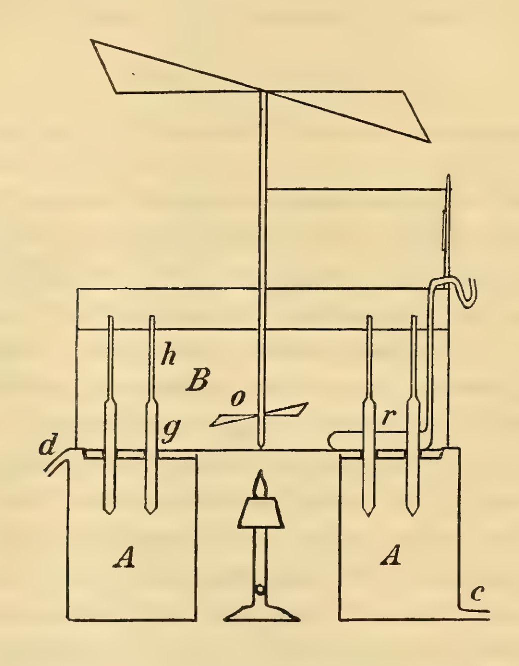
[1]) Soret: Ann. ch. phys. (5) 22, 293, 1881. Archives des Sc. phys. et nat. (3), 2, 48 (1879).

[2]) van't Hoff: Zeitschr. f. phys. Ch. I, 487 (1887). Vet. Ak. Handl. B. 21 (1885).

för klorlithium : 1,0057 (konc. 5,25—22,0 proc.)

» kopparsulfat : 1,235 (konc. 16,7—26,9 proc.)

Orsaken till denna afvikelse kunde bero på den omständigheten, att ändtillståndet var långt ifrån uppnådt under den använda försökstiden (50—56 dagar). SORET använde rör af 30 cm:s längd. Då ändtillståndet uppnås genom en diffusionsprocess och den för ernående af samma tillstånd nödiga tid förhåller sig direkt som qvadraten på rörets längd, så var det tyd-



ligt, att man skulle ha utsigt till att lyckas bättre, om man förminskade rörens längd. Utgående från detta betraktelsesätt, anstälde jag försöken på följande sätt.

Två stora cylindriska kärl *A* och *B* om hvardera 50 cm. diameter och 22 cm:s höjd voro placerade öfver hvarandra. Det undre kärlet var ringformigt och hade i midten en öppning om 19,5 cm:s diameter, i hvilken en BUNSENS brännare placerades. Kallt vatten från vattenledningen fick strömma in vid *c* i det undre kärlet och afleddes genom ett i *A*:s öfre kant placeradt

afloppsrör *d*. Det öfre kärlet var försedt med en thermoregulator *r* och omrörare *o*, hvarigenom dess temperatur hölls nära nog konstant vid 67° C. Genom strålning och ledning från det öfre kärlet *s* steg temperaturen i *A* ett tiotal grader öfver vattenledningsvattnets ursprungliga temperatur och höll sig i *A*:s öfre skikt vid i medeltal 27° C. I *B*:s botten voro cirkelformiga hål uthackade, i hvilka cylinderformiga stöd af 1 cm:s höjd och 2 c:ms diameter voro insatta. Dessa hål i *B*:s botten voro 52 till antalet och placerade på två cirklar af respektive 27,5 och 41,5 cm. diameter. I hålen fästes medelst kautsjupackning glasrör *g* af 15 centimeters höjd och 1,3 cm. yttre diameter, hvilka upptill voro försedda med en 10 cm. hög hals *h* af 0,6 cm. yttre och 0,45 cm. inre diameter. Rören voro nedtill utdragna i en öppen spets, hvilken tillslöts medelst en kort med glaspropp försedd gummislang. Af rören stodo 7 cm. inom kärlet *B* och 8 cm. lågo under *B*:s botten, så att ungefär 7 cm:s längd stack ned i kärlet *A*. Derigenom erhöllo glasrörens öfre delar temperaturen 67°, de nedersta delarna 27°. På midten af röret på en längd af ungefär 2,5 cm. på hvardera sidan om *B*:s botten var temperaturen variabel, i det densamma kontinuerligt aftog uppifrån och nedåt. Rören fyldes genom halsen med försökslösningarna, hvarpå *h* tillslöts med en kork, och fingo sedan stå orubbade under försökstiden (58 resp. 89 dagar), hvarefter lösningarna aftappades i tre skikt, af hvilka det mellersta var ungefär lika stort som två gånger hvart och ett af de andra. Om ändtillståndet uppnåtts, borde enligt VAN'T HOFFS theori koncentrationerna i de öfversta och understa skikten förhålla sig såsom $(273 + 27):(273 + 67) = 1:1{,}13$, och det mellersta skiktet borde ha en medelkoncentration. Vid en hel del fall visade det sig, att medelskiktets koncentration ej låg mellan det öfversta och nedersta skiktets; jag har antagit, att i dessa fall sluttillståndet ej varit uppnådt och anför derför ej dessa försök.

Nedanstående tabell gifver en öfversigt öfver resultaten af de försök, vid hvilka medelskiktets koncentration föll mellan det öfverstas och det nederstas. Dessa båda senare koncentrationer

äro angifna i kolumnerna 3 och 4 under C_{27} och C_{67}. I kolumnen 1 står försöksvätskan, i kolumnen 2 försökstiden angifven. Kolumnen 5 innehåller värdet på $C_{27} : C_{67}$, hvilket enligt VAN'T HOFFS theori borde vara 1,133.

Lösning.	Tid.	C_{27}	C_{67}	$C_{27} : C_{67}$
0,02 n NaOH	89 dagar	0,02084	0,0192	1,087
0,1 n NaOH	58 »	0,1053	0,0947	1,112
0,1 n NaOH	89 »	0,106	0,0944	1,123
1 n NaOH	89 »	1,077	0,923	1,167
0,02 n HCl	90 »	0,0210	0,01902	1,105
1 n HCl	90 »	1,044	0,955	1,093
0,1 n HNO_3	58 »	0,1055	0,0945	1,115
1 n HNO_3	90 »	1,059	0,941	1,125
0,1 n $\frac{BaCl_2}{2}$	90 »	0,1059	0,0942	1,125
0,1 n CH_3COOH	90 »	0,1048	0,0952	1,10
0,1 n $\frac{CuSO_4}{2}$	90 »	0,01042	0,0958	1,088
1 n $\frac{CuSO_4}{2}$	90 »	1,186	0,815	1,456
0,1 n $\frac{H_2SO_4}{2}$	90 »	0,1028	0,0972	1,058
1 n NaCl	90 »	1,024	0,976	1,049
20 % KNO_3	90 »	0,816	0,767	1,064

Af denna sammanställning framgå följande hufvudsakliga resultat:

1) De flesta försöksvätskor gifva mindre värde på förhållandet $C_{27} : C_{67}$ än VAN'T HOFFS theori fordrar. Detta kunde man möjligen antaga bero på den omständigheten, att theorien väl vore riktig, men sluttillståndet ännu ej blifvit uppnådt. Denna förklaring af de förefintliga afvikelserna kan emellertid ej användas, då det observerade värdet är större än det theoretiska, hvilket förekommer i två fall, hvaraf det ena (1 n NaOH) dock ej är synnerligen starkt utpregladt. Så mycket mera är detta

fallet med det andra exemplet 1 n $\frac{CuSO_4}{2}$ (1,456 i st. f. 1,133). Den i tabellen förekommande siffran utgör medeltalet af två observationer, hvaraf den ena ger siffran 1,44, den andra 1,47. Något tillfälligt fel kan således här ej gerna föreligga. För öfrigt stämmer denna observation på sitt sätt med SORETS, hvilken funnit att det theoretiska värdet öfverskridits vid en tid, då, att döma af de öfriga försöken, sluttillståndet ej gerna kan hafva varit ens tillnärmelsevis uppnådt. Det synes alltså genom detta försök vara ganska noga konstateradt, att i vissa fall mycket stora afvikelser från den af VAN'T HOFF föreslagna theorien kunna förekomma. Anmärkningsvärdt är, att mera utspädd kopparsulfatlösning (0,1 n $\frac{CuSO_4}{2}$) afviker något åt motsatta sidan, i det $C_{27} : C_{67}$ har värdet 1,088 (medium af två försök, som gåfvo siffrorna 1,11 resp. 1,07).

2) Åtskilliga andra försöksvätskor, nämligen 0,1 n svafvelsyra, 1 n NaCl och 20 % KNO_3 ge värden på $C_{27} : C_{67}$, som äro betydligt lägre än det theoretiska värdet. Oaktadt dessa värden möjligen skulle kunna förklaras genom det antagandet, att sluttillståndet ännu ej vid försökens afslutande var tillnärmelsevis uppnådt, så är likväl ett sådant förklaringssätt föga sannolikt. Ty de anförda försöksvätskorna ha en diffusionshastighet, som är af samma storleksordning som de lösningars, hvilka ge med det theoretiska nära öfverensstämmande värden. Det är därför ej troligt, att dessa försökskroppar skulle vara så synnerligen långt aflägsnade från ändtillståndet vid försökens afbrytande. Förmodligen afvika således dessa försöksvätskor från theorien i motsatt riktning mot 1 n kopparsulfat.

3) En tredje grupp af försöksvätskor, och denna är den talrikaste, då den består af de tio först nämda lösningarna, afvika relativt obetydligt från theoriens fordringar. Denna grupp innehåller de lösningar, som besitta den största diffussionskoefficienten (NaOH, HCl och HNO_3), men äfven ett par andra, som ej utmärka sig genom synnerligt stort värde på diffussions-

koefficienten ($BaCl_2$ och särskildt ättiksyra). Att ändtillståndet för de hastigast diffunderande af dessa kroppar var nära nog uppnådt under försökstiden (89 dagar) synes af den ringa skilnaden mellan värdena för 0,1 n NaOH vid olika försökstid (58 resp. 89 dagar). Koncentrationens inflytande tyckes för dessa kroppar i de flesta fall vara detsamma, fastän mindre utprägladt, än för kopparsulfat, i det att $C_{27} : C_{67}$ synes växa med stigande koncentration.[1]) Ganska regelbunden gång visa i detta afseende siffrorna för natronlut. Ett möjligen endast skenbart undantag från denna regel visa siffrorna för klorvätesyra. I allmänhet gifva de lösningar, som höra till denna grupp något lägre värden, än theorien fordrar. Huruvida denna jemförelsevis obetydliga afvikelse i nämnvärd mån kan förklaras derigenom, att sluttillståndet ej uppnåtts, kan endast genom ytterligare försök utredas.

De ofvan omtalade försöken kunna endast göra anspråk på att anses såsom förberedande i afseende på det behandlade problemets lösning. Då de emellertid, oaktadt deras relativa fåtalighet, lemna ett något större och mera upplysande material till frågans lösning, än det hittills publicerade, och då den Soretska principen i den nyare litteraturen ej blott intagit ett framstående rum i theoretiskt hänseende utan äfven, särskildt för utredningen af åtskilliga geologiska frågor, i vidsträckt grad blifvit tillämpad, så har jag ansett mig böra meddela de vunna resultaten. Detta har jag gjort särskildt på grund af den omständigheten, att anskaffande af nytt försöksmaterial på detta område kräfver en ovanligt lång tid.

[1]) Detta synes äfven i allmänhet vara fallet med de af Soret undersökta lösningarna.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 2.
Stockholm.

Ueber den Mechanismus der Schizanthus-Blüte.

Von O. JUEL.

[Mitgeteilt den 14. Februar 1894 durch V. B. WITTROCK.]

Die in Chile einheimische Gattung *Schizanthus* aus der Pflanzengruppe der Salpiglossideen, welche eine Art Verbindung zwischen den Familien *Solanaceæ* und *Scrophulariaceæ* bildet, zeichnet sich durch bewegliche Staubgefässe, welche beim Insektenbesuch elastisch emporschnellend den Bauch des Insekts mit dem Pollen bestäuben, aus.

HILDEBRAND hat in einem Aufsatze (Botan. Zeit. 1866, p. 74) die Blüteneinrichtung und die Bewegung der Staubgefässe bei *Schizanthus* beschrieben. Auch einige andere Gattungen, bei denen eine plötzliche Bewegung eines Organes in der Blüte durch den Insektenbesuch hervorgerufen wird, werden hier behandelt, nämlich *Indigofera*, *Medicago*, *Cytisus*, *Lopezia*.

DELPINO macht in seinen »Ulteriori Osservazioni sulla dicogamia nel regno vegetale» Parte 2, fasc. II (Atti d. Soc. Ital. d. sc. nat. in Milano 1873—74) auch Erwähnung von *Schizanthus*. In dieser Arbeit wird ein auf die Bestäubungseinrichtungen gegründetes System der entomofilen Blütenformen gegeben (p. 216). Es werden hier alle diejenigen Blütenformen, die einen dorsiventralen Bau haben, und deren Androecium, an der ventralen Seite der Blüte gelegen, mit dem Bauch des besuchenden Insekts in

Berührung kommt, als papilionacéenartige Blüten (apparecchi papilionacei) in eine Klasse zusammengebracht. Als erster Typus wird der normale oder kryptandrische Papilionacéen-Typus aufgestellt, welcher sowohl durch die Differenzirung der Kronenblätter als durch die verschlossene Lage der Geschlechtsteile charakterisirt wird. Bei allen hierher gehörigen Blüten tritt beim Insektenbesuch eine Bewegung der Blütenteile ein, wodurch der Pollen entblösst und dem Bauch des Insekts angeheftet wird. Bei der Mehrzahl dieser Blüten wird die Bewegung lediglich durch die Schwere oder die Kraft des Insekts hervorgerufen, und nachdem diese Kraft aufgehört hat zu wirken, treten die Blütenteile in die vorige Lage zurück. Aber in einigen Blüten, unter diesen auch der von *Schizanthus*, führen gewisse Blütenteile eine selbständige Bewegung aus, zu welcher durch den Insektenbesuch blos der Impuls gegeben wird, und die veränderte Lage der Blütenteile wird daher fortdauernd. DELPINO nennt dies die Form »mit Abdruck» (forma a scatto), weil die Blüte gleichwie einen Mechanismus bildet, der vom Insekt abgedrückt wird und losgeht.

Ausser den von HILDEBRAND beschriebenen Gattungen, gehören nach DELPINO (p. 142 und 265) noch die folgenden dem mit einem solchen Mechanismus versehenen Papilionacéen-artigen Typus an. Papilionaceæ: *Genista*, *Ulex*, *Spartium*, *Sarothamnus*, *Desmodium;* Fumariaceæ: *Fumaria spicata*, *Corydalis lutea* und *ochroleuca;* Polygalaceæ: *Polygala mixta*; Labiatæ: *Hyptis*, *Eriope;* Marantaceæ: alle untersuchten Gattungen.

KERNER (Pflanzenleben II, p. 264) reiht diesen noch die Papilionacéen-Gattungen *Astragalus*, *Phaca* und *Retama*, sowie nicht näher angegebene Melastomacéen an. Für derartige Mechanismen in den Blüten schlägt er den Namen Schleuderwerke vor.

Die Kraft, die in diesen Schleuderwerken wirkt, dürfte im allgemeinen eine Federkraft sein, die im Gynæcium oder im Androecium oder bisweilen auch in der Krone vorhanden ist. Vielleicht macht *Lopezia* eine Ausnahme; das Staubgefäss und

das Staminodium sollen nämlich in dieser Blüte reizbar sein,[1]) die bewegende Kraft also erst im Moment des Insektenbesuches geschafft werden. Wie das Schleuderwerk von *Schizanthus* zu Stande kommt, darüber geben die oben citirten Verfasser keinen Aufschluss, es wird von ihnen nur der Blütenbau und der Vorgang des Pollenschleuderns beschrieben. Ich werde jetzt meine eigene Untersuchung über diesen Gegenstand darlegen.

In der intakten Blüte von *Schizanthus pinnatus* liegen die beiden fertilen Staubgefässe in der kielförmigen Unterlippe der Krone eingeschlossen.[2]) Die Filamente sind dem Boden der von der Unterlippe gebildeten Rinne fest angedrückt, und die Antheren werden von der schwach gewölbten Spitze der Unterlippe eng umschlossen. Ein leiser Druck auf die letztere genügt um den Verband zwischen Staubgefässe und Krone zu lösen, die ersteren richten sich augenblicklich auf, wobei die Unterlippe ein wenig herabsinkt.

Die plötzliche, elastische Bewegung der Staubblätter liess mich vermuten, dass dieselben durch irgend einen Abdrück-Mechanismus festgehalten werden, welcher sie bei der Berührung loslässt. Zuerst richtete ich meine Aufmerksamkeit auf die Antheren, deren Lage mir etwas verdächtig vorkam. Sie scheinen nämlich in der gewölbten Unterlippenspitze festgeklemmt zu sein. Es könnte vielleicht der Druck der Unterlippe genügen um sie festzuhalten. Dem ist aber nicht so, denn man kann die beiden Lappen der Unterlippenspitze mit einer Nadel vorsichtig berühren und von den Antheren etwas entfernen, ohne dass die Staubgefässe losgelassen werden. Es sind die Filamente, die in der Rinne der Unterlippe festgehalten werden, und zwar in folgender Weise.

Die untere Seite der Staubfäden zeigt keine besondere Einrichtung zum Anhaften, sie ist ziemlich flach und völlig glatt.

---

[1]) Siehe WARMING, den Systematiske Botanik (Kjöbenh. 1884), p. 340.

[2]) Es sind die beiden schief nach vorne gerichteten Kronenlappen, welche die Unterlippe bilden, und die fertilen Staubblätter sind die ihnen benachbarten (vergl. EICHLER, Blüthendiagramme I, Fig. 118 *C*).

Aber der Boden der Rinne, in welcher sie liegen, ist von einer weissen, etwas schimmernden Schicht, die im übrigen an der Innerseite der Krone nicht vorhanden ist, bekleidet. Ein Querschnitt durch die Unterlippe (Fig. 1) zeigt, dass diese Schicht von dicht gestellten Drüsenhaaren (*a a*) gebildet wird. Die Haare entspringen aus fast allen Epidermiszellen am Boden der Rinne. Ihre Stiele bestehen aus einer einfachen Reihe von 3—4 Zellen und das Köpfchen ist eine einzige umgekehrt eiförmige Zelle (Fig. 2 *B*). Alle Zellen haben einen klaren, farblosen Inhalt, und die Endzelle ist von einer ausgeschiedenen Schleimschicht umhüllt. Die Köpfchen schliessen dicht zusammen und bilden

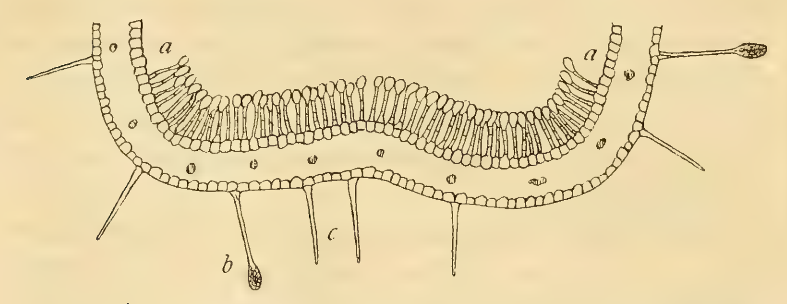


Fig. 1. Querschnitt durch den Boden der von der Unterlippe gebildeten Rinne. *a a* die Schicht der Schleimhaare, *b* gewöhnliches Drüsenhaar, *c* einzelliges Haar.

somit eine klebrige Fläche, auf welcher die beiden Filamente mit ihren flachen Unterseiten ruhen. Dass dieselben wirklich mit der Schleimschicht in Kontakt gewesen, ergibt sich daraus, dass sie an der Unterseite klebrig sind. Ein eben abgeschnittener Staubfaden, welcher mit der unteren Fläche gegen einen gereinigten Objektträger vorsichtig gerieben wird, hinterlässt an demselben eine deutliche Spur. Es geht hieraus hervor, dass die Staubgefässe vor dem Insektenbesuch mit den Filamenten an dem Boden der Unterlippe angeleimt sind. Diese Verklebung kann natürlich keine sehr feste sein, da der klebrige Stoff flüssig, und nicht eingetrocknet ist. Er hat eben die Kraft die Staubfäden in der intakten Blüte festzuhalten, aber schon ein gelinder Druck genügt um den Verband zu lösen.

Ein solcher Mechanismus, wie der eben beschriebene, ist meines Wissens bisher nicht beobachtet worden.

HILDEBRAND spricht in dem citirten Aufsatze von »Reizbarkeit eines Blütenteiles» bei *Schizanthus*. Dass hier eine Reizbewegung, etwa wie in der Blüte von *Berberis*, vorläge, ist jedoch nicht wahrscheinlich. Denn falls die die Bewegung hervorrufende Kraft erst durch die Berührung entstände, so hätte ja das Festhalten der Staubfäden keinen Sinn. Auch ist es nicht eine Berührung der Filamente, sondern ein Druck auf die Unterlippe, der das Emporschnellen der Staubgefässe hervorruft. Ohne Zweifel sind diese, wie die Staubfäden und der Griffel bei den erwähnten Papilionaceen, schon vor dem Insektenbesuch wie eine Uhrfeder gespannt. Die Spannung ist nur durch Turgor bedingt, denn in dem Filamente sind keine specifisch mechanischen Elemente vorhanden.

A B

Fig. 2. Drüsenhaare von *Schizanthus*. *A* Gewöhnliches Drüsenhaar von der Aussenseite der Krone. *B* Schleimhaar aus der Rinne der Unterlippe.

Die eben beschriebenen Schleimhaare sind von den an den übrigen Teilen der Pflanze auftretenden Haarbildungen verschieden. SCHLEPEGRELL beschreibt in einem Aufsatze über die Anatomie der Tubifloren (Bot. Centralbl., Bd. L, N:o 2, p. 35) auch die Trichome von *Schizanthus*. Es kommen einzellige, steife Haare (Fig. 1 *c*) und mehrzellige Drüsenhaare vor. Die letzteren (Fig. 2 *A*) haben einen aus mehreren Zellreihen gebildeten Stiel und ein dunkel gefärbtes vielzelliges Köpfchen, und sind also von den hier in Rede stehenden Schleimhaaren sehr verschieden. Die von SCHLEPEGRELL beschriebenen Haarformen kommen an der äusseren Fläche der Krone ziemlich reichlich vor. An der inneren Fläche treten im Schlunde, wie auch an der

oberen Seite der Staubfäden, zahlreiche einzellige spitze Haare auf. An der inneren Fläche der Kronenlappen habe ich nur die einreihigen Schleimhaare gefunden. Nur am Boden der Unterlippe bilden sie eine dichte Masse, an den übrigen Teilen des Kronensaumes treten sie vereinzelt auf. Es ist daher dies ohne Zweifel eine Form von Haaren, welche diese Pflanze speciell für den Bestäubungsmechanismus ausgebildet hat.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 2.
Stockholm.

Teratologische Beiträge.

Von Otto Ekstam.

[Mitgeteilt den 14. Februar 1894 durch V. B. Wittrock.]

1. Ueber Durchwachsung und Vergrünung bei Cornus suecica L.

Als ich mich im vorigen Sommer in Åre, Jämtland, aufhielt, fand ich am Ullfluss (Ullån) und an mehreren anderen Stellen in der Nähe von Åreskutan, besonders häufig aber am ersteren Orte, einige monströse Bildungen bei *Cornus suecica*, welche mir der Erwähnung verdient erscheinen, da, so weit mir bekannt, in der Litteratur nichts darüber zu finden ist.

I.

Bekanntlich sind die Blüten von *Cornus suecica* klein und unansehnlich, Kelch, Krone und Stempel dunkelrot, die Staubgefässe dagegen weiss. Die Blüten stehen zu einer kopfähnlichen Dolde gesammelt, und um diese herum ist in normalen Fällen ein Involucrum von vier weissen Blättern zu bemerken. Das Ganze macht von ferne den Eindruck einer weissen Blume mit dunklen Befruchtungsorganen, und damit ist die Funktion der Hüllblättchen als Anlockungsmittel von Insekten deutlich.

Bei den Exemplaren, welche ich gefunden habe, zeigten die Hüllblättchen ein auffallendes Variationsvermögen, das mir auf

einem recht grossen Gebiete ein durchgehendes zu sein schien.[1]) In den meisten Fällen waren zwei gegenständige Hüllblättchen grün, assimilierend, die übrigen weiss; seltener waren alle vier grün. Bei einigen Individuen wurde nur ein grünes Hüllblättchen angetroffen, bei anderen dagegen drei. Als seltene Eigentümlichkeit fand ich Hüllblättchen, wo die Mittelpartie normal weiss war, die Seiten hingegen grün, assimilierend. Erwähnenswert ist übrigens noch, dass mit der »Vergrünung» der Hüllblättchen stets eine bedeutende Vergrösserung ihrer Blattflächen folgte, zufolge dessen sie den Laubblättern ziemlich ähnlich waren und oft auch in der Form mit diesen übereinstimmten.

Die vergleichende anatomische Untersuchung, die ich teils an den Laubblättern, teils an den Blättern des Involucrums vornahm, ergab folgende Resultate:

Laubblatt. Die Epidermis zeigte im Tangentialschnitte buchtige Wände mit zahlreichen Spaltöffnungen auf der Unterseite des Blattes. Im Querschnitt erschien die Epidermis auf der oberen Seite des Blattes schwach papillös. Das Mesophyll zeigte eine normale Differenzierung in Palissad- und Schwammparenchym.

Laubblattartiges Involucrum. Derselbe anatomische Bau wie beim Laubblatt, ausgenommen jedoch die obere Epidermis, welche etwas papillöser erschien.

Weisses Involucrum. Epidermis auf der oberen Seite papillös, auf der unteren wie beim Laubblatt, jedoch ohne Spaltöffnungen. Das ganze Mesophyll schwammparenchymatisch, chlorophyllfrei, mit kleinen Intercellularen, welche die weisse Farbe des Blattes zu verursachen scheinen.

Zweigefärbtes Involucrum. Obere Epidermis kleinpapillig, doch waren die Papillen auf dem weissen Felde grösser als auf dem grünen, nach dem Blattrande zu abnehmend. Die Palissaden streckten sich gewöhnlich von dem Blattrande bis zum nächsten Gefässbündel, zuweilen noch etwas weiter.

---

[1]) Laut Aufgabe sollen derartige Missbildungen auch bei der Stationen Dufved und Holland bemerkt worden sein.

II.

Bei nicht so wenig Individuen wurden zwei Blütenstände vorgefunden, der eine ungefähr 5 mm. über dem andern. Solche proliferierte Infloreseenzen waren dadurch entstanden, dass die Stammspitze in der unteren Umbella noch ein Internodium, eine Blütenstandachse mit einer neuen, weniger blütenreichen Umbella in ihrem oberen Teile entwickelt hatte. Nur bei einem Individuum schien ein vegetatives Internodium und eine Blüten-



Fig. 1. — *Cornus suecica* L. Durchwachsene Umbella. (⅗).

standachse entwickelt zu sein, indem oberhalb der normalen Umbella zwei gegenständige Laubblätter auf einem kurzen, beim Insammeln noch nicht ausgewachsenen Internodium und darüber noch ein Internodium mit der anormalen Umbella vorkamen. Auch das Involucrum dieser Umbella zeigte dieselbe »Vergrünungs»-erscheinung wie die normale. Bei einem Individuum war die Hülle der unteren Dolde 4-zählig, die der oberen 5-zählig.[1])

[1]) 5-zähliges Involucrum ist bereits früher beobachtet worden. Siehe MASTERS' Pflanzen-Teratologie.



Fig. 2. — *Cornus suecica* L. Umbella, von zwei Internodien durchwachsen. ($\frac{5}{2}$).

Übrigens ist zu erwähnen, dass die Hüllblättchen in der oberen Dolde kleiner als in der unteren waren, und dass eine allgemeine Reduktion in der Grösse der Hüllblättchen wie der Blüten bei diesen Durchwachsungen zu beobachten war.

Von Interesse wäre es noch gewesen zu sehen, ob auch die Blüten des oberen Blütenstandes Früchte mit keimfähigen Samen ansetzten; zur Zeit der Fruchtreife aber war ich leider schon abgereist.

2. Über Petaloidbildung bei Primula sinensis Lindl.

Wenige Pflanzen dürften eine solche Mannigfaltigkeit in monströsen Bildungen aufweisen können wie *Primula sinensis*. Kaum ein Blütenteil dieser Pflanze ist vorhanden, der nicht bei dem einen oder anderen Individuum interessante Umbildungen zeigt. Unter diesen ist auch die Bildung von staminodienähnlichen Petaloiden zu merken. Solche sind teils bei einfachen Blüten auf der Innenseite der Kronenblätter befestigt gesehen worden und wahrscheinlich von diesen ausdifferenziert, teils auch bei gefüllten, wo in einer Anzahl Fälle wohl die Staubfädenanlage ganz oder nur zum Teil mehr oder weniger mitgewirkt hat.

Eine sehr bemerkenswerte und wegen ihrer Seltenheit interessante Bildung ähnlicher Art fand ich im vorigen Herbste bei einem Exemplare von *Primula sinensis;* hier aber waren die staminodienartigen Organe zwischen dem Kelch und der Krone anzutreffen. Auf der hinteren oder äusseren Seite der Petalen nahe der Basis befestigt, erstreckten sich dieselben gewöhnlich

bis zum oberen Rande des Kelches, zuweilen etwas darüber hinaus. Unter einander waren sie nach unten zu durch ein schwaches, parenchymatisches Gewebe verbunden, das unten allmählich in die Petalen überging und durch eine Ausdifferenzierung von diesen während ihres jüngeren Stadiums entstanden zu sein schien. Jedes Petaloid bestand aus einem unteren stielartigen Teil von schwach grünlicher Farbe, durchzogen von einem centralen und zwei seitlichen Gefässbündeln, wie aus einem oberen walkenartigen, löffelförmig gebogenen Teile, auf der äusseren Seite gelb, auf der inneren den Petalen zugewandten Seite konkav und schwach grün.

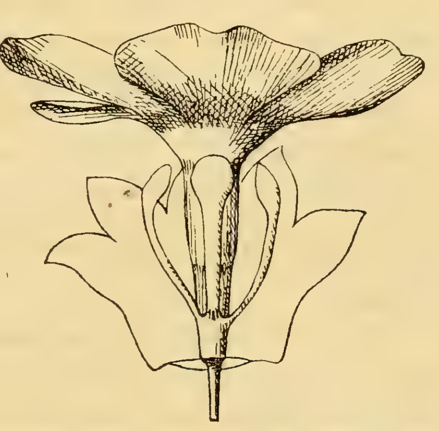


Fig. 3. — *Primula sinensis* LINDL. Blüte mit Petaloiden. ($\frac{5}{2}$).

Zuweilen war der obere Teil nur durch eine gelbige Färbung von dem Stiele geschieden; das Petaloid hatte da die ganze Fläche entlang die gleiche Dicke.

Fast alle Blüten des betreffenden Exemplares hatten Petaloiden, die Anzahl derselben wechselte jedoch in jeder Blüte recht bedeutend. Normal trat hinter jedem Petal ein Petaloid auf, bei einigen Blüten jedoch waren 1—4 Petaloiden unterdruckt oder rudimentär. In einer Blüte waren ausserdem zwei Petaloiden vollständig mit einander verwachsen, wobei ein dickerer Rand die Vereinigungslinie kennzeichnete, zwei andere hatten zusammengewachsene »Fäden», aber freie »Antheren». Übrigens ist zu erwähnen, dass mit Ausnahme dieser Petaloiden alle Teile der Blüte normal waren.

Petaloiden auf der äusseren Seite der Koralle sind früher bei einer kultivierten *Azalea*-Art, bei *Datura fastuosa* und bei einer *Gloxinia*-Varietät beobachtet[1] und beschrieben worden.

[1]) Vergl. MASTERS, Pflanzen-Teratologie.

Die monströsen Bildungen bei der *Azalea*-Art waren den der oben beschreibenen bei *Primula sinensis* äusserst ähnlich. Auch hier traten zwischen Kelch und Corolle fünf überzähligen Petalen auf, aber die konkave Seite derselben war gegen die Sepalen gewandt. Auf der dem Kelche zugewandten Seite waren sie lebhaft gefärbt, auf der entgegengesetzte dagegen war die Farbe schwächer.

Die bei *Datura fastuosa* beobachtete Umbildungen waren etwas komplizierter. Kelch und Krone waren normal, zwischen der letzeren und den Staubgefässen befand sich noch eine Krone, und auf deren Aussenseite waren fünf petalähnliche Zipfel zu sehen, welche nach unten zu mit der überzähligen Krone verwachsen waren. Farbenverteilung wie bei den Azalea-Petaloiden.

Gloxinia zeigt eine, obschon weniger seltene, doch kompliziertere Missbildung. Auch hier sind petaloidischen Bildungen aussen auf den Kronenblättern mit einer Farbenverteilung wie oben bei *Azalea* anzutreffen, werden aber nach einiger Zeit zu einer zusammenhängenden Krone ausserhalb der primären umgebildet.

Was die Deutung der Petaloiden betrifft, so sind verschiedene Ansichten ausgesprochen worden. Nach Prof. E. MORREN soll jedes Petaloid einer äusserst reduzierten Blüte entsprechen, eine Ansicht, welche jedoch ziemlich unwahrscheinlich sein dürfte. MASTERS dagegen nimmt an, dass die Petaloiden durch eine Ausdifferenzierung von den Kronenblättern im Knospenstadium entstanden sind. Diese Erklärung dünkt mir die einzige rationelle zu sein und die von mir gemachten Untersuchungen scheinen die Richtigkeit dieser Annahme zu bestätigen.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 2.
Stockholm.

Zur Kenntnis der Blütenbestäubung auf Novaja Semlja.

Von Otto Ekstam.

[Mitgeteilt den 14 Februar 1894 durch V. B. Wittrock.]

Es dürfte bekannt sein, dass auf Spitzbergen das *Bombus*-geschlecht gänzlich fehlt, dass dagegen ein Paar der besonders für Hummelbestäubung am besten angepassten Gewächse, nämlich zwei *Pedicularis*-Arten auf dieser Inselgruppe vorkommen. Ferner weiss man aus Feilden's Beobachtungen auf Nares' Expedition nach Grinnelland, dass so hoch wie 82°—83° n. Br. Hummeln vorkommen, welche die dortigen *Pedicularis*-Arten fleissig und mit Vorliebe besuchen. Übereinstimmende Beobachtungen sind von Warming [1]) u. a. auf Grönland gemacht worden, und es dürfte allgemein bekannt und anerkannt sein, dass in den Alpen sowohl als in unsern nördlichen Skandinavischen Gebirgsgegenden die *Pedicularis*-Arten als Hummelblüten ausgebildet sind und von diesen Insekten auch fleissig besucht werden. Auf Grund der Kenntnis, die man also von dem gegenseitigen Verhältnis der *Pedicularis*- und *Bombus*-arten hat, sagt Prof. Aurivillius [2]) in seiner ausgezeichneten Arbeit »Insektlifvet i Arktiska länderna» in Bezug auf das Fehlen von *Bombus* auf Spitzbergen: »Es kann auch nicht möglich sein, dass es auf

[1]) Eug. Warming, Om Byggningen og den formodede Bestøvningsmaade af nogle grønlandske Blomster. Overs. over d. K. D. Vidensk. Selsk. Forhandl. 1886.

[2]) Chr. Aurivillius, Insektlifvet i Arktiska länderna. — A. E. Nordenskiöld, Studier och forskningar etc.

Spitzbergen irgend eine Hummelart giebt, wenigstens nicht in den bisher bekannten Teilen, denn wenn es wirklich eine gäbe, so könnte man ganz überzeugt sein, dass sie dort vorkommen würde, wo Spitzbergens beste Hummelblumen wachsen». Da Novaja Semlja sowohl Hummeln als *Pedicularis*-Arten hat, kann es zur Beleuchtung der Frage vielleicht von einigem Interesse sein zu erfahren, welche recht eigentümlichen Beobachtungen Verfasser dieses während seines Aufenthaltes am Matotschkin Schar im Sommer 1891 machte.

Am Matotschkin Schar, zwischen dem 73° und 74° n. Br. kommen drei Arten *Pedicularis* vor, nämlich *P. sudetica* WILLD., *P. hirsuta* L. und etwas spärlich *P. lanata* WILLD. Von der Gattung *Bombus* sind aus dieser Gegend drei Arten bekannt. Während der ganzen Zeit, da ich mich an den Ufern dieser Wasserstrasse aufhielt, fand ich nicht ein einziges Mal, dass eine *Pedicularis* irgend welcher Art von einer Hummel besucht wurde, und um mich noch mehr zu vergewissern, dass keine Hummelpollination stattfand, untersuchte ich nach meiner Heimkehr bei nicht weniger als 24 *Bombus*-Individuen Fragmente, Pollen etc., welche an Kopf und Hinterfüssen hängen geblieben waren. Die Resultate, zu denen ich dabei gelangte, bestätigten die vorher gemachte Beobachtung auch vollständig. Dagegen besuchten die Hummeln die etwas riechende, mit grossen roten Blumen versehene *Saxifraga oppositifolia* L. sehr fleissig, welche an kiesigen, feuchten Stellen in Gesellschaft und äusserst häufig vorkommt und sich zufolge ihres reichen Blütenstandes und der dicht bei einander stehenden Blumen zum Besuch derartiger Insekten vorzüglich eignet. Das Vorkommen dieser Pflanze war also stets ein Kennzeichen, dass Hummeln vorhanden waren, welche man auch immer in grossen Mengen über solchen Beständen schwirren sah, sobald die Temperatur über + 4° C. stieg und der Wind nicht allzu scharf war, in welchem letzeren Falle die Hummeln entweder im Moose oder in der Blume einer *Saxifraga oppositifolia* oder einer *Matthiola nudicaulis* (L) Trautv. Schutz suchten.

Bei meinen Untersuchungen, die ich nach meiner Heimkehr an den Hummeln anstellte, fand ich, dass durchschnittlich 90 % des Pollens von *Saxifraga oppositifolia* und 10 % von *Matthiola nudicaulis* herrührten, welche letztere einen starken Levkojegeruch und lebhaft gefärbte Blumen hat und zuweilen von den Hummeln besucht wurde, wenn die erstgenannte Pflanze fehlte. Pollen von einer *Pedicularis*-Art, welches sowohl in Grösse als Struktur von denen der *Saxifraga oppositifolia* und *Matthiola nudicaulis* abweichen, war bei keiner einzigen Hummel zu finden.

Was *Saxifraga oppositifolia* anbelangt, bemerkt Prof. WARMING,[1]) dass diese Pflanze sowohl auf Grönland, wie an den übrigen Lokalen die erste ist, welche im Frühjahre unmittelbar nach der Schneeschmelze aufblüht. Zufolge dessen glaubt genannter Forscher, dass die Pflanze ausschliesslich auf Selbstbestäubung angewiesen ist, da ja so früh keine Insekten auftreten können und Früchte bereits Ende Juni deutlich entwickelt angetroffen worden sind. Meine Beobachtungen auf Novaja Semlja gehen jedoch theilweise in einer anderen Richtung. Dort, wie auch an anderen arktischen Orten fand ich diese Pflanze nebst *Silene acaulis* L. und *Eritrichium villosum* BUNGE als die ersten Gewächse, welche emporsprossen, sobald die Erde frei wurde, sich dann aber wochenlang,[2]) und, soviel ich bemerken konnte, länger als die meisten übrigen Pflanzen in der Blüte erhielt. Wenn dann endlich der Sommer so weit vorgeschritten war, dass Hummeln auftraten, war, wie oben angedeutet, *Saxifraga oppositifolia* ihr vornehmster Aufenthaltsort; nach der Bestäubung aber waren die Blüten gewöhnlich schon in einigen Tagen verwelkt. Interessant ist hierbei auch, dass die Blüten, welche

---

[1]) EUG. WARMING, Biologiska Optægnelser om grønlandske Planter. Botanisk Tidskrift, Bind 15.

[2]) Bei meiner Ankunft im Matotschkin Schar den 21 Juli war der Schnee nur hier und da weggeschmolzen, und auf diesen entblösten Stellen leuchtete es von weitem rot von Saxifraga appositifolia, welche nach allem zu urteilen, vier oder fünf Tage vorher aufgeblüht war. Darnach dauerte es bis zum 4. Aug., bis die Temperatur so mild wurde, dass sich eine Hummel hervorwagen konnte.

später im Sommer während der Zeit, wo die Hummeln auftraten, auf *Saxifraga oppositifolia* vorkamen, ein viel kürzeres Dasein hatten, als die im zeitigen Frühjahre entwickelten.

Da aus Prof. WARMINGS Abhandlung nicht hervorgeht, wie lange sich *Saxifraga oppositifolia* in der Blüte erhält, sondern nur die Zeit des ersten Aufblühens und der Fruchtbildung angegeben ist, kann es ja möglich sein, dass etwas Ähnliches, wie ich es auf Novaja Semlja beobachtete, auf Grönland und anderen Stellen stattfindet, was jedoch immerhin nur eine Vermutung ist. Jedenfalls wäre es interessant zu erfahren, wie es sich hiermit verhalte.

Stellt man nun die bekannten Thatsachen hinsichtlich des gegenseitigen Verhaltens zwischen den Hummeln und den *Pedicularis*-Arten in den arktischen Gegenden zusammen, so erhält man folgende Übersicht.

Arktisches Nordamerika: Grinnelland. Es giebt Hummeln wie *Pedicularis*-Arten, die letzeren von den ersteren besucht.

(West-)Grönland: Hummeln sind vorhanden; die *Pedicularis*-Arten dort gewöhnlich autogam ausgebildet, wo die Hummeln fehlen.

Spitzbergen: Die Hummeln fehlen, ein Paar *Pedicularis*-Arten sind vorhanden.

Novaja Semlja: Hummeln giebt es, wie auch einige *Pedicularis*-Arten, letzere jedoch stets autogam. [1])

Wie ist nun der eigentümliche Umstand zu erklären, dass die *Pedicularis*-Arten auf Novaja Semlja autogam sind, obgleich es Hummeln giebt? Dies ist eine Frage, welche hier ganz von selbst entsteht. Bei einem Blicke auf die übrigen arktischen Länder scheint ein Widerspruch obzuwalten, der sich meiner Ansicht nach jedoch auf folgende Weise erklären lässt.

In das *Arktische Nordamerika* sind *Pedicularis* und *Bombus* gleichzeitig oder fast gleichzeitig eingewandert und haben ihre entsprechenden Lebensbedingungen beibehalten.

---

[1]) Dies ist um so viel eigentümlicher, als eine nicht geringe Honigproduktion deutlich stattfindet.

Auf Grönland verhält es sich ungefähr ebenso; wo die Hummeln auf ihre Wanderung zurückgeblieben sind, sind die *Pedicularis*-Arten autogam.

Nach Spitzbergen sind die *Pedicularis*-Arten wahrscheinlich via Novaja Semlja [1]) und zwar vor *Bombus* gekommen; ehe jedoch *Bombus* dahin gelangte, hatte die Landverbindung schon aufgehört, worauf die dortigen *Pedicularis*-Arten autogam ausgebildet wurden.

Nach Novaja Semlja sind die *Pedicularis*-Arten zuerst eingewandert während die Verbindung via Waigatsch mit dem Festlande existierte, und aus Mangel an Hummeln oder entsprechenden Insekten selbstpollinierend geworden. Als die Hummeln später kamen, waren die *Pedicularis*-Arten aus irgend einem Grund für diesen fremd, weshalb sich erstere an den vielleicht gleichzeitig mit *Bombus* oder doch bedeutend später als die *Pedicularis*-Arten eingewanderten *Saxifraga oppositifolia* und *Matthiola nudicaulis* fortan hielten. Man könnte natürlich auch annehmen, dass *Saxifraga oppositifolia* und *Matthiola nudicaulis* von den Hummeln den *Pedicularis*-Arten darum vorgezogen werden, weil jene, ausserdem dass sie weit mehr Honig als die letzteren produzieren für Hummelbesuche bedeutend bequemer exponiert sind als diese. Irgend eine wesentlichere Abweichung im Bau der Blüte bei den *Pedicularis*-Arten habe ich nicht gefunden.

Zu dem oben Gesagten will ich noch hinzufügen, dass ich, ebenso wie Prof. NATHORST auf Spitzbergen, die *Pedicularis*-Arten auf Novaja Semlja habe Frucht bilden und sich durch Samen fortpflanzen sehen, welche letzere ich sowohl bei *Ped. sudetica* als *P. hirsuta* in reifem Zustande angetroffen habe.

Endlich noch einige Worte über eine andere der sogenannten Hummelblumen auf Novaja Semlja, nämlich die sehr gewöhnliche *Polemonium pulchellum* BUNGE. Die grossen, blauen Blüten dieser Pflanze, welche in derselben Weise wie oben be-

---

[1]) Vergl. A. G. NATHORST, Nya bidrag till kännedomen om Spetsbergens kärlväxter och dess växtgeografiska förhållanden. K. Sv. Vet. Ak. Handl. Bd. 20, N:o 6.

schrieben bei *Saxifraga oppositifolia* exponirt sind, scheinen dieselbe allerdings für Bestäubung durch Hummeln geeignet zu machen, und ob dies in anderen Gegenden der Fall ist, ist mir nicht bekannt. — Auf Novaja Semlja dagegen besuchen die Hummeln dieses Gewächs niemals, welches im Gegensatz zu dem, was Prof. NATHORST von Spitzbergen (siehe A. G. NATHORST l. c.) angiebt, durchaus keinen »süsslichen Duft» hat, der »fast erstickend» werden kann, sondern eher einen stark Moschusartigen, ja stinkenden Geruch hat. Bezeichnend ist auch, dass in allen Fällen, wo ich dies habe beobachten können, mittelgrosse Fliegenarten — vielleicht eine Art Schmeissfliegen — diese Blumen besuchten. [1]

[1]) Während des Druckes hat mir Farmacent N. SVENSSON, der vorigen Sommer eine Reise in Finmarken unternahm, darauf aufmerksam gemacht, dass auch dort *Polemonium pulchellum* einen stinkenden Geruch hat.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 50.)

London. *Nautical almanac office.*
The nautical almanac. 1897. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1893: N:o 82—84 & App. 3; 1894: N:o 85—86. 8:o.
Lyon. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*
Mémoires. Cl. des lettres. Vol. 27—28. 1890—92. 8:o.
» » » sciences. Vol. 30—31. 1889—92. 8:o.
» (3) Sciences et lettres. T. 1. 1893. 8:o.
— *Société d'agriculture, histoire naturelle et arts utiles.*
Annales. (6) T. 2(1889)—5(1892). 8:o.
Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 8(1893/94): N:o 1. 8:o.
Marseille. *Faculté des sciences.*
Annales. T. 2: Fasc. 2—6. 1893. 4:o.
— *Commission de météorologie du dép. des Bouches-du-Rhône.*
Bulletin annuel. Année 11(1892). 4:o.
Mexico. *Observatorio meteorologico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 3(1893): N. 1—3. 8:o.
Minneapolis. *Geological and natural history survey of Minnesota.*
Reports. Botanical series. 1. 1892. 8:o.
Montpellier. *Commission météorologique du dép. de l'Hérault.*
Bulletin météorologique. Année 20(1892). 4:o.
Moscou. *Congrès internationaux d'anthropologie et d'archéologie préhistoriques et de zoologie.*
Congrès intern. d'archéologie . . . Session 11(1892): T. 2. 8:o.
» » de zoologie. Session 2(1892): P. 2. 8:o.
Matériaux réunis par le comité d'organisation des congrès. P. 2. 1893. 8:o.
Nancy. *Académie de Stanislas.*
Mémoires. (5) T. 10(1892). 8:o.
— *Société des sciences.*
Bulletin. (2) T. 12(1892): Fasc. 27. 8:o.
Napoli. *Accademia Pontaniana.*
Atti. Vol. 23. 1893. 4:o.
Annuario. 1894. 12:o.
— *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (2) Vol. 7(1893): Fasc. 8—12. 4:o.
Ottawa. *Field-naturalists' club.*
The Ottawa naturalist. Vol. 7(1893/94): N:o 10. 8:o.
Paris. *Académie des sciences.*
CAUCHY, A., Oeuvres complètes. (1) T. 8. 1893. 4:o.
— *Bureau central météorologique de France.*
Annales. 1891: 1—3. 4:o.

Rapport de la conférence météorologique. Réunion de Munich 1891. 8:o.
Bulletin international. Année 37(1893): N:o 1—3, 5—365. 4:o.
Bulletin mensuel. Année 1893: N:o 1—6, 8 11. 4:o.
— *Bureau des longitudes.*
Annuaire. An 1893. 12:o.
— *Comité international des poids et mesures.*
Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures. T. 8. 1893. 4:o.
Procès-verbaux des séances. Année 1892. 8:o.
Rapport aux gouvernements signataires de la convention du mètre. 16(1892). 4:o.
Détermination de l'étalon provisoire international. 1893. 4:o.
— *École polytechnique.*
Journal. Cahier 63. 1893. 4:o.
— *Ministère des travaux publics, Divisions des mines.*
Annales des mines. (9) T. 3(1893): Livr. 5—9. Table des matières. 8(1882—91). 8:o.
— *Société entomologique de France.*
Annales. Vol. 61(1892): Trim. 1—4. 8:o.
— *Société d'études scientifiques.*
Bulletin. Années 15—16(1892—93). 8:o.
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 24(1893/94): N:o 280. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 21(1893): N:o 3. 8:o.
Regensburg. *K. Bayer. botanische Gesellschaft.*
Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Bd 77(1883): H. 1—5. 8:o.
Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 1(1893): P. 2: 8. 4:o.
» Cl. di scienze fisiche. (5) Vol. 2(1893): Sem. 2: Fasc. 12; Vol. 3(1894): Sem. 1: Fasc. 1. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1893): Fasc. 11. 8:o.
Saint John. *Natural history society of New Brunswick.*
Bulletin. N:o 2, 7, 11. 1883—93. 8:o.
Santiago. *Société scientifique du Chili.*
Actes. T. 3(1893): Livr. 1—2. 4:o.
St. Petersburg. *Physikalisches Centralobservatorium.*
Bulletin météorologique. Année 1893: N:o 1—365. Fol.
» » Supplément: Année 1893: 1—11. Fol.
Annalen. Jahrg. 1892: Th. 1—2. 4:o.
— *Russkoe geografischeskoe obschestvo.*
Isvjestija. T. 29(1893): V. 5. 8:o.
— *Hortus Petropolitanus.*
Acta. T. 13: Fasc. 1. 1893. 8:o.
Sydney. *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. (2) Vol. 8(1893/94): P. 1. 8:o.
The Macleay memorial volume, ed. by J. J. FLETCHER. 1893. 4:o.
— *Geological survey of New South Wales.*
Records. Vol. 3: P. 4. 1893. 4:o.
Geological map of New South Wales. 1893. 2 bl. fol.

Tacubaya. *Observatorio astronómico nacional.*
Boletín. T. 1: N. 15. 1893. 4:o.
Torino. *Società meteorologica Italiana.*
Bollettino mensuale. (2) Vol. 13(1893): N:o 1–12. 4:o.
Toulouse. *Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres.*
Mémoires. (9) T. 4. 1892. 8:o.
Troyes. *Société académique d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres du dép. de l'Aube.*
Mémoires. T. 56(1892). 8:o.
Washington. *Bureau of ethnology.*
Annual report. 9(1887/88). 4:o.
Pilling, J. C., Bibliography of the Salishan languages. 1893. 8:o.
— *U. S. Naval observatory.*
Report of the superintendent. Year 1892/93. 8:o.
Wien. *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 43(1893): Qu. 3–4. 8:o.
— *K. K. Naturhistorisches Hofmuseum.*
Annalen. Bd 8(1893): Nr 2–4. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Abhandlungen. Bd 15: H. 4–5; 17: 3. 1893. 4:o.
Jahrbuch. Bd 43(1893): H. 2. 8:o.
Verhandlungen. 1893: N:o 11–14. 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
Sitzungsberichte. Jahrg. 1892: Tit. & Reg.; 1893: N:o 7—9. 8:o.

Från utgifvaren.

Symons's Meteorological magazine. Vol. 28(1893). Lond. 8:o.

Från författarne.

Elfstrand, M., Hieracia alpina aus den Hochgebirgsgegenden des mittleren Skandinaviens. Ups. 1893. 8:o.
Gyldén, H., Traité analytique des orbites absolues des huit planètes principales. T. 1. Sthlm 1893. 4:o.
Clarke, F. W., 20 mindre afhandlingar i mineralogi och kemi.
Micheli, M., Alphonse de Candolle et son oeuvre scientifique. Genève 1893. 8:o.
Saint-Lager, Aire géographique de l'Arabis arenosa et du Cirsium oleraceum. Paris 1892. 8:o.
— Un chapitre de grammaire à l'usage des botanistes. Paris 1892. 8:o.
— Note sur le Carex tenax. Paris 1892. 8:o.
— Orobanche angelicifixa. Lyon. 8:o.
Schreiber, P., 5 mindre afhandlingar i meteorologi.
Tacchini, P., Sulle carte magnetiche d'Italia eseguite da C. Chistoni e L. Palazzo. Genova 1893. 8:o.
Wille, N., Kan Landmanden selv udfinde, hvilke kunstige Gjödningsmidler lönner sig at anvende paa hans Jord? Chra 1894. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 3.

Onsdagen den 14 Mars.

INNEHÅLL:

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å en genom härvarande Nordamerikanske Minister på hans Regerings vägnar gjord framställning om internationelt antagande af vissa enheter för elektriciteten afgåfvo Hrr THALÉN, DAHLANDER och HASSELBERG infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

Hr SMITT dels förevisade några uppstoppade sällsynta foglar från Samoa utaf den samling, som Kammarherrn C. CEDERCRANTZ förärat Riksmuseum, och dels meddelade en uppsats af Docenten E. LÖNNBERG: »List of fishes observed and collected in South-Florida» *

Öfveringeniören S. A. ANDRÉE redogjorde för den af honom den 19 Oktober nästlidne år företagna ballonfärden med vetenskapligt ändamål.

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar: 1:o) »Kurze Notizen über die höhere Fauna Floridas», af Docenten E. LÖNNBERG*; 2:o) »Cambarids from Florida. A new blind species, Cambarus acherontis» af densamme (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.);

3:o) »Sur une méthode nouvelle pour réaliser, dans les élections, la représentation proportionelle des parties», af Professor E. PHRAGMÉN.*

Från K. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien hade ingått skrifvelse med tillkännagifvande, att bemälda Akademie till Letterstedtsk stipendiat utsett sin Amanuens Doktor BERNHARD SALIN.

Den *Fernerska* belöningen för året skulle öfverlemnas åt Docenten vid Stockholms Högskola Dr I. BENDIXSON för hans i Öfversigten af Akademiens förhandlingar intagna uppsats: »Sur le calcul des intégrales d'un système d'équations différentielles par des approximations successives».

Den *Lindbomska* belöningen så väl för innevarande år som ock förra årets reserverade belöning skulle i form af en Berzelisk guldmedalj öfverlemnas till Professor P. T. CLEVE för hans i Akademiens Öfversigt under året offentliggjorda afhandlingar öfver isomeriförhållanden inom naftalinserien, med fästadt afseende jemväl på föregående hithörande arbeten, som under en följd af år blifvit utförda på Upsala kemiska laboratorium ej mindre af Hr Cleve sjelf än äfven af hans lärjungar.

Den *Flormanska* belöningen tilldelades Filos. Kandidaten O. CARLGREN för hans i Akademiens Handlingar under året införda afhandling: »Studien über nordische Actinien».

För vetenskapliga resor inom landet beslöt Akademien utdela följande reseunderstöd:

åt Docenten H. MUNTHE 200 kronor för utforskande af Ancylus-hafvets utbredning mot vester och dess höjdgräns der, företrädesvis i Nerike;

åt Docenten S. MURBECK 150 kronor för undersökningar inom Skåne af spontana växthybriders biologiskt-fysiologiska egenskaper;

åt Doktor J. R. JUNGNER 100 kronor för studier i Jemtland af bladtypernas föränderlighet på olika höjd öfver hafvet;

åt Doktor A. Y. GREVILLIUS 100 kronor för biologiskt-växtfysiognomiska studier i Ångermanland;

åt Med. Kandidaten E. HOLMGREN 200 kronor för att i Stockholms skärgård fullfölja en redan började undersökning af Lepidopterlarvernas finare strukturförhållanden, af körtelinnervationer m. m.;

åt Filos. Kandidaten K. GRÖNVALL 100 kronor för undersökning af den öfversiluriska faunan vid Ramsåsa i Skåne;

åt Amanuensen H. WALLENGREN 125 kronor för att vid Kristinebergs zoologiska station fortsätta sina studier öfver hafsinfusorier, samt företaga undersökningar på Syllidernas delningsförlopp;

åt Amanuensen G. GRÖNBERG 125 kronor för att vid Kristineberg studera hydropolyper och polypmedusor;

åt Amanuensen O. EKSTAM 100 kronor för undersökningar i vestra Jemtland af fjällväxternas pollinering; och

åt Studeranden J. G. ANDERSSON 100 kronor för fortsatta palæontologiska forskningar på Öland och dessas utsträckning till Östergötland, särskildt med afseende på de undersiluriska Ostracodfaunorna.

Statsanslaget till instrumentmakeriernas uppmuntran beslöt Akademien låta lika fördela mellan mathematiska och fysiska Instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Genom anställdt val kallade Akademien till utländsk ledamot Professorn i zoologi och komparativ anatomi vid universitetet i Paris HENRI DE LACAZE-DUTHIERS.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Statistiska centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 3 häften. 4:o.
— *Riksdagens bibliotek.*
Förteckning. Tillägg. N:o 1(1890—93). 8:o.
Upsala. *Studentkårens bibliotek.*
Upsala universitets katalog. Vårterminen 1894. 8:o.

Upsala. *Meteorologiska observatorium.*
Åkerblom, Ph., De l'emploi des photogrammètres pour mesurer la hauteur des nuages. 1894. 8:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
American chemical journal. Vol. 14(1892): N:o 8; 15(1893): 1—7. 8:o.
American journal of mathematics. Vol. 14(1892): N:o 4; 15(1893): 1—4. 4:o.
The American journal of philology. Vol. 13(1892): 4; 14(1893): 1—3. 8:o.
Studies in historical and political science. Ser. 10(1892): 12; 11 (1893): 1—6, 9—10. 8:o.
Studies from the biological laboratory. Vol. 5(1893): N:o 2, 4. 8:o.
University circulars. Vol. 13: N:o 109. 1894. 4:o.
Buitenzorg. *'s Lands plantentuin.*
Verslag omtrent den staat. Jaar 1892. 8:o.
Berlin. *K. Preussische Akademie der Wissenschaften.*
Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen. Bd 20. 1893. 8:o.
— *K. Geodätisches Institut.*
Jahresbericht des Direktors. 1892/93. 8:o.
— *Entomologischer Verein.*
Berliner entomologische Zeitschrift. Bd 37(1892): 4; 38(1893): 1—4. 8:o.
— *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 45(1893): H. 3. 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 27(1894): N:o 1. 8:o.
— *Société Belge de microscopie.*
Bulletin. Année 20(1893/94): N:o 4. 8:o.
Budapest. *K. Ungarische geologische Anstalt.*
Mittheilungen aus dem Jahrbuche. Bd 10: H. 4—5. 1894. 8:o.
Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). Kötet 23(1893): 9—12. 8:o.
Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 62(1893): P. 1: N:o 3; 2: 3; 3: 1—3. 8:o.
Proceedings. 1893: N:o 8—9. 8:o.
— *Geological survey of India.*
Records. Vol. 26(1893): P. 4. 8:o.
Catania. *Accademia Gioenia di scienze naturali.*
Atti. (4) Vol. 6(1893). 4:o.
Bullettino delle sedute. Fasc. 33—35. 1893—94. 8:o.
Edinburgh. *Royal society.*
Transactions. Vol. 37: P. 1(1891/92)—2(1892/93). 4:o.
Proceedings. Vol. 19(1891/92). 8:o.
Frankfurt a. M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 18: H. 2. 1894. 4:o.

(Forts. å sid. 108.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 3.
Stockholm.

Kurze Notizen über die höhere Fauna Floridas

von Dr. Einar Lönnberg.

[Mitgeteilt den 14 März 1894 durch F. A. Smitt.]

Während eines Aufenthaltes in Florida vom Herbst 1892 bis den Sommer 1893 habe ich teils zoologische Sammlungen gemacht, teils habe ich auch in anderer Weise die Fauna des Landes studiert und sehe mich deshalb im Stande einige kurze Mitteilungen über dieselbe zu geben. Um dieselbe besser verständlich zu machen scheint es mir am besten zuerst einige Zeilen über das Aussehen und die Figuration des Landes vorauszuschicken und gleichfalls einige Ausdrücke zu erklären. Süd-Florida ist im grossen und ganzen eine vollkommen flache, sandige Halbinsel. Von sichtbaren Felsen gibt es auf der Oberfläche beinahe gar keine, mit wenigen Ausnahmen z. B. recentes »Coquinarock» nahe bei St. Augustine und ein wenig Korallenkalk im Süden, wo die »Keys» (kleine Inseln) von diesem Gesteine afgebaut sind. Der südliche Teil des Landes worüber ich hier besonders spreche, ist sehr reich sowohl an grösseren und kleineren Seen als Sümpfen. Flüsse gibt es nicht so viele und St. Johns river ist der grösste. Kleinere Bäche (»Creeks») dagegen sind nicht selten, keiner von ihnen ist aber reissend, alle sind seicht und langsam fliessend. Folgende Configurationen der Landschaft werden unten mit den einheimischen Namen genannt: 1) »pineland», 2) »hammock», 3) »scrub», 4) »cypress-swamp» und sie sind

die hauptsächlichsten, weshalb ich hier eine kurze Schilderung derselben geben will. »The pineland» ist gewöhnlicher Weise ein Pinienwald aus Pinus australis bestehend. Die Bäume wachsen nicht dicht und die Untervegetation wird hauptsächlich von einem sehr steifen Grasse hergestellt oder von kleinen Sägepalmen (Sabal serrata). Natürlich gibt es auch viele andere Pflanzen, diese aber sind charakteristisch und überall zu finden. Die Pinienwälder werden alljährlich abgebrannt, [1]) was nicht den Pinien, zwar aber der anderen Vegetation schadet, und allmälig wird auch der Humus verzehrt. Gleichzeitig werden auch viele Tiere getötet, die nicht wegfliehen oder in den Höhlen der Landschildkröten eine Zuflucht finden. Im südlicheren Teile der Halbinsel ist das Land niedriger, nicht so sandig und vollkommen eben. Zwergartiges Palmengesträuch bildet hier die Untervegetation und man spricht hier von »flatwood». Die Pinienwälder sind sehr öde und sowohl Fauna als Flora sind arm. In höher situirten Localitäten, wo der Boden nicht gar zu arm ist, wachsen die schwarzen Eichen (»blackjacks»), und wo derselbe noch ein wenig reicher ist, gedeihen Quercus sempervirens (»liveoak») und andere Eichenarten. Wo das Laubholz überhandnimmt, bildet es das sog. »highlandhammock». Charaktersbäume hier sind ausser den verschiedenen Eichenarten, Diospyros virginiana, Magnolia grandiflora, Caryaarten, Xanthoxylon, Prunus, Acer etc. etc. Wo der Boden feuchter wird und der Humus tiefer, findet man die eigentlichen »hammocks», wo die Vegetation besonders reich ist. Hier gedeihen Liquidambar styraciflua, Quercus und Carya verschiedener Arten, Magnolia glauca, Laurus, Citrus, Sapindus, Sambucus, Morus, Sabal palmetto, Juniperus virginiana und viele andere. Die Bäume werden ausserdem von Vitis, Ampelopsis, und Smilaxarten vielfach zusammengeflochten. Hierdurch und weil es oft stagnantes Wasser und tiefer Schlamm da ist, sind die sümpfigen hammocks ziemlich schwer durchzudringen. Dazu ist es schwer den Weg zu finden da man niemals fünf Schritte gerade aus gehen kann und den Himmel nicht der Bäume wegen

[1]) Um neues zartes Graz zu bekommen.

sieht. Es empfiehlt sich hier eine Kompasse zu gebrauchen. Die Mücken pflegen auch hier sehr schlimm zu sein. »Cypress-swamps» werden solche Sümpfe genannt, wo Taxodium distichum allein herrscht. Das Wasser ist dort tiefbraun, ausserordentlich steril. Es ist ein bis mehrere Fuss tief, oft aber is der Boden ziemlich fest so dass man mit Vorsicht durchwaten kann. Für Navigation aber mit kleinen Booten sind die Pneumatoden, oder hohlen Kegel von den Wurzeln der Sumpfcypressen sehr lästig. Die dürrsten und dürftigsten Plätze des Landes werden von den »scrubs» eingenommen. Der Boden besteht hier aus reinem, fast schneeweissem Quartzsande. Sonderbarer Weise gibt es doch hier auch eine Vegetation von einem oft dichten Gebüsche (meist von Ericineen, Andromeda, Vaccinium z. B., aber auch recht vielen anderen verschiedener Arten) mit einigen kleinen Fichten gemengt. Auf dem Boden wächst hier oft Cladonia rangiferina. Die Ufer der Gewässer sind ganz verschieden. Einige der Seen werden von Cypressensümpfen, andere von »hammocks» umgeben andere im »pineland» gelegene Seen haben ganz nackte, sandige Ufer, wieder andere sind von Schilf (»canebrakes») oder hohem Gras (»Sawgrass») umgeben. An der Westküste trifft man seichte »bayous», die von der Flut gefüllt, von der Ebbe aber wieder trocken gelegt werden, bisweilen sind diese von Marschländern umgeben. An der Westküste und auf den kleinen Inseln (»the Keys») im Süden sind die Mangrovebäume zahlreich und zwar eben an solchen »bayous», aber auch an anderen Plätzen am Meeresufer. Offene grasige Flecke im Walde, die oft ein wenig wässerig sind, werden »Prairies» genannt, auch wenn sie ganz klein sind. Florida ist nicht besonders viel angebaut. In einigen Gegenden sind aber die Orangenhaine sehr zahlreich und geben dann der Landschaft einen besonderen Charakter. Nachdem ich so kürzlich die Beschaffenheit des Landes geschildert habe, gehe ich zum Aufrechnen der von mir beobachteten höheren Tiere über.

Säugetiere.

Felis concolor. Die Puma kommt nicht häufig vor und wird nicht oft getötet, weil sie sehr scheu ist und sich in den dichtesten Wäldern versteckt. Ich habe nur Spuren in den »hammocks» in der Umgegend des grossen Jessup-Sees in Orange Co. gesehen. Sie wird in Florida »Tiger» oder »Panther» genannt.

Lynx rufus. Unter den Namen »Wild Cat» oder »Cat-a-mount» kommen Lüchse in Florida vor. Sie sind recht häufig und werden oft mit Hunden gejagt und nachher, wenn sie wie gewöhnlich Zuflucht in einen Baum genommen haben, heruntergeschossen. Sie werden auch in eisernen Fallen gefangen. Während des Tages halten sie sich im Gebüsch (»scrub») und im Schilfe versteckt. Nachts gehen sie auf die Jagd nach den kleinen Hasen. Man sagt, dass es zwei verschiedene Arten gibt und dass sie sich in der verschiedenen Länge des Schwanzes unterscheiden. Auch spricht man von einer Art »Tigercat» mit »langem Schwanze». Ich habe aber nur Bälge von Lynx rufus gesehen. Wenn der »Wildcat» verwundet ist, kann es zumal passiren, dass er Widerstand entgegenzusetzen versucht und dann vertheidigt er sich wütend, was die Hunde manchmals tief fühlen müssen.

Canis lupus. Der Wolf scheint jetzt sehr selten zu sein und ist nur in den noch wenig besuchten Wäldern von Süd-Florida zu finden. Zu Kissimmee habe ich eine Wolfshaut gesehen, die ganz rabenschwarz war und somit der Spielart »ater» angehörte. Das betreffende Exemplar war am Kissimmee river einige Tagesreisen südlich von Kissimmee getötet.

Urocyon cinereoargentatus. Der Silberfuchs ist recht häufig in den »scrubs», von wo aus er nachts auf Hühnerjagd geht. Eine für einen Fuchs sonderbare Eigenschaft kommt dieser Art zu. Er klettert nämlich recht gut die Bäume hinauf, sogar die geraden Pinien mit hohen, zweiglosen Stämmen besteigt er.

Lutra hudsonica. Die Otter ist früher recht häufig gewesen, jetzt aber zurückgedrängt, weil sie des Felles wegen eifrig gejagt wird. Aus den südlicheren Teilen des Landes kommen doch noch jetzt jährlich recht viele Felle.

Mephitis varians. Der »Skunk» oder »Polecat» von Florida is leider sehr häufig. Die Variabilität dieses Tieres ist sehr auffallend. Ich habe Exemplare gesehen, die ganz schwarz waren oder nur einen kleinen weissen Stern am Vorderkopf zeigten. Andere wiederum waren beinahe ganz weiss, nur unten schwarz u. s. w. Man sieht dies Tier oft in den Wäldern von Florida herumhüpfen. Es trägt dann den buschigen Schwanz hoch und ähnelt dadurch nicht wenig einem riesigen Eichhörnchen. Es ist seiner Macht wohl bewusst und deshalb durchaus nicht scheu. Alle Tiere vermeiden es auch sorgfältig, nur thörichte Menschen und Hunde stören bisweilen seine Ruhe, werden aber immer furchtbar gestraft. Wer nicht den widrigen Geruch gefühlt hat, kann kaum eine Ahnung davon haben. Zum ersten Mal scheint er sogar erstickend. Wenn ein Skunk seinen Pestsaft auf einem Platze im Walde ausgespritzt hat, kann man den Geruch wochenlang da empfinden besonders, wenn es ein wenig geregnet hat. Wie durchdringend der Geruch ist, kann man aus dem folgenden schliessen. Ich lag ein Mal ruhig schlafend in meinem Bette im zweiten Stockwerke und alle Fenster waren vollständig verschlossen. Plötzlich wurde ich auf ein Mal so vollständig und schnell, als ob ich einen Schlag bekommen hätte, durch den schauderhaften Skunkgeruch erweckt. Am nächsten Morgen erfuhr ich, dass der Hund in einer Entfernung von etwa 75 Schritten vom Hause einen Skunk beleidigt hatte, der uns alle dafür gestraft hat. Die Skunke sind schlimme Hühnerdiebe und auch deshalb verhasst. Niemand aber, der ein wenig Erfahrung hat, darf den Dieb mit einem Stocke zu töten versuchen, auch wenn er ihn im Hühnerhause fressend überrascht. Die Hunde hassen den Skunk eben so viel wie der Mensch es thut und grössere Hunde beissen ihn oft tot, werden aber immer nachher ganz wie wütend, rollen sich im Grass, gehen ins Wasser hinein, ver-

gebens versuchend sich rein zu waschen, bohren die Nase in die Erde und in das Moos, schnappen in die Luft, heulen etc. und bleiben oft mehrere Tage krank, wozu kommt, dass sie von allen Menschen des Geruchs wegen weggejagt werden und nie ins Haus eingelassen, bis der Geruch verschwunden ist. Kleider, die vom Skunke bespritzt sind, müssen weggeworfen oder in die Erde niedergegraben werden. Unter solchen Umständen ist es nicht leicht, einige Bälge dieser Art zu bekommen weil es kaum möglich ist einen geschossenen Skunk abzubalgen. Ich verfuhr deshalb folgender Weise. Seitdem ich ein solches Tier in einer kistenförmigen Falle lebendig und unverletzt gefangen hatte, schüttelte ich plötzlich dasselbe in einen doppelten Sack hinein. Da wurde es durch Schlagen und Schütteln dazu gezwungen seine entsetzliche Flüssigkeit vollständig abzugeben. Nachher wurde es in einer Tonne im Freien 36 Stunden gehalten und dann in Säcke eingewickelt und getötet und nachher abgebalgt. Der Gestank war natürlich noch schlimm, aber doch möglich auszuhalten. Das zweite Mal hatte es nur wenig Flüssigkeit abzugeben. Dies zeigt, dass dieselbe sich nur verhältnissmässig langsam bildet und deshalb gebraucht auch das Tier seine Waffen nur wenn es wirchlich Not ist. Da die Skunke ein sehr hübsches Aussehen besitzen, werden sie ganz jung gefangen und die Stinkdrüse sorgfältig ausgeschnitten, wonach sie niedliche Haustiere werden, da sie auch leicht zu zähmen sind.

Im Darme des Skunkes habe ich Physaloptera maxillaris MOLIN angetroffen.

Ursus americanus. Der »black Bear» ist noch jetzt nicht selten in grösseren Wäldern in den »hammocks» and »swamps» von Florida. Er ist scheu und harmlos. An gewissen Jahreszeiten wandert er dem Meeresufer entlang um da Nahrung zu suchen und ist dann leichter zu schiessen.

Procyon lotor (LINNÉ). Der »Racoon» oder öfter ganz einfach »coon» ist sehr zahlreich in Florida in den »swamps» und »hammocks» auch an der Küste und auf den Inseln. Er liebt feuchte Plätze und sucht gern seine Nahrung am Meeresufer,

wo er das Eingeweide der aufgeworfenen Limulus-krabben und andere solche Sachen frisst. Aber auch am Ufer der Süsswassersammlungen und Flüsse sieht man seine Fährten. Süsse Früchte liebt er sehr, sowohl die ekelhaft süssen Früchte der Palmen (Sabal serrata und palmetto) und die wilden »Persimmon» Früchte (Diospyros virginiana) als aus die grösseren, feineren Diospyros-Früchte, Pfirsichen, Trauben etc. in den Gärten, wo er oft viel Schaden macht. Sowohl Weisse als Schwarze[1]) jagen ihn mit Hunde wegen des Felles, einige essen auch das Fleisch und preisen es als sehr schmeckhaft. Wenn ein alter »coon» von *einem* Hunde verfolgt wird, setzt er sich zur Abwehr und da er ein kräftiges Gebiss besitzt und dazu ein guter Fechter ist kommt der Hund gewöhnlicher Weise blutig und zerrissen von der Streit, er liebt aber diese Jagd. Die jüngeren Tiere, wenn sie gejagt werden, steigen in Bäume hinauf, auch in die höchsten und grössten, denn sie klettern vorzüglich. Hinaufgekommen verstecken sie sich oftmals sehr gut und sind schwer wieder zu entdecken. Oft sind sie auch so hoch emporgestiegen, dass sie kaum mit Schrot erreichbar sind. Wenn als jung gefangen, werden sie sehr zahm und sind sehr putzige Gesellen.

Blarina exilipes (BAIRD) ist wahrscheinlich recht häufig, westens in Orange County, wovon ich mehrere Exemplare habe, die auf verschiedenen Plätzen eingesammelt sind. Sehr oft habe ich im Sande oberflächliche kleine Gänge beobeachtet die denjenigen, die unsere Spitzmäuse im neugefallenen Schnee machen ähnelten. Diese rühren ohne Zweifel von den Wanderungen der Blarina her.

Scalops aquaticus (LINNÉ). »The mole» ist häufig vorkommend, aber nicht leicht zu fangen, so dass ich nur wenige Exemplare bekommen konnte. Es scheint als ob er einen reicheren Boden bevorzöge und ich habe auch die Gänge oft an feuchten Stellen getroffen. Unter alten Baumstämmen und dergleichen haben sie am öftesten das Gebiet schon abgejagt, das beweisen die dort zahlreichen gegrabenen Gängen.

[1]) Die Neger selbst werden auch oft mit dem Schimpfwort »coons» bezeichnet.

Von Chiropteren habe ich nur Exemplare einer Art bekommen, die ich als *Atalapha intermedia* (ALLEN) bezeichnen muss. Diese Art scheint in Florida ziemlich häufig zu sein. Meine Exemplare stammen aus Orange County. Diese Art beginnt schon in der Dämmerung zu fliegen.

Cariacus virginianus (BODDAERT) war früher sehr zahlreich in Florida. »Vor zwanzig Jahren konnte ich», erzählte mir ein alter Jäger, »an einem einzigen Morgen drei bis vier Böcke vor dem Frühstück töten». Ähnlich berichteten andere. Die Hirsche wurden damals auch oft nachts geschossen mit Hülfe einer »Bullseye»-Lanterne, die vom Jäger im Hute getragen wurde. Die geblendeten Tiere standen ganz still, bis sie auf kurzer Schussweite erlegt wurden. Jetzt sind die »deers» in bevölkerten Districten leider beinahe ausgerottet.

Geomys tuza. (ORD.) COUES. Sobald ich nach Florida gekommen war, wurde während meiner ersten Exkursion meine Aufmerksamkeit sogleich auf kleinen Sandhügel im Walde gelenkt. Wenn ich fragte, was für ein Tier diese aufgeworfen hatte, wurde es mir »The salamander» geantwortet. Später aber erfuhr ich, dass der Salamander von Florida ein Geomys war. Es ist dies ein schädlicher Tier, indem er die Wurzeln junger Orangenbäume abnagt etc. Wenn er während seiner unterirdischen Wanderungen Bataten oder andere Knollenfrüchte antrifft, kann er in kurzer Zeit einen sehr grossen Schaden anrichten, indem er nicht nur davon frisst, sondern auch alles, was er kriegen kann, wegschleppt. Es wird ihm deshalb von der Seite der Menschen eifrig nachgestellt, sobald er in Gärten oder gebauten Feldern seine Sandhügel aufwirft. Dies geschieht gewöhnlich dadurch dass man an einem frisch aufgeworfenen Hügel, wo er noch arbeitet, das Loch des Ganges öffnet und ein Tellereisen einschiebt, in welchem der Graber, wenn er nächstes Mal die Erde aufwerfen will, gefangen wird. Wenn der Geomys Erde aufwirft, thut er das möglichst schnell und zieht sich dann sogleich zurück. Geomys tuza liebt trockne Plätze und man sieht ihn nur in sandigem Boden. Ich

habe einst eine individuelle Variation mit weissem Stirne getroffen.

Sciuropterus volucella (PALLAS) GEOFF. »Flying Squirrel». Dies niedliches Tierchen kommt sehr häufig in Florida vor und zwar bewohnt es sowohl die Pinienwälder als die »hammocks»' doch nicht in solchen Wäldern, wo es nur Nadelholz gibt. Am leichtesten ist es, sie da zu fangen, wo die kleinen Schwarzeichen (»Black Jack oaks») zahlreich sind, denn in solchen hohlen Bäumen pflegen sie zu nisten. Man haut ganz einfach die kleine, hohle Eiche nieder und braucht nicht lange zu suchen, bevor man eine bewohnte findet. Ihre Stimme ist eigentümlich zwitschernd und man hört diesen Laut nachts in den Wäldern, kann aber dann selten die kleinen Wesen entdecken. Es kann kaum genug hervorgehoben werden, wie schnell und zierlich ihre Bewegungen sind.

Sciurus carolinensis (GMELIN). »Gray squirrel», »Catsquirrel» kommt in den »hammocks» vor, wo die Hickory, Eichen und Palmen wachsen, sucht aber auch die Eichen im »pineland» auf. Wird sehr eifrig gejagt des weissen, wohlschmeckenden Fleisches wegen. Diese Art ist morgens bis acht oder neun Uhr und nachmittags nach vier Uhr in Bewegung.

Sciurus niger. (LINNÉ.) Der »Foxsquirrel» tritt in einzelnen Exemplaren in den Pinienwäldern auf, aber stets nur im Nadelholzwalde. Die von mir beobachteten Exemplare hatten alle weisse Nasen und gehörten somit zur Varietät *niger*, die Farbe des Rückens aber bald mehr schwärzlich, bald mehr gelblich grau, der Kopf aber, mit Ausnahme der Nase, war immer schwarz.

Lepus silvaticus. (BACHMAN.) »The rabbit» oder »cottontail» ist ausserordentlich zahlreich in allerlei Plätzen.

Lepus palustris. (BACHMAN.) »The swamprabbit» lebt auf feuchten Plätzen. Ich habe Exemplare in den Marschländern am St. Johns river getötet.

Ochetodon longicauda. (BAIRD.) COUES. Am Ufer des Sees Tohopekaliga bei Kissimmee, Osceola County, habe ich zwei

kleine Mäuse gefangen, die vollständig mit der Beschreibung von O. longicauda von COUES und ALLEN in ihren »Monographs of north american Rodentia» (U. S. Geolog. survey of the Territories, Washington D. C. 1877) übereinstimmte. Es ist aber sehr eigenthümlich, dass diese Art aus California stammt. Aus Carolina ist aber doch auch ein sehr ähnliches Tierchen beschrieben und die Ochetodon-Exemplare aus Missouri, Iowa und Nebraska haben ihre Schwänze von derselben Länge wie der Körper, nicht kürzer wie bei O. humilis. Ich sollte deshalb nicht erstaunt werden, wenn die drei jetzigen Arten von Ochetodon in der Zukunft, wenn eine grössere Menge von Individuen aus verschiedenen Plätzen verglichen sind, zu einer reduziert werden. Es ist aber jedenfalls eine bemerkungswerte Thatsache, dass die Kalifornische Form deren Schwanze bedeutend länger ist als die gesammte Körperlänge, hierdurch von Florida bestätigt wird.

Hesperomys leucopus. (RAFINESQUE.) LECONTE. Ist nicht selten in Florida. Meine Exemplare sind aus Orange County.

Hesperomys sp. Eine noch nicht bestimmte Art aus Orange County mit ganz nacktem Schwanze, übrigens aber dem H. leucopus ziemlich ähnlich.

Sigmodon hispidus. (SAY & ORD.) Ist wahrscheinlich einer der gewöhnlichsten Ratten Floridas. Sie leben im Gebüsch, Reishaufen und dergleichen und führen ein ausgeprägtes diurnes Leben. Ich habe sie im hellen Sonnenschein herumlaufen, Nahrung suchen und fressen sehen. Meine meisten Exemplare wurden in einem mit Käse geköderten Tellereisen und zwar tags gefangen. Wenn sie frassen, sassen sie aufrecht wie Eichörnchen, die Nahrung mit den Vorderfüssen fassend. Sie waren nicht besonders scheu. Meine meisten Exemplare sind aus Orlando, Apopka und anderen Plätzen in Orange County.

Neotoma floridana. (SAY & ORD.) »Woodrat». Bewohnt die »hammocks» in Florida. Ich habe z. B. ein Exemplar im Walde am grossen Jessup-See geschossen.

Mus musculus. (LINNÉ.) In den Häusern.

Mus rattus. (LINNÉ.) Häufig in allerlei Varietäten. Ich habe z. B. ein Exemplar aus Apopka, Orange Co. mit braunem Rücken, gelbem Bauche und einem riesig langen Schwanze. Da aber die Füsse und Zähne deutlich auf eine Mus-Art hinzeigen, kann es nur eine Spielart von Mus rattus sein.

Von *Neofiber* habe ich oft die von dürrem Gras und Stroh gebauten Nester gesehen, nie aber die Tiere selbst gefangen. In meinen Fallen habe ich nur Reste vom Tiere bekommen, Racoons, Skunke oder Opossums hatten das meiste aufgefressen oder die Fallen weggeschleppt.

An beiden Küsten von Florida sind Delphine sehr zahlreich, ich kann aber nicht sagen, welche Arten sie representieren.

Didelphys virginiana SHAW. »Opossum» ist sehr häufig in Florida. Wird nachts gejagt und durch das Fällen des Baums, in welchem es sich verbirgt, gefangen. Die Neger essen das Fleisch, es schmeckt aber nicht besonders gut. Das Opossum ist ein schlimmer Hühnerdieb. Seine Zähleibigkeit ist wohl bekannt und ein Pflanzer sagte mir einst »ich glaube nicht, dass ein Opossum tot ist bevor ich mit der Axt den Kopf vom Körper getrennt habe». Die nächtliche Jagd mit Fackeln im schönen, subtropischen Walde ist aber etwas sehr reizend, auch wenn die Beute von nur geringem Wert ist.

Obgleich ich *die Vögel* von Florida nicht eingehend studiert habe, kann ich doch wenigstens die meist charakteristischen hier erwähnen.

Von *Turdiden* traten besonders im Winter grosse Schwärme von *Merula migratoria* (LINNÉ) auf. Sie wird »Robin» dort genannt. Der schöne »Bluebird», *Sialia sialis* (LINNÉ) ist auch häufig. Im Winter lebt auch er in Schwärmen. Der spasshafte »Mockingbird», *Mimus polyglottus* (LINNÉ) ist der häufigste Vogel Floridas. Sein Gesang ist freilich weit gepriesen, des Preises aber kaum wert. Sein Nachahmen von allerlei Tieren ist auch scherzhaft. Er ist bisweilen für süsse Früchte wie z. B. »Persimmon» (Diospyros) u. a. sehr lästig. Im Winter und Herbst verzehrt er die Beeren von Melia azedarach, wird aber davon

betrunken und gebärdet sich dann in komischer Weise. Die »Mockingbirds» sind sehr streitsüchtig und zanken immer unter sich, besonders aber mit dem »Butcherbird», *Lanius ludovicianus* LINNÉ. Diese beiden Vogelarten sind die gewöhnlichsten in Florida und leben auch auf ähnlichen Localitäten in der Umgegend der Menschenwohnungen, in Orangenhainen etc. In den Orangenbäumen lieben auch beide zu nisten. Die »Butcherbirds» in Florida pflegen ähnlich wie ihre Stammverwandten in Europa kleine Tiere wie Eidechsen, Käfer u. dgl. auf Stacheln zu spitzen. Ich habe auch gesehen, wie ein Exemplar dieser Art weisse Lappen einer Leinwand in derselben Weise aufbewahrte. Der Butcherbird ist ein mutiges Tier. Ich habe einst einen Vogel dieser Art eine Mockasinschlange herangreifen sehen. *Ampelis cedrorum* (VICILLOT) fliegt in grossen Schwärmen umher, wenn die Maulbeeren reif sind. Der »Martin», *Progne subis* (LINNÉ), lebt um die Häuser und man hat ihnen oft kleine Holzkisten zum Nisten auf Stangen befestigt. Im Winter sah ich auch andere Schwalben, die ich aber nicht näher bestimmt habe und die Zugvögel waren. Die schönen Kardinalvögel (*Cardinalis*) sind in den »hammocks», wo man auch ihre silberne Stimme hört, nicht selten. Von den Icteriden ist *Quiscalus quiscula* (LINNÉ) häufig, besonders am Meeresufer, wo man ihn in der Ebbe Nahrung suchen sieht. Diese Art wird »Blackbird» genannt, wie auch *Agelaius phoeniceus* (LINNÉ). Die letzte Art ist überaus häufig sowohl am Meeresufer als noch mehr in der Umgegend von Seen und Flüssen, wo sie auch in Kolonien nisten. Im Winter ziehen sie laut schreiend in grossen Schwärmen umher. Auch andere Icteriden sieht man besonders im Winter. *Sturnella magna* (LINNÉ) lebt vereinzelt in den Wäldern auf offenen Plätzen, ist aber nicht selten. Eine schwarze Krähe (wahrscheinlich *Corvus americanus*) lebt hier und da an den grösseren Seen, ist aber nicht häufig. *Cyanocitta cristata* ist ausserordentlich häufig, besonders da wo es Eichen gibt. Einige *Tyranniden*arten kommen auch nicht selten vor. Besonders im Winter sieht man nicht wenige kleine Passeres, aber

im Sommer sind nur sehr wenige da und da ich nur die charakteristischen hier aufrechne, kann ich sie vollständig übergehen. *Trochilus colubris* (LINNÉ) »Hummingbird» ist jetzt nicht besonders häufig. *Chordeiles virginianus* (GMELIN), der »Bullbat», ist sehr zahlreich. *Anthrostomus carolinensis* (GMELIN) »Chuck-will's widow» ist nicht so oft beobachtet, *A. vociferus* (WILSON) »Whippoorwill» hört man aber nachts überall. *Campephilus principalis* (LINNÉ) ist jetzt selten, dies aber ist nicht immer der Fall gewesen. Er ist unter dem Namen »Ivorybill» bekannt. Von den Piciden ist der schöne *Melanerpes erythrocephalus* (LINNÉ) der gewöhnlichste, aber es gibt auch mehrere andere wie M. carolinus und Sphyrapicus varius. *Ceryle alcyon* (LINNÉ) wird oft gesehen und zwar nicht nur an den Seen sondern auch am Meeresufer. »The yellowbilled Cuckoo» *Coccyzus americanus* (LINNÉ) ist nicht häufig. *Conurus carolinensis* (LINNÉ) »the Paroquet» ist nunmehr beinahe oder vollständig ausgerottet. Von Ohreneulen habe ich zwei Arten beobachtet (wahrscheinlich *Megascops asio* und *Bubo virginianus*). Auch eine Art Eule ohne Ohrenfeder. Von allen Raubvögel ist *Pandion haliaetos* (LINNÉ) der häufigste, besonders am Meeresufer, wo man oft mehrere gleichzeitig beobachten kann. Bei New Smyrna an der Ostküste habe ich bisweilen mehr als ein Dutzend um einander schwebend gesehen. *Falco sparverius* LINNÉ ist häufig in den Pinienwäldern an offenen Plätzen wo er von einem trocknem Stumpf oder Ast aus herumspäht. *Haliaetos leucocephalus* (LINNÉ) habe ich nur einmal an der Westküste gesehen. Ein paar Mal habe ich auch einige accipitrine Raubvögel gesehen, die aber nicht geschossen und deshalb nicht näher bestimmt wurden. *Catharista atrata* (BARTRAM) scheint nicht so häufig zu sein, aber *Cathartes aura* (LINNÉ) »the Turkey buzzard» ist einer der häufigsten Vögel Floridas. Im Frühling werden sie aber nicht so oft zahlreich wie an anderen Jahreszeiten beobachtet, weil sie dann in entfernteren Gegenden brüten. Sie legen ein Ei auf den Boden in Dickichten und zwar gewöhnlich da, wo der Boden ein wenig sumpfig ist. Dass sie wenigstens bisweilen

durch den Geruch geleitet werden, ist mir vollständig klar, da ich ein paar Mal beobachtet habe, wie sie nach solchen Plätzen kamen, wo ich Schädel zur Reinigung ausgelegt hatte, dieselben aber vollständig überdeckt hatte, so dass sie unmöglich von oben sichtbar waren. Dass sie den Geruch von einer weiteren Entfernung empfinden können, ist aber kaum wahrscheinlich. Es ist eigenthümlich, dass ihr Schnabel so schwach ist. Sie können unmöglich eine Rindhaut zerreissen. Deshalb versuchen sie auch was sie können durch die natürlichen Öffnungen eines Kadavers heraus zu holen. Alle beiden Taubenarten Floridas *Zenaidura macroura* (LINNÉ) und *Columbigallina passerina* (LINNÉ) sind häufig. Letztere legt ihre beiden Eier auf den Boden oder einen niedrigen Stumpf. Der Truthahn, *Meleagris gallopavo* (LINNÉ) wird immer seltener, kommt aber doch noch jetzt in den »hammocks» vor. »The Quail» *Colinus virginianus* (LINNÉ) ist sehr häufig in den dünnen Pinienwäldern. Von Stelzvögeln habe ich im Herbst und Winter am Meeresufer verschiedene Arten beobachtet, die nördlichen Ursprungs waren wie Calidris, Strepsilas Limosa, Charadrius, Totanus, Actitis und Tringaarten u. s. w. Ein kleiner Charadrius sah ich an kleineren Seen nisten.

Eine Beckasineart, *Gallinago delicata* (ORD.), wird an kleinen Sümpfen angetroffen. *Fulica americana* (GMELIN) ist bekannt unter dem Namen »Coot» und sehr zahlreich in St. Johns river, Lake Jessup und anderen Gewässern, wo es Schilf u. dgl. gibt. *Rallus longirostris* BODDAERT »Marshhen» ist häufig in den Marschländern und »bayous» der Westküste, aber auch andere Ralliden wurden gesehen. *Grus mexicana* (MÜLLER) wird mit jedem Jahre seltener, man nennt sie »sandhill crane». Die Ardeiden sind sehr zahlreich, sind aber noch zahlreicher gewesen, weil man grosse Mengen von diesen und anderen Vögeln wegen der Schmuckfedern geschossen hat. *Ardea virescens* (LINNÉ), *A. coerulea* LINNÉ, *A. candidissima* GMELIN sind doch noch gewöhnliche Vögel. Der erstere, wird »Fly-up the creek» letzteren resp. »blue» und »white crane» (sic!) genannt. *Ardea herodias* LINNÉ und *Ardea egretta* GMELIN gleichwie *Ardea*

rufescens GMELIN sind jetzt selten. *Nycticorax nycticorax* habe ich ein paar Mal in Taxodiumsümpfen gesehen. *Botaurus lentiginosus* (MONTAGU) ist als »Indian hen» bekannt und ausserordentlich häufig an allen kleinen Gewässern. Er ist sehr träge und gar nicht scheu. *Tantalus loculator* LINNÉ ist beinahe ausgerottet, er wurde »wood ibis» genannt auch *Guara alba* (LINNÉ) curlew» und *Plegadis autumnalis* (HASSELQVIST) sind jetzt selten. *Platalea ajaja* LINNÉ und Flamingo habe ich selbst nie in Florida lebendig von der ersteren aber Bälge gesehen; sie sind wahrscheinlich beinahe ausgerottet.

Im Winter kommen mehrere Entenarten als Zugvögel nach Florida, z. B. *Anas boschas* LINNÉ, *Aix* u. a.

Tachypetes aquila LINNÉ habe ich am Key West geschossen. Es ist ein prachtvoller Vogel, lebt aber wie ein Lestris und raubt von Sterna und anderen Stosstauchern weshalb er »Man of war-hawk» genannt wird.

Der weisse Pelikan habe ich nicht selbst gesehen, er ist wahrscheinlich jetzt beinahe ausgerottet. Früher wurde ein solcher Balg mit drei Dollars bezahlt. *Pelecanus fuscus* LINNÉ ist aber noch häufig an der Westküste und wird sehr leicht zahm, wo er nicht verfolgt wird. *Phalacrocorax mexicanus* (BRANDT) ist zahlreich an der Westküste, kommt aber auch im inneren Lande an den Seen vor. An den letzteren Plätzen lebt auch *Anhinga anhinga* (LINNÉ) wo sie von trocknen Bäumen späht oder über das Wasser hinschwebt. *Rhyncops nigra* LINNÉ habe ich an der Westküste in Schwärmen gesehen und auch geschossen. Da finden sich auch eine Sterna- und eine Larusart. Im Herbst habe ich *Larus philadelphia* ORD. in kleinen Seen angetroffen.

Obgleich dies Verzeichniss nicht vollständig ist, mag es doch ein Bild des Vogellebens in Florida hervorrufen.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 92.)

Habana. *R. Colegio de Belen de la compañía de Jesus.*
Observaciones magnéticas y meteorológicas. 1889: Sem. 2. Fol.
Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Deutsches meteorologisches Jahrbuch. Jahrg. 15(1892). 4:o.
Helsingfors. *Geografiska föreningen i Finland.*
Vetenskapliga meddelanden. 1(1892—93). 8:o.
Kasan. *Kejserl. universitetet.*
Ученыя записки. Г. 60(1893): Кн. 5–6. 8:o.
— *Société physico-mathématique.*
Bulletin. (2) T. 2: N:o 2–4; 3: 1–3. 1892—93. 8:o.
— *Kejserl. universitets-observatoriet.*
Труды ... [Observations faites à l'instrument des passages établi dans le premier vertical.] 1893. 4:o.
Krakau. *Académie des sciences.*
Bulletin international. 1894: N:o 1. 8:o.
Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 29: N:o 113. 1893. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Berichte über die Verhandlungen. Philol.-hist. Cl. 1893: 2–3. 8:o.
» » » » Math.-phys. Cl. 1893: 7–9. 8:o.
Lima. *Sociedad geográfica.*
Boletin. T. 3(1893): Cuad. 3. 8:o.
London. *Royal society.*
Proceedings. Vol. 54(1893/94): N:o 330; 55(1894/95): 331. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 3. 8:o.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1894: P. 1. 8:o.
— *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 13: P. 6. 1894. 8:o.
List of members. 1894, Febr. 8:o.
— *British museum (Natural History).*
Catalogue of the birds. Vol. 22. 1893. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 87. 8:o.
Madison. *Wisconsin academy of sciences, arts, and letters.*
Transactions. Vol. 9: P. 2. 1893. 8:o.
Madrid. *Comisión del mapa geológico de España.*
Boletín. T. 19(1892). 8:o.
— *Observatorio.*
Treinta años de observaciones meteorológicas, 1860—89. 1893. Tv. fol.

(Forts. å sid. 132.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 3.
Stockholm.

List of fishes observed and collected in South-Florida.

By Dr Einar Lönnberg.

[Presented 1894, Mars 14, by F. A. Smitt.]

The following list of fishes collected or observed during a sojourn in Florida from the fall 1892 to the summer 1893 embraces naturally enough not all fishes hitherto found in Florida, but will give the names of the characteristic forms and also some new ones heretofore not observed there. With my small means I could not make collections and researches to such an extent as I wished. I hope however that I have been able to add a little to the knowledge of the fishfauna of Florida. The marine fishes were collected at different points of the westcoast from Hillsborough Co. and south to Key West and at New Smyrna at the east coast. The freshwaterfishes are mainly from Orange, Osceola and De Soto Counties. The riches in small freshwaterfishes »minnows» is something characteristic for Florida and not few of these have not been observed outside that state. »Florida ist eine tropische Provinz nicht bloss was die Meeresfische betrifft, sondern auch die Süsswasserfische» writes Prof. Dr J. Palacky in his book »Die Verbreitung der Fische» (Prag 1891). If we now want to make a more special research in this question, we shall find that it is not exactly consentient to the fact. The marine fishes can be divided in four classes, but it is of course difficult to maintain sharp limits. 1) Fishes

of very large sometimes not only american distribution as for instance several sharks and pelagic fishes as species of Tylosurus, Hemiramphus, Scomberomorus a. o. To the same class may be counted also fishes with so wide distribution, that they have been recorded from Cape Cod to Brazil as Trygon sayi, Stolephorus browni, Mugil brasiliensis etc. Of this class we have at the coast of Florida about twenty species. 2) The second class should embrace the fishes, about which the faunistic works say: »distribution from Cape Cod to Florida and Texas». This class is represented by about 25 species of different families but none of them can of course be called a real northern fish although they have their southern limit at Florida. 3) The third class could be called »the Westindian» as it embraces fishes which belong to this region and have their northern limit at the Florida-coast or occasionally a little further north. This class is the largest and is represented by nearly 50 species. To this belong Pristis, Urolophus, many species of the families Sparidæ, Serranidæ, Labridæ etc. 4) The fourth class should be that of the for Florida characteristic fishes. But these are all or nearly all small and little observed species and it is therefor uncertain if they not in the future can be found at other coasts. They are not very numerous either. Such ones are Harengula pensacolæ, Chriodorus atherinoides, Atherina veliana, Menidia peninsulæ, Gerres harengulus, Blennius asterias, Gobiesox virgatulus etc. (Here as well as before I only talk about them which I have found myself). From this is thus evident that in the marine fishfauna of Florida the tropical components really are ruling. But this is not the case in regard to the »ichthys» of the freshwater. If we completely omit all marine fishes, which, not few in number, ascend streams and rivers and sometimes penetrate deep into the country, we can divide the real freshwater fishes of Florida into two classes. 1) Fishes with wide distribution and which can be found far north from Florida. To this belong Lepidosteus, Amia, most of the catfishes Erimyzon, Notemigonus, Dorosoma, the eel, Esox reticulatus, Labi-

desthes, Pomoxys, Chænobryttus, Enneacanthus, Lepomis pallidus and Micropterus. Some other ones do not extend so far north, but go at least to South Carolina as Zygonectes chrysotus, Gambusia, Girardinus and Lepomis holbrooki. All in all this class will embrace about a quarter of a hundred. The second class should include the typical Floridafishes, but they are only half as many. To them belong Amiurus erebennus, Jordanella, Fundulus seminolis and ocellaris, Zygonectes henshalli and craticula, Lucania goodei, Elassoma evergladei, Lepomis punctatus and mystacalis. A few are found in Florida and also in Georgia as Notropis roseus, Etheostoma quiescens. Mollienesia latipinna extends westward to Mexico and Lepidosteus tristæchus southwards to Cuba and Central America. As this second class however is not but about half as large as the first, the freshwaterfauna of Florida with respect to the fishes can be said to have originated from the North and is thus not tropical. This is the more the case as most of even these freshwater fishes that are typical for Florida have relatives belonging to the same genera in other parts of North America.

After this foregoing remarks I will enumerate the different species and give some short notes about the localities etc.

Carcharhinus terræ novæ RICHARDSON. »White shark», »Sandshark». Common round the Keys.

I saw several other larger species of sharks but I only caught this one. Several specimens of the sandshark were speared in shallow water with the »grain». On one of them I procured a specimen of Pontobdella and in the intestines of another one a strobila of a Tetrarhynchus.

Sphyrna tiburo (LINNÉ). »Bonnet head». Rather common.

Pristis pectinatus LATHAM. Common at the coast of South-Florida as at Punta Gorda and other places where smaller specimens often are caught on hook and line.

Rhinobatus lentiginosus GORMAN. Not quite uncommon round the Keys. I bought one specimen in the market at Key West and speared another one with the »grain» in a shallow

»bayou». The fishermen had no name for it. A male specimen had seven larger spines on the tip of the snout.

In Clear Water Harbor it is rare.

Urolophus torpedinus. Of this Westindian species has heretofore no specimen been observed at the coast of Florida, but I obtained a specimen at Key West.

Trygon sabina LESUEUR. »Stingaree». Common in St. Johns river and the lakes in connection therewith as for instance Lake Jessup, Orange Co. where it is caught together with other fishes by seining. It is very common at the Gulf-coast too as well as:

Trygon sayi LESUEUR.

I saw several larger rays too but did not catch any of them. Some of those belonged to Myliobatidæ and were called »Whip-rays» by the fishermen but I did not classify the species.

Manta birostris (WALBAUM). »Devilfish». I did not see any living specimens of this monster, but heard much about it. It seems to be not uncommon in the channels of the westcoast.

Lepidosteus osseus (LINNÉ) AGASSIZ. »Longnosed Gar» »Garfish». Abundant in St. Johns river and larger lakes as Lake Jessup, Lake Apopka etc. The green raw is said to be poisonous, so that the chickens die, if they eat of it. The fish is not used (but sometimes for fertilizer), but the fishermen kill it always as an obnoxious fish.

(*Lepidosteus platystomus;* in our Museum here in Upsala we have a young specimen of this species from Florida presented by Mr. J. HENSCHEN. It is probably from Orange Co. It has a dark dorsal band and a dark lateral band through the eyes and along the sides).

Lepidosteus tristœchus (BLOCK & SCHNEIDER). The »Alligatorgar» is to be found in Lake John at Oakland, Orange Co. and some other lakes, but is not common.

Amia calva LINNÉ. »Mudfish». In St. Johns river and larger lakes, Lake Apopka etc. Small specimens are very seldom found and I could not get any of small size at all.

Noturus gyrinus (MITCHILL). I caught a few small specimens in Ferncreek near Orlando, Orange Co. and in St. Johns river.

Amiurus nebulosus LESUEUR. »Bullhead». Lake Apopka and other larger lakes.

Amiurus erebennus JORDAN. »Catfish». St. Johns river, Orange Co.

Amiurus natalis (LESUEUR) JORDAN. Var. cupreus with the upper jaw longer.

»Catfish». In Ferncreek at Orlando, Orange Co., in ditches and ponds round Kissimmee, Osceola Co., in a creek from a sulphurspring near Lake Jessup, Orange Co. These last mentioned had a reddish hue and deserved the name cupreus very well. Anal rays 24 or more but the length of the base of anal hardly more than a fourth of the total length.

Ictalurus punctatus (RASINESQUE) JORDAN. »Channelcat», »Catfish». Lake Apopka.

Ictalurus nigricans (LESUEUR) JORDAN. »Channelcat», »Catfish». Lake Apopka. These two species and other large catfishes are caught on hook and line and used for food by the colored people. A good deal is shipped north too, but the white inhabitants of Florida very seldom use them.

Arius felis (LINNÉ) JORDAN & GILBERT. »Catfish», »Sea Cat». Abundant along the coast.

Ailurichthys marinus (MITCHILL). »Catfish», »Gaftopsail». Both coasts. The marine catfishes are not used for food by the population of Florida.

Erimyzon sucetta (LACÉPÈDE). »Sucker». Large specimens from Lake Apopka have 38 scales in a longitudinal row 15 in a vertical. Some other specimens from small lakes and ponds between Apopka and Toronto have only 11 rays in the dorsal. Smaller specimens were caught in Ferncreek at Orlando and several other waters.

Notropis metallicus JORDAN, MECK. Only one specimen was found in the small creek from a sulphurspring to Lake Jessup (»Cliftonsprings»). It had all fins dusky blackish.

Notemigonus chrysoleucus bosci (CUVIER & VALENCIENNE), JORDAN. »Roach». This is common in Lake Apopka, Lake Jessup a. o. waters but is not used.

Albula vulpes (LINNÉ) GOODE. »Bonefish». New Smyrna.

Megalops atlanticus (CUVIER & VAL). »Tarpon». I observed this large and beautiful fish at the coast of Hillsborough Co. (Clear-Water Harbor) still in October. Round Key West it was plentiful in March and people used to spear it with the »grain» there. In Charlotte Harbor I saw some specimens in April. Along the eastcoast it is frequently observed so far north as New Smyrna, Volusia Co., but not often further north. It is a fine gamefish and it must be regarded as an excellent sport to catch a 6 feet tarpon with rod and reel. In Key West the meat was used salted but in Charlotte Harbor the fishes were thrown away. The scales are used for an ornament and sometimes as visiting cards.

Harengula pensacolæ GOODE & BEAN. Extremely abundant round the wharfs of St. Petersburg, Hillsborough Co., where it was caught in castnets and used for bait under the name of »sardines».

Clupea pseudoharengus WILSON. In Florida called »Shad», entering St. Johns river in springtime.

Brevoortia tyrannus (LATROBE) GOOD. »Menhaden». Extremely abundant at the eastcoast (New Smyrna).

Dorosoma cepedianum (LESUEUR) GILL. »Stinkshad». Common in Lake Apopka and Lake Jessup as well as in St. Johns river, but even in other smaller waters as in the chain of lakes Lake Ivanhoe, Formosa, Rovena etc. near Orlando, Orange Co. where it is landlocked. In the spring it enters even very small creeks so small that I easily caught the fishes in my dipnet. Not used for food.

Stolephorus browni GMELIN. Abundant at Key West where it is used for bait under the name of »sardine» or »anchovy».

Stolephorus mitchilli (CUVIER & VALENCIENNES). St. Petersburg, Hillsborough Co.

Synodus foetens LINNÉ. »Lizardfish». It is common at Key West and often caught an hook and line there but not used.

Jordanella floridæ GOODE & BEAN. This beautiful little minnow is common in St. Johns river and its tributaries. Lake Jessup etc., in Lake Tohopekaliga and other waters round Kissimmee, Osceola Co.

At Arcadia, De Soto Co.

I do not know, if it can be proper to talk about mimicry in this case, but Jordanella is certainly in coloration very much indeed similar to a small Chænobryttus gulosus. Even the black spot on the opercleflap of the latter corresponds very well to the black spot on the side of Jordanella and as the head of the »warmouth» is so much larger it is situated not much further back on Jordanella. It is possible that through this likeness some fishes that feed on minnows can be cheated to believe that they have a »warmouth» that is less delicious and may be can defend itself with mouth and spines before their eyes instead of a harmless minnow.

Cyprinodon carpio GÜNTHER. Key West, very abundant. Punta Gorda, abundant.

Cyprinodon variegatus LACÉPÈDE. At Key West I saw millions of this fish in the shallow bayous and in the old salt-ponds where they died in immense quantities, when the water dried up. I observed it further in similar localities at Punta Gorda, De Soto Co.; Hog Island, Ozona, Hillsborough Co.; New Smyrna, Volusia Co.

Fundulus similis BAIRD & GIRARD. Key West, in shallow bayous, abundant as well as at different localities at the coast of Hillsborough Co., Clear Water Harbor and Hog Island etc.

Specimens from this part have the dorsal longer with 12—13 rays and is through that a little similar to *Fundulus zebra*. It has however not got the anal prolonged but has yet only 9 anal rays as the typical or sometimes 10. Both males and females have black crossbars, 16—18 in number. There is no trace of longitudinal bands on ♀, she is exactly like the male and is thus dissimilar *F. majalis*; Scales as in *Fundulus similis*. Head $3^{1}/_{3}$, depth 4. These fishes reached a length of 10—12 c. m. and more. At the same places in the bayous young ones with only 10—12 crossbars were plentiful.

Fundulus seminalis GIRARD. I caught several specimens of this fish in the sulphursprings (Cliftonsprings) at Lake Jessup. The females were plain olivegreen with darkedged scales. The males have brighter colors with rows of small dark spots. But these spots are not situated in the middle of the scales [1]) but in the »corners» of the scales making the knots in the net which is formed by the dark borders of the scales. These spots are larger on the back, gradually becoming smaller down the sides. Dorsal and caudal have large black spots arranged on bars and outer part of caudal nearly all black, ventrals and anal orange with outer edge black. In life the fishes were somewhat golden.

Fundulus heteroclitus (LINNÉ) GÜNTHER. Minnow.

New Smyrna in ditches from Hillsboro river, Key West, Punta Gorda.

Fundulus grandis BAIRD & GIRARD. Punta Gorda.

Fundulus ocellaris JORDAN & GILBERT. St. Johns river at Sanford, Orange Co.

Zygenectes henshalli JORDAN. Ferncreek, Orlando, a creek between Lake Ivanhoe and Formosa and other waters in Orange Co.

Greenish with orange spots. Caudal much longer than in Zyg. chrysotus according to WOOLMANS figure (l. c. Pl. L, III).

---

[1]) A. WOOLMAN: Report upon the rivers of Centre Florida, Bull. U. S. Fish commission for 1890.

A specimen from the creek between Lake Ivanhoe and Formosa had scattered black »melanistic» spots. Anal 10 or 11.

The young ones have darker crossbars.

Zygonectes chrysotus GÜNTHER. Ditches and ponds at Arcadia, De Soto Co. and at Toronto, Orange Co.

Brownish olive with darker crossbars. No spots on dorsal. Anal 9. With or without pearly spots on the sides. Caudal shorter than in Zyg. henshalli, stouter.

Zygonectes craticula GOODE & BEAN. (*Zygonectes notti* AGASSIZ?). In a creek between Lake Ivanhoe and Lake Formosa, Orlando and in the lakes themselves.

In a lake near Lake Beauty, Orlando, in lakes round Apopka. A lively little fish often swimming at the surface of the water. The top of the head then shines golden.

Gambusia patruelis (BAIRD & GIRARD). This little minnow is most abundant of all in fresh water. It is found in creeks, in lakes and ponds, very often even in temporary pools, why it is sometimes called »rainwaterfish».

In Orange Co. in all waters I have seen. In ditches, ponds, lakes etc. at Kissimmee, Osceola Co., at Arcadia, De Soto Co. etc. etc.

Already in april I found females with youngs in Orange and De Soto Counties.

In some places certain varieties are predominant for instance *Gamb. patruelis* forma *melanops* in Lake Beauty not far from Orlando. This lake has a rich vegetation and rather dark water.

In Clay springs and the sulphursprings round Lake Jessup melanistic forms were not scarce. (Conf. Mollienesia). It seems to be many more males than females struck by this melanismus which probably at least partly is due to the chemical composition of the water.

Girardinus formosus GIRARD. I found this species in a good many waters for instance in Ferncreek and in ponds near Orlando, in ditches at Oviedo, in small lakes at McDonald near

Zellwood, in St. Johns river, in Lake Jessup, Orange Co. and at Kissimmee, Osceola Co.

Lucania goodei JORDAN. I found this nice little fish in Ferncreek at Orlando, in St. Johns river and other waters in Orange Co. and at Kissimmee, Osceola Co.

Mollienesia latipinna LESUEUR. This is abundant at Punta Gorda and Key West among mangrove. At least some of these specimens have the five dark half bars of M. lineolata which form I suppose only is a variety.

In Orange Co.: ditches at Oviedo, Lake Jessup abundant, St. Johns river, small lakes near McDonald.

In Osceola Co.: Lake Tohopekaliga and other waters of the Kissimmee system. On these specimens from fresh water I never saw any dark bars.

From the sulphursprings round Lake Jessup I obtained specimens of this fish with very large black blotches on body and fins, melanistic forms. (Conf. Gambusia patruelis). It is to be observed that this sulphur water seems to promote the development of such melanistic forms. Comparatively there are more melanistic males than females. In Zoolog. Anzeiger XV, 382 p. 25 KNAUTHE supposes that hunger has developed melanistic forms of different fishes in some of his ponds, but I do not think that it is the case here.

Esox reticulatus LESUEUR. I observed this fish only once namely from Crooked Lake near Oakland, Orange Co. It was caught in a seine and was called »Jack» by the fishermen. I think this is the most southern place, where it has been found.

Sidera moringa (CUVIER). »Moray». Key West.

Ophichthys punctifer (KAUP) GÜNTHER. I got one specimen of this fish at Ozona, Hillsborough Co., where it was called »Moray». It was much feared by the boys for its long and sharp teeth, which it always was ready to use in a rather dangerous way for their bare feet.

Anquilla rostrata LESUEUR. »Eel». I caught a specimen in St. Johns river on hook and line in nighttime. It must be

scarce in Florida or at least seldom seen as a man who was in my company nearly was scared to death by the sight of such a fearful animal.

Tylosurus notatus (POEY). »Needlefish», »Billfish». Key West and Punta Gorda etc., abundant.

Tylosurus marinus (BLOCH & SCHNEIDER). The same names are used for this as for the species above. I procured specimens at Key West, Ozona, Hillsborough Co. and other places round the coasts. It is a most remarkable fish for its habits of ascending streams and entering into fresh water. So for instance I found a young specimen only 125 mm. long in Lake Jessup, Orange Co. It could not have come there without following St. Johns river from its mouth and all way of its meandering route through all lakes etc. Certainly no short voyage for such a small fish.

Tylosurus crassus (POEY). The »Houndfish». Is very often seen round the Keys hunting small fishes.

Hemiramphus brasiliensis (LINNÉ) GÜNTHER. I happened to get a specimen of this fish thrown up on the shore at Key West.

Hemiramphus unifasciatus RANZANI. This »Needlefish» is very common round the Keys and along the Westcoast (Clear Water Harbor, Hillsborough Co.; Key West). The boys use to fish it on hook and line from the wharfs. One night two fishes of this kind skipped into my boat in Clear Water Harbor.

Hemiramphus longirostris CUVIER. I found a specimen of this nice fish just thrown up on the Coronado beach outside New Smyrna, Volusia Co.

Chriodorus atherinoides GOODE & BEAN. At Key West I procured one specimen of this interesting fish, caught together with Hemiramphus on hook and line in the harbor.

I saw very often dried »seahorses», *Hippocampus*, which had been collected at the Florida coast, exhibited for sale in curiosity-stores etc., but I did not obtain any living specimens myself.

Mugil albula LINNÉ. »Mullet». Extremely abundant along the gulfcoast and the most important foodfish in that region. It is common at the eastcoast too, for instance at New Smyrna running up into Hillsboro river. [1]) But it is not only in salt water it is to be found. It wanders up far above the tide water in streams and rivers. In St. Johns river they are common and so far from the sea as in Lake Jessup I have seen hundreds and hundreds skipping.

Mugil brasiliensis AGASSIZ. »Silver mullet». Not so large and not so abundant as the former at the Gulfcoast and at Key West.

Atherina veliana GOODE & BEAN. This little fish was called »Hardhead» at Key West. I only obtained one specimen there, altough I saw a good many of them.

Menidia peninsulæ GOODE & BEAN. This fish was abundant round the wharf at Punta Gorda, Charlotte Harbor. It was called »Silverside» by the boys that used it for bait. The number of spines in first dorsal is very variable as most of my specimens have four, some six and, a few five. Some have 16 soft rays in the anal fin but most specimens have 15. It is striking that the number of spines is so very little constant in Atherinidæ (conf. Labidesthes!).

At Key West too it is abundant following the tidewater in the bayous.

Labidesthes sicculus COPE. I found this beautiful, little fish at first in Lake Ivanhoe near Orlando afterwards in other lakes of the same system and in creeks connecting them but even in single lakes in the pineland east of Orlando and in other places.

The first specimens I obtained had more spines and rays in the fins than this species ought to have viz. dorsal V—I, 12 and sometimes VI—I, 12; anal I, 24. The color is very fine in life. The back greenish with a median dorsal band of small black spots, such a band from caudal to vent too. The silvery

[1]) This is only a part of the sea though.

band on the sides is dark with blue (or sometimes reddish) hue. Belly silvery, a little bluish. Opercle bluish. Head above dark, snout in some specimens red. A blue spot on each side of the mouth. The fishes loose their color very soon. They are very lively and shy, live in schools and feed on entomostraca. I have found rests of something like Bosmina in their intestines These now mentioned specimens all seemed to be pelagic or limnetic to their habits. But on another occasion I found in a small lake near McDonald, Orange Co. in the rich vegetation there two large specimens of Labidesthes, which seemed to me different in shape too, not only in habits. They were more compressed, had a longer snout and so on. I sent one of these to Dr. TARLETON BEAN, Washington, D. C., and having compared it with a large number of Labidesthes in U. S. Nat. Museum he says that it cannot be but L. sicculus. The species is very variable, the number of spines and soft rays as well as the rows of scales on the body are inconstant and he adds »The size of the eye, and the length of the snout are also variable characters». In such a case I only can regard these two specimens as aberrant forms of Labidesthes sicculus, they are however very different. WOOLMAN [1]) has found Labidesthes sicculus in Alligator river, Peace river and Hillsboro river (of the Westcoast), but he does not mention anything about the variation of the species.

Sphyræna picuda (BLOCH & SCHNEIDES). »Barracuda». This fish is seen every day in the Key West fishmarket. It is taken with the twopronged spear, the »grain», which is used with much skill by the fishermen of that place. The barracuda is common on the shallow banks among the Keys, but I could not get any specimen small enough to preserve.

Echeneis naucrates LINNÉ »Sucker». Common on sharks at Key West where it often is brought to the market as a »curiosity».

---

[1]) l. c.

Scomberomorus maculatus (MITCHILL). »Spanish mackerel» common from Key West to Clear Water Harbor, caught on hook and line from the wharfs at St. Petersburg and other places.

Scomberomorus regalis (BLOCK) and *Sc. caballa* (CUVIER) are always seen in the Key West market where they are called »Kingfish» and very much esteemed as foodfishes. They are caught on trolling lines and a triangular piece of their own skin is used for bait.

Caranx pisquetus CUVIER & VALENCIENNES. »Runner». Very common round Key West and at other places. Even called »Jack».

Caranx hippos (LINNÉ). »Cavalla». A common and interesting gamefish, that often is caught on hook and line from wharfs and bridges and from the beach as well on the east as westcoast. At New Smyrna on the bridge over Hillsboro river I had the opportunity to try the sport myself with great satisfaction, when the fishes came advancing and retreating with the tide.

Trachinotus rhodopus GILL. »Permit». This fish is mostly speared with the »grain» on the shallow banks round the Keys. It is regarded as a good foodfish.

Trachinotus carolinus (LINNÉ) GILL. The »Pompano» is with full right regarded as the best foodfish. It is common on the westcoast (Punta Gorda, Clear Water Harbor) and even at the eastcoast. In the surf at Coronado beach outside New Smyrna I saw the young ones very plentiful.

Trachinotus ovatus (LINNÉ). »Pompano», Clear Water Harbor.

Selene vomer LINNÉ. »Moonfish». Not uncommon at the Gulfcoast (Clear Water Harbor, Punta Gorda).

Elassoma evergladei JORDAN. Localities: Ferncreek and small lakes round Orlando, Orange Co.; Tohopekaliga and other waters round Kissimmee, Osceola Co.; Arcadia, De Soto Co.

This little fish seems to be extremely variable. When I obtained my first specimens in Ferncreek I surely believed that

I had found a new species. I was led to that opinion by the number of spines and soft rays in the vertical fins. JORDAN [1]) describes Elassoma evergladei with four spines and 9 or 10 soft rays in the dorsal and three spines and 5 soft rays in the anal. On my specimens I counted five spines (in one only 4) and 11 or 12 soft rays and the formula of the anal was III, 7. There was thus one spine and 1 or 2 soft rays in the dorsal and 2 soft rays in the anal more than in the typical E. evergladei. I therefore believed just to establish a new subspecies with the name »orlandicum» the more as also the color etc. was different. Later on I found in the literature that WOOLMAN [2]) had found in Pemberton creek variations in another direction that is: with the formula III, 8 for the dorsal and IV, 5 for the anal. But in Santa Fé river the specimens were more similar to mine with dorsal IV, 9—12 anal III, 5—7. Through this the variability of the E. evergladei becomes still more evident.

The fins are larger in the males as the following measurements will show

	male:		female:	
Length without caudal	$20^1/_2$	mm.	20	mm.
» of head	$6^1/_2$	»	6	»
Depth of body	$6^1/_2$	»	6	»
Vertical height of dorsal.	$2^1/_3$	»	2	»
» » » anal	$3^1/_2$	»	$2^1/_3$	»
Length of dorsal	10	»	8	»
» » caudal	5	»	$4^1/_3$	»
Height » »	8	»	5	»

My largest specimen measured 25 mm. without the caudal, which is rounded not slightly emarginate. WOOLMANS figure (l. c. Pl. LIII) has the caudal rounded too.

In the females the ventrals reach to the anal, in the males the filament from the fourth ray surpasses the spines of the anal.

Intestinal canal short, no appendices pyloricæ.

[1]) Proc. U. S. Nat. Mus. 1884.

[2]) l. c. p. 299.

The eggs are large but few in number.

December and January seem to be the spawning season of this little fish and in that time the male has such a bright colors, that it must be regarded as one of the handsomest fresh-water fishes. It is black with seven, more or less complete, vertical crossbars of bright metallic blue. A semicircular blue spot below and behind the eye. At the base of the caudal there are two whitish blue or blue spots surrounded by black. The ventral fins almost blue with black border. At the base the dorsal has two and a half band of blue spots; the anal has one or two bands of the same kind. A little within the black margin of all the vertical fins, the chiefcolor of which is black, is a broad, blue band, which is broadest and brightest on the anal. Pectorals not colored. After the spawning time the blue will change to paler, greenish blue but still metallic. In spirit the blue color is lost and the fishes become blackish with paler band where the blue has been. Both the caudal spots are always conspicuous.

The female is not so bright. Its color is a kind of rusty brownish with darker spots. These are sometimes arranged in three ranges along the side. The belly is always paler and the entrails shine through, the liver reddish and the intestines dark, if they contain anything. At the base of the caudal two whitish dark bordered spots. Dark spots on the rays make one band on the anal, two on the dorsal and three on the caudal.

Pomoxys sparoides (LACÉPÈDE) GIRARD. »Speckled perch» »Goggleeye», »Strawberry-bass». Abundant in Lake Apopka and several other lakes in Orange Co.

Chænobryttus gulosus (CUVIER & VALENC.). »Warmouthed perch». In Ferncreek near Orlando, small lakes near Zellwood, Apopka and Orlando, in a small brook from a sulphurspring at Lake Jessup, Orange Co. In ditches and ponds Arcadia, De Soto Co.

Enneacanthus simulans (COPE). I found this fish together with Chænobryttus gulosus in abundance in a small pond near

Lake Beauty in the neighborhood of Orlando. Number of spines variable. Opercular spot small and depth less than half length, but the bright spots were golden green in life. Soft rays of anal 10.

Lepomis punctatus (CUVIER & VALENC.). »Bream». One specimen from a small lake near Zellwood, Orange Co.

Lepomis holbrookii (CUVIER & VAL.), MCKAY. »Shellcrusher», »Bream». Lake Apopka, abundant.

Lepomis mystacalis COPE. »Pumpkinseed», »Bream». Lake Apopka abundant. My specimens from there have only eleven soft rays in the anal.

Lepomis pallidus (MITCHILL). »Coppernosed Bream», »Copperhead», under this name I got from Lake Apopka where it is common, a rather large Lepomis which I with hesitation classify as Lepomis pallidus, but it is at least the nearest relative and this species is said to be very variable. Both dorsal and anal have 12 soft rays. The dorsal spines are strong but hardly longer than nose and eye. Opercular flap larger than eye. Profile with an angle above eye. This angle is still deeper on a 20 cm. long specimen which I received as »Blue Bream» from a little lake near Zellwood, Orange Co. This specimen had the same number of rays in the fins and was very dark blackish blue. Both have black blotches on last rays of dorsal and anal.

I refer to this species a good many young Lepomis specimens from different localities in Orange, Osceola and De Soto Counties. These have often 13 darker crossbars and a red mark on the opercle. All have dorsal X, 12 and anal III, 11. Some halfgrown specimens from the neighborhood of Apopka have blunt pharyngeal teeth and come then near to the Texasform L. heros. All have the black blotch on dorsal.

Micropterus salmoides (LACÉPÈDE). In Florida erroneously known under the name of »Trout» (sic!). It is abundant in St. Johns river as well as in larger and smaller lakes. In Lake Apopka I saw several specimens with red fins and light green body without any spots.

It ought to be observed how the unbroken black lateral band of the young Micropterus salmoides produces a general likeness to Lucania, Girardinus, Notropis, Erimyzon and other small fishes. How this fact shall be satisfactory explained I can not tell though. It can hardly be regarded as any kind of »mimicry» I am rather inclined to see therein a common rule or a tendency to collect the pigment in these parts of the skin, as even is the case in many other fishes and the silverstripe of the Atherinids, Belonids and other fishes is a similar occurrence. But in this case it is strange that on the grown fishes of some species the band is broken up as in Erimyzon, Micropterus a. o. Is then »the exciting power» (der Reiz) gone away from these parts?

Etheostoma quiescens JORDAN. I found this fish first in Ferncreek near Orlando but afterwards in a good many localities as well lakes as creeks with clear water. It also likes vegetation to hide in. Small lakes South of Orlando, Lake John near Oakland, small lake near McDonald, Orange Co.

In a creek southwest of Kissimmee, Osceola Co.

The color was very variable as it sometimes was light brown with darker spots sometimes nearly quite black. At the sandy shores of lakes they were paler than in creeks and brooks with rich vegetation. I saw them very often hiding under boards, logs and so on.

Centropomus undecimalis (BLOCH) CUV. & VAL. »Snook». Common at the westcoast, often seen round the wharfs. Used as foodfish by some people, and also shipped inland.

Trisotropis stomias GOODE & BEAN m. ss. »Black grouper». Common round Key West.

Trisotropis falcata POEY. »Scamp». Key West.

Trisotropis microlepis GOODE & BEAN. »Gag». Key West.

Epinephelus nigritus (HOLBROOK). »Jewfish». About every day some very large specimens are brought in the Key West market. I observed this fish at Punta Gorda too. They were caught on hook and line often near the wharfs.

Epinephelus morio (CUVIER, VALENCIENNE). »Red grouper». Key West, common. Good foodfish.

These »groupers» as well as many other fishes of the Florida-coast are able to produce a grunting sound.

Epinephelus striatus (BLOCH). »Nassaugrouper». Key West.

Epinephelus guttatus (GMELIN) GOODE (E. apua BLOCH). I bought one specimen of this kind at Key West, where it was called »Red Hind». It is a very handsome fish with bright red spots.

Bodianus punctatus (LINNÉ) BLOCH or *Enneacentrus punctatus* (LINNÉ) POEY. Niggerfish. Key West. I only saw one specimen in three weeks, but it was well known among the fishermen.

Ocyurus chrysurus (BLOCH). Common at Key West.

Lutjanus synagris (LINNÉ) POEY. »Lane snapper». Key West, common in the market and highly esteemed.

Lutjanus caxis (BLOCH & SCHNEIDER). »Gray Snapper». Very common et Key West, where it is next to Hæmulon formosum the most abundant, and on the westcoast: Ozona, Clear Water Harbor and other places of Hillsborough Co. It is a fine foodfish.

Lutjanus campechianus POEY. Key West.

Lutjanus aya (BLOCH). »Red snapper». Caught on the banks in the Gulf.

Pomadasys fulvomaculatus (MITCHILL). Common at Ozona, Clear Water Harbor and other places in Hillsborough Co. where it is called »Hogfish» or »Grunt», less common at Key West where it is called »Sailors Choice» and »Whiting».

Anisotremus virginicus (LINNÉ) GILL. The »Porkfish» of Key West an esteemed foodfish.

Hæmulon formosum (LINNÉ) CUVIER. »Grunt», »Black Grunt» is one of the most abundant fishes round Key West. Common at Ozona, Hillsborough Co.

Hæmulon elegans CUVIER & VALENCIENNE. »Yellow Grunt». Common, Key West.

Hæmulon chromis CUVIER & VALENCIENNE. Key West.

Hæmulon trivittatum (BLOCH & SCHNEIDER). »White grunt». Key West.

Lobotes surinamensis (BLOCH) CUVIER. I got a large, good specimen of this fish at New Smyrna where it was caught on hook and line from the bridge over Hillsboro river. The fisherman called it »Choaper». It seems not to be very abundant as it is the only specimen I have seen in Florida.

Lagodon rhomboides (LINNÉ). »Grassbream». Key West. The young ones extremely abundant on grassy bottom along the westcoast where they are called »shiners» (at Ozona, Clear Water Harbor and other places in Hillsborough and other Counties).

Diplodus caudimacula (POEY). Very common at the coast of Hillsborough Co., where it is called »Sailors Choice».

Calamus calamus (CUVIER & VALENCIENNE). »Porgy». Key West.

Calamus bajonado (BLOCH & SCHNEIDER). »Jolthead-Porgy». Key West.

Calamus milneri GOODE & BEAN. Key West.

Archosargus probatocephalus (WALBAUM). The »Sheepshead» is caught in great quantities on hook and line from bridges and wharfs on both coasts of Florida, as for instance at St. Petersburg in Tampa bay, at Punta Gorda in Charlotte Harbor, at New Smyrna in Hillsboro river etc. At the first mentioned place I saw a good many white and colored fishermen fishing for sheepshead and using »fidlercrabs» (Gelasimus) for bait. This fishingseason is in the winter.

Sciæna lanceolata (HOLBROOK) GÜNTHER. New Smyrna, one specimen found on the beach.

Sciæna ocellata (LINNÉ) GÜNTHER. »Red horse», »Channelbass», »Seabass», »Bass». It is common on both coasts and fished with hook and line from wharfs and bridges. On the eastcoast, where very large specimens are caught with rod and reel in the surf, it is a first class gamefish.

Bairdiella chrysura (LACÉPÈDE). »Silverperch». Westcoast of Florida (Clear Water Harbor, Hillsborough Co.).

Leiostomus xanthurus LACÉPÈDE. »Spot». 1 procured specimens from Hillsboro river in the ditches at New Smyrna, Volusia Co. and other localities. The young ones were very abundant in the shallow bays at Punta Gorda and there by the boys called »young grunts».

Cynoscion maculatum (MITCHILL) GILL. The »Seatrout» is common at both coasts.

Menticirrus americanus (CATESBY) (*alburnus* (LINNÉ) GILL). This fish is not uncommon in Charlotte Harbor at Punta Gorda, where it is called »Whiting».

Menticirrus litoralis (HOLBROOK) GILL. In the surf at Coronado beach, Volusia Co., I caught some very small specimens, but I am not quite sure if they belong to this or the preceding. The scales on the breast are very small much smaller than on the body and no teeth seem to be enlarged, but it is anyhow difficult to classify such small ones.

Gerres plumieri CUVIER & VALENC. »Sandperch». Abundant and caught in great quantities in springtime at the southwestcoast of Florida. Punta Gorda. It is used as foodfish.

Gerres harengulus GOODE & BEAN. Abundant at Punta Gorda in Charlotte Harbor.

Lachnolæmus falcatus CUVIER & VALENCIENNE. »Hogfish». Key West. Valued foodfish, rather common.

Harpe rufa (LINNÉ) GILL. This beautiful fish is rather scarce at Key West. I saw only one specimen in three weeks. Head and upper part of the body anteriorly were purplish red on the dorsal with a bluish hue; remainder of body and lower part of operculum golden yellow. Two outer ventral rays red and a red band on the margin of anal.

Chætodipterus faber (LINNÉ). »Angelfish». Along the westcoast (Clear Water Harbor, Punta Gorda). Fine foodfish, rather common.

Gobius soporator CUVIER & VALENCIENNE. This »Rockfish» is common at Key West.

Gobiesox virgatulus JORDAN & GILBERT. Not far from Key West I obtained two specimens of a Gobiesox. I caught one in a hole in a sponge and the other one in a hole in an old log of buttonwood. They were dark purplish brown with the margins of vertical fins bordered with white forming a row of small spots. The head is very broad its width $2^1/_3$—$2^1/_2$ in total length. Dorsal with 10 rays, anal with 7 or 8.

Batrachus tau LINNÉ. »Rockfish», »Toadfish». Common at Clear Water Harbor and other places on the westcoast. I found it often in holes in sponges and empty Pinna-shells and such places like these. The boys sometimes caught this kind of fish on hook and line. They believed it poisonous! Round the keys it used to live in holes in the rocks and under pieces of rocks. Because the surroundings here were lighter from the limerock and the limy sediment that covered everything, the fishes themselves were much lighter here too, and just about of the same color as the bottom.

Blennius asterias GOODE & BEAN. Cruising among the Keys not very far from Key West I collected some specimens of this species. They seem to be abundant in holes in the rocks. The color seems to be somewhat variable, but on all specimens the crossbars are conspicuous in alcohol at least as large blotches on the sides. The small spots were, if I remember right, golden in life (JORDAN [1]) says »probably blue») but not very conspicuous but on two. Between first and second dorsal spine there is a very nice and rather large ocellus in two of my specimens but on the third it is not so plain and on the fourth there is no trace of such a one. May be it only belongs to the male. The fringes or filaments on nape different in number in different specimens.

Paralichthys albigutta JORDAN & GILBERT. »Flounder». Rather common, Clear Water Harbor, Hillsborough Co.

Citharichthys ocellatus (POEY) JORDAN & GILBERT. »Flounder», Key West.

---

[1]) JORDAN Contrib. to N. Am. Ichthyol. p. 961.

Achirus fasciatus (LACÉPÈDE). Common in Peace river where I heard a man call them »leaches». (Arcadia, De Soto Co.).

Malthe radiata (MITCHILL). »Batfish». Clear Water Harbor, Punta Gorda not uncommon.

Balistes vetulus LINNÉ. »Turbot». Is regarded as a very fine foodfish. Key West.

Balistes capriscus GMELIN. »Turbot». Key West.

Monacanthus hispidus LINNÉ. »Leatherjacket», »Leatherfish». Key West, common. One of my specimens has the second ray of soft dorsal produced, filamentous (not the first). At other places of the westcoast it was as common, for instance at Ozona, Hillsborough Co. The specimens I got there were not so large though but darker.

Ostracion quadricorne LINNÉ. »Cowfish». Along the westcoast in shallow water rather common. (Clear Water Harbor, Hillsborough Co.; Key West). At New Smyrna I saw a specimen thrown up on the beach.

Tetrodon turgidus MITCH. »Toadfish», »Swelltoad», »Puffer». Common all along the westcoast. (Ozona, Clear Water Harbor, Hillsborough Co.).

Tetrodon testudineus LINNÉ. One specimen from Key West.

Chilomycterus geometricus BLOCH & SCHNEIDER. Rather common on the eastcoast. St. Augustine, New Smyrna etc. Dried and sold as a »curiosity» under name of »porcupine fish».

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 108.)

Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de la compañia de Jesús.*
Observaciones. 1892: 4. Fol.

México. *Sociedad científica »Antonio Alzate».*
Memorias y revista. T. 7(1893/94): N:o 5—6. 8:o.

— *Observatorio meteorologico central.*
Bárcena, M., El clima de la ciudad de México. 1893. 8:o.

München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-physikal. Cl. Bd 18: Abth. 2. 1893. 4:o.
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1893: Bd 2: H. 3. 8:o.
Rüdinger, N., Ueber die Wege und Ziele der Hirnforschung. Festrede. 1893. 4:o.

Napoli. *R. Istituto d'incorraggiamento.*
Atti. (4) Vol. 6. 1893. 4:o.

New York. *American museum of natural history.*
Memoirs. Vol. 1: P. 1. 1893. 4:o.
Bulletin. Vol. 5(1893). 8:o.

Ottawa. *Commission de géologie du Canada.*
Rapport annuel. N. S. Vol. 5(1890—91): P. 1—2 & Cartes. 8:o.

Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 7(1893): Fasc. 6. 8:o.

Paris. *Société de géographie.*
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 1—4. 8:o.

Prag. *Spolek chemiků Českých.*
Listy chemické. R. 17(1892/93): 1—10. 8:o.

Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (4) Vol. 9(1891): P. 1; 10(1892): P. 1. (5) Vol. 1(1893): P. 2: 9—10. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1893): Fasc. 12. 8:o.
» Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 3(1894): Sem. 1: Fasc. 2—4. 4:o.
Annuario. 1894. 12:o.

— *Accademia Pontificia de' nuovi Lincei.*
Atti. Anno 45(1892): Sess. 3—6. 4:o.

Rotterdam. *Bataafsch genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte.*
Nieuwe verhandelingen. (2) D. 4: St. 1. 1893. 4:o.

St. Pétersbourg. *Institut Imp. de médecine expérimentale.*
Archives des sciences biologiques. T. 2(1893): N:o 1—4. 4:o.

Stettin. *Entomologischer Verein.*
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 54(1893): N:o 7—9. 8:o.

(Forts. å sid. 138.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 3.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 141.

Sur une méthode nouvelle pour réaliser, dans les élections, la représentation proportionnelle des partis.

Par E. PHRAGMÉN.

[Communiqué le 14 Mars 1894 par G. MITTAG-LEFFLER.]

On a beaucoup réfléchi, dans certains cercles politiques, sur la manière la plus pratique d'arranger les élections de plusieurs représentants, de manière à obtenir une représentation approximativement proportionnelle des partis.

Voici une méthode qu'on pourrait employer à cet effet, et qui me paraît à la fois efficace et pratique.

Pour en faciliter l'exposition, je vais commencer par introduire un terme nouveau. Je vais désigner par *force électrice* d'un bulletin de vote, le nombre de sièges desquels ce bulletin aurait logiquement le droit de disposer, s'il était possible de les partager. Ce sera en général un nombre fort petit, et ce ne sera que parce qu'un certain nombre de bulletins ajoutent leur force électrice au profit de leurs noms communs que les représentants seront élus.

Pour l'exposition de la méthode, désignons par k une quantité variable, et

1:o) *commençons par donner à la force électrice de tous les bulletins cette valeur* k.

2:o) *Avant de proclamer l'élection d'un premier représentant, nous établirons entre les candidats un certain ordre de préférence, en calculant pour chacun d'eux la valeur de* k *qui donne la valeur un à la somme de force électrice de tous les bulletins qui*

contiennent son nom, et en donnant toujours la préférence au candidat pour qui cette valeur est moins grande.

3:o) *Nous proclamerons élu pour représentant le candidat qui se trouve en tête de cette liste, et nous réduirons en même temps la force électrice des bulletins portant son nom, en y soustrayant la valeur de cette force électrice qui correspond à l'élection.*

4:o) *Nous répèterons les opérations 2:o et 3:o alternativement jusqu'à ce que le nombre prescrit de représentants soient proclamés élus.*

5:o) *S'il arrive, en faisant l'opération 2:o, qu'il y a deux ou plusieurs candidats pour lesquels la valeur de k devient égale, on déterminera leur ordre relatif d'après la liste analogue obtenue à l'opération précédente. Si, même à la première opération, ils ont la même valeur de k, leur place relative est déterminée par la sort (ou par tout autre moyen qu'on y préfèrerait).*

Il est évident, que, dans la pratique de la méthode, on ne construira pas la liste complète de l'article 2, mais seulement les parties de cette liste qui seront nécessaires pour pouvoir appliquer les préceptes des articles 3 et 5.

Pour ne pas laisser d'incertitude sur la signification précise des préceptes que nous venons de formuler, je vais les appliquer à un exemple. Supposons que l'élection porte sur trois sièges, et que les bulletins délivrés soient les suivants:

A.		B.		C.		D.	
Pierre Paul Jean	1034,	Henri Gustave Charles	519,	Pierre Paul Gustave	90,	Pierre Henri Gustave	47.

Il y a

1171	bulletins contenant le nom de Pierre,
1124	» » » » » Paul,
1034	» » » » » Jean,
656	» » » » » Gustave,
566	» » » » » Henri,
519	» » » » » Charles.

Les valeurs de k, d'après lesquels il faut dresser la liste mentionnée à l'article 2, étant les valeurs inverses de ces nombres, l'ordre de préférence est celui dans lequel les candidats sont arrangés dans ce tableau.

Par conséquent, Pierre est le premier élu pour représentant. Après, la force électrice des différents bulletins aura les valeurs suivantes:

bulletins du type A: $k - k_1$, en désignant par k_1 le nombre $^1/_{1171}$,

bulletins du type B: k,

» » » C: $k - k_1$,

» » » D: $k - k_1$.

On aura, par conséquent, pour force électrice totale des bulletins portant les noms des différents candidats:

Paul: $1124(k - k_1)$,
Jean: $1034(k - k_1)$,
Gustave: $519k + 137(k - k_1) = 656k - 137k_1$,
Henri: $519k + 47(k - k_1) = 566k - 47k_1$,
Charles: $519k$.

Pour que cette force électrice totale ait la valeur 1, il faut donner à k les valeurs suivantes:

Paul: $$\frac{1124k_1 + 1}{1124} = 0.001744,$$

Jean: (valeur plus grande que pour Paul),

Gustave: $$\frac{137k_1 + 1}{656} = 0.001703.$$

Henri et Charles: (valeurs supérieures à celle de Gustave).

C'est donc Gustave qui est élu en second lieu. Après la réduction prescrite de la force électrice des bulletins, cette force électrice aura les valeurs suivantes pour les différents types de bulletins $\left(k_2 \text{ signifie } \frac{137k_1 + 1}{656}\right)$:

$$\begin{aligned} &\text{A.}\quad k - k_1, \\ &\text{B.}\quad k - k_2, \\ &\text{C.}\quad k - k_2, \\ &\text{D.}\quad k - k_2. \end{aligned}$$

La force électrice totale à la disposition des différents candidats sera par conséquent, pour

Paul: $1034(k - k_1) + 90(k - k_2) = 1124k - 1034k_1 - 90k_2$,

Jean: $1034(k - k_1)$,

Henri: $566(k - k_2)$,

Charles: $519(k - k_2)$.

On calculera donc

$$\text{pour Paul: } \frac{90k_2 + 1034k_1 + 1}{1124} = 0.001812,$$

$$\text{pour Jean: } k_2 + \frac{1}{566} = 0.0035,$$

et ce sera à Paul que reviendra le troisième siège.

Il y a lieu de remarquer que, dans un cas spécial facile à caractériser, la méthode que nous venons d'exposer sommairement devient, au fond, identique à une méthode fort connue et fort estimée par les partisans de la représentation proportionnelle, savoir la méthode du chiffre répartiteur de M. d'Hondt.

Mais tandis que la méthode du chiffre répartiteur ne peut être employée sans modifications en dehors de ce cas spécial — qui est celui où deux bulletins ayant un seul nom commun sont toujours d'accord par rapport à tous les noms —, la méthode expliquée ci-dessus reste applicable dans tous les cas, sans aucune restriction.

Quant au travail que la méthode nécessite, il est facile de voir qu'on aura premièrement à dépouiller tous les bulletins de la manière ordinaire; puis 2:o après avoir obtenu de cette manière l'élection du premier représentant, et après avoir partagé les bulletins en deux catégories selon qu'ils contiennent le nom de ce premier représentant ou non, il faudra dépouiller de nouveau celle de ces deux catégories qui contient le plus petit nombre de bulletins. Après cela, un calcul facile détermine le choix du second repré-

sentant; on forme une nouvelle catégorie en ôtant des deux catégories déjà formées tous les bulletins contenant le nom du dernier élu, et on dépouille les deux catégories contenant le moins de bulletins.

Et ainsi de suite.

J'ai fait, pour exemplifier l'application de cette méthode, le calcul complet de quelques élections de députés de la dernière année, et je publie autre part tous les chiffres et tous les calculs qui y ont rapport. Même pour l'élection de Gothembourg, qui portait cependant sur dix sièges et où il y avait un millier de bulletins écrits différents les uns des autres, le travail auquel donnait lieu la méthode ne peut pas être regardé comme trop décourageant. Au contraire il m'a résulté de ces expériences une ferme conviction que la méthode est tout à fait praticable, même pour les grandes élections.

D'ailleurs, tout ce travail peut être réduit à un rien, par un moyen bien simple.

Il suffit d'exiger que les divers groupes d'électeurs présentent leurs listes de candidats avant l'élection, et de ne pas admettre, au scrutin, que les bulletins identiques à l'une de ces listes.

Cet arrangement ne porterait nullement atteinte au libre vote des électeurs, car tout groupe, qu'il fût important ou minime, aurait le droit de présenter une liste de son choix.

Mais l'économie de travail qui en résulterait pour le bureau d'élection, serait plus grande qu'on n'est porté à le croire.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 132.)

Stonyhurst. *Observatory.*
Results of meteorological, magnetical, and solar observations. 1893. 8:o.

Throndhjem. *K. Norske Videnskabers Selskab.*
Skrifter. 1892. 8:o.

Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 29(1893/94): Disp. 1—4. 8:o.

Toronto. *Entomological society of Ontario.*
Annual report. 24(1893). 8:o.

Washington. *National academy of sciences.*
Memoirs. Vol. 6. 1893. 4:o.

— *U. S. Coast and geodetic survey.*
Bulletin. N:o 28—30. 1893—94. 8:o.

Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Tabulæ codicum manu scriptorum præter Græcos et Orientales in Bibliotheca Palatina Vindobonensi asservatorum. Vol. 8. 1893. 8:o.

— *K. K. Geographische Gesellschaft.*
Mittheilungen. Bd 36(1893). 8:o.

— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. Jahrg. 1893: N:o 15—18. 8:o.

Winnipeg. *Historical and scientific society of Manitoba.*
Transactions. N:o 32—33, 43. 1888—92. 8:o.

Zürich. *Schweizerische meteorologische Central-Anstalt.*
Annalen. Jahrg. 28(1891). 4:o.

Af utgifvarne:

Nordisk tidskrift, utg. af Letterstedtska föreningen. 1893: H. 1—8. 8:o.

Af författarne:

Agardh, J. G., Analecta algologica. Cont. 1. Lundæ 1894. 4:o.

Dusén, P., Om nordvästra Kamerunområdets geologi. Sthlm 1894. 8:o.

v. Porat, C. O., Myriapodes récoltés en Syrie par le docteur Théod. Barrois. Lille 1893. 8:o.

Wulff, F., Svenska akademiens ordbok [recension]. Upsala 1894. 8:o.

Hale, G. E., The solar faculæ. Lond. 1894. 8:o.

Hjelt, O. E. A., Svenska och finska medicinalverkets historia 1663—1812. D. 3. Hfors 1893. 8:o.

Liversidge, A., On the origin of moss gold . . . Sydney 1893. 8:o.

Macfarlane, A., On the definitions of the trigonometric functions. Boston 1894. 8:o.

Reuter, E., Förteckning öfver Macrolepidoptera funna i Finland efter år 1869. 1893. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 4.

Onsdagen den 11 April.

INNEHÅLL:

Reseberättelser hade ingått från de Regnellska stipendiaterne Lektor C. A. M. LINDMAN och Doktor G. A:SON MALME om fortgången af deras resa i södra Amerika.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar:

1:o) »Iakttagelser under en ballonfärd den 19 Oktober 1893», af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE;

2:o) »On the postembryonal development of the Daphnids and on Daphnia longissima auctorum», af Fiskeri-Inspektören N. R. LUNDBERG.

Hr WITTROCK dels redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelser af Regnellska stipendiaterne LINDMAN och MALME, dels meddelade en uppsats af Amanuensen vid Stockholms Högskola O. EKSTAM med titel: »Bidrag till kännedomen af Novaja

Semljas fanerogam-vegetation»*, och dels tillkännagaf, att Apothekaren C. G. H. Thedenius i Göteborg till Riksmuseum såsom gåfva öfverlemnat framlidne Lektorn K. F. THEDENII stora och dyrbara växtsamling.

Hr CLEVE meddelade en af honom sjelf författad uppsats: »Resultaten af den svenska hydrografiska undersökningen af Östersjön och Nordsjön under ledning af G. EKMAN, O. PETTERSSON och A. WIJKANDER, II. Planktonundersökningar, Cilioflagellater och Diatomaceer» (se Bihang till Vet. Akad. Handl.).

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Sur la représentation des intégrales d'un système d'équations différentielles au voisinage d'un point singulier», af Docenten vid Stockholms Högskola I. BENDIXSON;* 2:o) »Om temperaturförändringar i närheten af nodpunkten till en anblåst orgelpipa», af Amanuensen E. SVEDELIUS;* 3:o) »Om TAYLORS och NICOLES inbördes förtjenster beträffande differentialkalkylens utbildande», af Amanuensen G. ENESTRÖM.*

Genom anställdt val kallades Professorn i fysik vid *Johns Hopkins* universitet i Baltimore HENRY A. ROWLAND till utländsk ledamot af Akademien.

Genom val utsågs Generaldirektören Grefve CRONSTEDT till Præses under det ingående akademiska året, hvarefter afgående Præses Justitierådet HAMMARSKJÖLD nedlade præsidium med ett föredrag om befolkningsförhållandena i Sveriges landsbygd under 1880-talet i deras förhållanden till det ekonomiska tillståndet derstädes.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiella statistik. 2 häften. 4:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. Ny följd. 1894: N:o 1—2. 8:o.
— *Svenska turistföreningen.*
Årsskrift. 1894. 8:o.
Cirkulär. N:o 12. 1894. 12:o.

(Forts. å sid. 152.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 4.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 142.

Sur le développement des intégrales d'un système d'équations différentielles au voisinage d'un point singulier.

Par IVAR BENDIXSON.

[Communiqué le 11 avril 1894 par G. MITTAG-LEFFLER.]

Dans sa thèse inaugurale (Paris, Gauthier-Villars, 1879) M. POINCARÉ a donné le développement des intégrales d'un système d'équations différentielles

$$(1) \quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n + P_1(x_1, \ldots, x_n) \\ - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \\ \dfrac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n + P_n(x_1, \ldots, x_n) \end{cases}$$

où $P_1, \ldots, P_n$ sont développés suivant les puissances de x_1, $x_2, \ldots, x_n$ et ne contiennent que des termes du second degré au moins. Ces développements ne sont donnés que sous les hypothèses suivantes:

Hypothèse I.

L'équation

$$(2) \quad f(\lambda) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda, & a_{12}, & \ldots, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22} - \lambda, & \ldots, & a_{2n} \\ - & - & - & - \\ a_{n1}, & a_{nn}, & \ldots, & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

n'a pas de racines multiples.

Hypothèse II.

Si l'on représente les parties réelles et imaginaires des racines $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ de l'équation (2) par les coordonnées

de n points dans un plan, ces n points sont d'un même côté d'une certaine droite passant par l'origine.

Hypothèse III. [1])

On n'a pas de relation

$$m_2\lambda_2 + \ldots + m_n\lambda_n = \lambda_1$$

λ_1 étant l'une quelconque des racines de l'équation (2), et m_2, m_3, ..., m_n des entiers positifs dont la somme est plus grande que 1.

Pour les intégrales du système (1) il y donne les développements suivants

$$T_1 = K_1 e^{\lambda_1 t}; \quad T_2 = K_2 e^{\lambda_2 t}; \quad \ldots \quad T_n = K_n e^{\lambda_n t};$$

où K_1, K_2, ..., K_n sont n constantes d'intégration et T_1, T_2, ..., T_n sont des séries ordonnées suivant les puissances entières positives de x_1, x_2, ..., x_n, convergentes au voisinage de $x_1 = 0$, ..., $x_n = 0$.

Pour le cas où les Hypothèses II et III ont lieu, mais l'équation (2) a des racines égales, j'ai réussi à démontrer que les intégrales premières peuvent être développées de la manière suivante:

Ayant décomposé le déterminant $\Delta(\lambda)$ en ses diviseurs élémentaires [2]) (»Elementar-Theiler»)

$$\Delta(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{l_1} (\lambda - \lambda_2)^{l_2} \ldots (\lambda - \lambda_r)^{l_r}$$

à chaque racine λ_ν de ce produit correspond un système de l_ν intégrales premières de la forme suivante

$$\left.\begin{array}{c} T_{\nu 1} = K_{\nu 1} e^{\lambda_\nu t} \\ T_{\nu 2} + T_{\nu 1} t = K_{\nu 2} e^{\lambda_\nu t} \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ T_{\nu l_\nu} + T_{\nu l_\nu - 1} t + \ldots + T_{\nu 1} \dfrac{t^{l_\nu - 1}}{\lfloor l_\nu - 1} = K_{\nu l_\nu} e^{\lambda_\nu t} \end{array}\right\} \nu = 1, \ldots r$$

---

[1]) Quant à cette Hypothèse M. POINCARÉ l'a énoncée sous cette forme dans son traité »Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique» Acta Mat. Tome XIII.

[2]) Voir Weierstrass »Zur Theorie der bilinearen und quadratischen Formen» Monatsbericht. Berlin 1868, page 311.

les $T_{\nu\alpha}$ désignant des séries ordonnées suivant les puissances de $x_1, \ldots, x_n$, et les $K_{\nu\alpha}$ étant des constantes d'intégration.

Dans les pages suivantes je me propose d'établir ce théorème pour le cas de $n=2$. La méthode donnée ci-dessous me permet pourtant à traiter le cas général, chose que je pense développer à une autre occasion.

Envisageons à cet effet le système d'équations

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1 x + b_1 y + P_1(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= a_2 x + b_2 y + P_2(x, y) \end{aligned} \right.$$

et admettons que l'équation

$$\begin{vmatrix} a_1 - \lambda, & b_1 \\ a_2 \quad , & b_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

ait ses deux racines égales, $\lambda_1 = \lambda_2$. On sait alors par un théorème de M. WEIERSTRASS, dans le mémoire ci-dessus cité, qu'on peut par une substitution linéaire convenable réduire notre système d'équations à l'une des formes suivantes.

I.

$$\frac{d\xi}{dt} = \lambda_1 \xi + \overline{P}_1(\xi, \eta)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \lambda_1 \eta + \overline{P}_2(\xi, \eta)$$

ou II

$$\frac{d\xi}{dt} = \lambda_1 \xi + \overline{P}_1(\xi, \eta)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \lambda_1 \eta + \xi + \overline{P}_2(\xi, \eta)$$

où $\overline{P}_1$ et $\overline{P}_2$ sont des séries ordonnées suivant les puissances entières de ξ, η.

Le premier cas se traite immédiatemment par la méthode de M. POINCARÉ et c'est donc le second cas que nous traiterons ici.

Mettons à cet effet $\xi = x$, $\alpha\eta = -y$, $\lambda_1 = \lambda$, nous parvenons à

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \lambda x - X \\[2ex] \dfrac{dy}{dt} = \lambda y - \alpha x - Y \end{cases}$$

où X et Y sont des séries ordonnées suivant les puissances de x et y, ne contenant que des termes de dimension plus grande que deux, et où α est une constante arbitraire différente de zéro. Nous observons de plus que les coefficients de X et Y sont des fonctions rationnelles de α.

Ayant déterminé la constante arbitraire α de telle manière que l'on ait

$$|\lambda| - |2\alpha| > 0$$

je me propose maintenant d'établir:

1:o que l'équation

$$(5)\qquad \frac{\partial z}{\partial x}[\lambda x - X] + \frac{\partial z}{\partial y}[\lambda y - \alpha x - Y] = \lambda z$$

admet une intégrale holomorphe z_1 *développable suivant les puissances de* x, y, *dont les termes de dimension 1 se réduisent à* x.

2:o que l'équation

$$(6)\qquad \frac{\partial z}{\partial x}[\lambda x - X] + \frac{\partial z}{\partial y}[\lambda y - \alpha x - Y] = \lambda z - \alpha z_1$$

admet une intégrale holomorphe z_2 *développable suivant les puissances de* x, y, *les termes de dimension 1 se reduisant à* y.

Ces deux théorèmes prouvés, il s'en suit immédiatemment que l'équation

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x}[\lambda x - X] + \frac{\partial z}{\partial y}[\lambda y - \alpha x - Y] = 0$$

est satisfaite par

$$z = z_1 e^{-\lambda t}$$

et par

$$z = (z_2 + \alpha z_1 t)e^{-\lambda t}$$

d'où l'on conclut que les équations

$$z_1 e^{-\lambda t} = K_1$$
$$[z_2 + \alpha z_1 t]e^{-\lambda t} = K_2$$

donnent les intégrales de l'équation (4). Notre énoncé de la page 142 est alors prouvé pour le cas de $n=2$.

Nous allons donner maintenant la démonstration de ces deux théorèmes.

Soient

$$X=\sum A_{mn}x^m y^n = X_2 + X_3 + \ldots + X_q + \ldots$$

$$Y=\sum B_{mn}x^m y^n = Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_q + \ldots$$

les développements en série des fonctions X, Y (X_q, et Y_q étant homogènes de degré q en x et en y) et supposons de plus que

$$z_1 = x + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_q + \ldots \tag{7}$$
$$= x + \sum C_{mn}x^m y^n$$

soit le développement d'une intégrale de l'équation (5) [Z_q étant homogène de degré q en x et en y].

La série (7) devant satisfaire à l'équation (5), on obtient les équations suivantes

$$\frac{\partial Z_q}{\partial x}\lambda x + \frac{\partial Z_q}{\partial y}\lambda y - \frac{\partial Z_q}{\partial y}\alpha x = \lambda Z_q + \frac{\partial Z_{q-1}}{\partial x}X_2 + \frac{\partial Z_{q-1}}{\partial y}Y_2 + \ldots .$$
$$+ \frac{\partial Z_2}{\partial x}X_{q-1} + \frac{\partial Z_2}{\partial y}Y_{q-1} + X_q$$

lesquelles peuvent s'écrire

$$Z_q(q-1)\lambda - \frac{\partial Z_q}{\partial y}\alpha x = \frac{\partial Z_{q-1}}{\partial x}X_2 + \frac{\partial Z_{q-1}}{\partial y}Y_2 + \ldots . \tag{8}$$
$$+ \frac{\partial Z_2}{\partial x}X_{q-1} + \frac{\partial Z_2}{\partial y}Y_{q-1} + X_q \qquad q=2\ldots\nu\ldots$$

En égalant les coefficients des deux côtés de cette équation, on obtient

$$(9)\quad \left\{\begin{array}{r} C_{0q}(q-1)\lambda = P_0(A\,,\ B\,,\ C) \\ C_{1q-1}(q-1)\lambda - \alpha q C_{0q} = P_1(A\,,\ B\,,\ C) \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ C_{q0}(q-1)\lambda - \alpha C_{q-1,\,1} = P_q(A\,,\ B\,,\ C) \end{array}\right.$$

où P_0, $P_1 \ldots P_q$ sont des fonctions entières à coefficients entiers positifs de A_{mn}, B_{mn} et des coefficients C_{mn} tels que

$$m+n \leq q-1 .$$

Ces équations nous permettent donc à calculer tous les coefficients C_{mn}, et il ne nous reste qu'à démontrer que la série

$$\sum C_{mn} x^m y^n$$

est convergente.

Envisageons à cet effet l'équation

$$\frac{\partial z}{\partial x}[\lambda' x - X'] + \frac{\partial z}{\partial y}[\lambda' y - \alpha' x - X'] = \lambda' z \tag{10}$$

où X' est une série ordonnée suivant les puissances de x et y

$$X' = \sum A'_{mn} x^m y^n = X'_2 + X'_3 + \ldots + X'_q + \ldots$$

dont tous les coefficients sont positifs et satisfont à

$$A'_{mn} > |A_{mn}|, \quad A'_{mn} > |B_{mn}|,$$

et où l'on a déterminé les deux quantités positives $\lambda' < |\lambda|$, $\alpha' > |\alpha|$ de telle manière que l'on ait

$$\lambda' - 2\alpha' > 0$$

ce qui est toujours possible, l'inégalité

$$|\lambda| - 2|\alpha| > 0$$

étant admise par supposition.

Les coefficients d'une série

$$z' = x + \sum C'_{mn} x^m y^n = x + Z'_2 + Z'_3 + \ldots + Z'_q + \ldots$$

satisfaisant formellement à l'équation (10) se calculent alors par les équations

$$C'_{0q} \lambda'(q-1) = P_0(A', A', C')$$

$$\text{— — — — — — — — —}$$

$$C'_{q0} \lambda'(q-1) - \alpha' C'_{q-1,1} = P_q(A', A', C')$$

où les P_ν sont tout à fait les mêmes fontions que dans le système (9). Il est évident que tous les C'_{mn} sont positifs et comme $\lambda' < |\lambda|$, $\alpha' > |\alpha|$ on aura en outre

$$C'_{mn} > |C_{mn}|.$$

On peut donc être sûr de la convergence de la série (7), si l'on sait que la série $\sum C'_{mn} x^m y^n$ est convergente.

Afin d'établir la convergence de cette dernière série, nous la comparons à la série qui satisfait à l'équation

$$(11) \qquad (\lambda'' x - X'')\frac{dz}{dx} = \lambda'' z$$

X'' désignant ce que devient X' en y mettant $x = y$ et λ'' étant une quantité positive $< \lambda' - 2\alpha'$.

Soit

$$z'' = x + Z''_2 + Z''_3 + \ldots + Z''_q + \ldots = \sum C''_q x^q$$

cette série, où $Z''_q = C''_q x^q$.

Nous aurons donc les deux systèmes d'équations suivantes

$$(12)\ (q-1)\lambda' Z'_q(x,y) - \alpha' x \frac{\partial Z'_q(x,y)}{\partial y} = \left[\frac{\partial Z'_{q-1}}{\partial x} + \frac{\partial Z'_{q-1}}{\partial y}\right] X'_2 + \ldots + \left[\frac{\partial Z'_2}{\partial x} + \frac{\partial Z'_2}{\partial y}\right] X'_{q-1} + X'_q$$

et

$$(13) \qquad (q-1)\lambda'' Z''_q = \frac{dZ''_{q-1}}{dx} X''_2 + \ldots + \frac{dZ''_2}{dx} X''_{q-1} + X''_q$$

X''_ν désignant ce que devient X'_ν en y mettant $x = y$.

Admettons que l'on ait démontré que

$$Z'_\nu(x\,,\,x) < Z''_\nu(x) \text{ pour } x > 0 \qquad \nu = 2, 3, \ldots q-1$$

je dis que l'on en peut conclure que

$$Z'_q(x\,,\,x) < Z''_q(x) \text{ pour } x > 0.$$

Observons à cet effet qu'en mettant $x = y$ dans l'expression $\frac{\partial Z'_\nu}{\partial x} + \frac{\partial Z'_\nu}{\partial y}$, on obtient $\frac{dZ'_\nu(x\,,\,x)}{dx}$.

On sait en outre que

$$\frac{dZ'_\nu(x\,,\,x)}{dx} < \frac{dZ''_\nu(x)}{dx} \text{ pour } x > 0 \qquad \nu = 2, 3, \ldots, q-1$$

d'où l'on conclut que pour $y = x > 0$, le membre droit de l'équation (13) est plus grand que le membre droit de l'équation (12).

Mais le membre gauche de l'équation (12) est pour $x = y$ égal à

$$x^q\Big[C'_{0q}[(q-1)\lambda' - \alpha' q] + C'_{1q-1}[(q-1)\lambda' - \alpha'(q-1] + \ldots + C'_{q0}[(q-1)\lambda']\Big]$$

et celui de l'équation (13) est égal à

$$(q-1)\lambda'' C''_q x^q.$$

Il s'en suit que

$$C'_{0q}[(q-1)\lambda' - \alpha' q] + C'_{1q-1}[(q-1)\lambda' - \alpha'(q-1)] + \dots \\ + C'_{q0}(q-1)\lambda' < C''_q(q-1)\lambda''.$$

Mais λ'' étant moindre que $\lambda' - 2\alpha'$ on voit que

$$(q-1)\lambda'' < (q-1)\lambda' - \alpha'\nu \qquad {\scriptstyle \nu=0,\,1,\,\dots\,q}$$

ce qui nous donne

$$C'_{0q} + C'_{1q-1} + \dots C'_{q0} < C''_q .$$

On peut donc affirmer que

$$Z'_q(x, x) < Z''_q(x) \text{ pour } x > 0;$$

Pour $q = 2$ on prouve aisément que cette inégalité subsiste, car on a

$$\lambda' Z'_2(x, y) - \alpha' x \frac{\partial Z'_2}{\partial y} = X'_2$$

$$\lambda'' \cdot Z''_2 = X''_2 .$$

Mais les membres droits de ces deux equations sont égaux, si l'on y met $y = x$, d'où l'on conclut que

$$C'_{02}[\lambda' - 2\alpha'] + C'_{11}[\lambda' - \alpha'] + C'_{20}\lambda' = C''_2\lambda''.$$

Cette dernière équation nous montrant enfin que

$$C''_2 > C'_{02} + C'_{11} + C'_{20}$$

on sait que l'inégalité

$$Z'_q(x, x) < Z''_q(x) \text{ pour } x > 0$$

a lieu pour $q = 2$, et on peut donc être sûr qu'elle subsiste pour chaque valeur de q.

Comme tous les coefficients de $Z'_q(x, y)$ sont positifs, on sait que

$$|Z'_q(x, y)| < Z'_q(\varrho, \varrho), \text{ tant que } |x| \leqq \varrho, \; |y| \leqq \varrho \\ < Z''_q(\varrho)$$

ce qui met en evidence que l'on n'a qu'à démontrer que la série

$$\sum Z''_q(\varrho)$$

est convergente pour une valeur suffisamment petite de ϱ.

Mais la convergence de cette série s'établit immédiatemment en écrivant l'équation (11) sous la forme suivante

$$\frac{dz}{dx}\cdot\frac{1}{z}=\frac{1}{x}\frac{1}{1-\frac{X''}{\lambda'' x}}$$

$$=\frac{1}{x}+\mathfrak{P}(x)$$

où $\mathfrak{P}(x)$ est une série ordonnée suivant les puissances de x. En intégrant on voit enfin que

$$z=xe^{\int_0^x \mathfrak{P}(x)dx}$$

est une intégrale de l'équation (11), développable en série procédant suivant les puissances de x. En effectuant ce développement nous obtenons évidemment notre série

$$x+\sum Z_q''(x)\,.$$

La convergence de cette série étant ainsi prouvée, nous pouvons affirmer que la série (7) est convergente au voisinage de $x=0$, $y=0$, ce qui établit le théorème I.

Afin de démontrer le théorème II, nous procédons d'une manière tout analogue.

Soit

$$z=y+f_2+f_3+\ldots+f_q+\ldots$$

une série satisfaisant formellement à l'équation (6) [f_q étant homogène de degré q en x et en y], les fonctions f_q satisfont aux équations

$$f_q\lambda(q-1)-\alpha\frac{\partial f_q}{\partial y}=-\alpha Z_q+\frac{\partial f_{q-1}}{\partial x}X_2+\frac{\partial f_{q-1}}{\partial y}Y_2+\ldots$$
$$+\frac{\partial f_2}{\partial x}X_{q-1}+\frac{\partial f_2}{\partial y}Y_{q-1}+Y_q\,.$$

Envisageons maintenant l'équation

$$\frac{\partial z}{\partial x}[\lambda' x-X']+\frac{\partial z}{\partial y}[\lambda' y-\alpha' x-X']=\lambda' z-\alpha' x+X' \tag{14}$$

où $X'=\sum A'_{mn}x^m y^n=X'_2+X'_3+\ldots+X'_q+\ldots$

a tous ses coefficients positifs et tels que

$$A'_{mn} > |A_{mn}|, \quad A'_{mn} > |B_{mn}|, \quad A'_{mn} > |\alpha C_{mn}|$$

et où α' et λ' désignent les mêmes quantités que ci-dessus.

Soit

$$z = y + \sum C'_{mn} x^m y^n = y + f'_2 + f'_3 + \ldots + f'_q + \ldots$$

une série satisfaisant à l'équation (14), on voit que les f'_q satisfont à

$$f'_q \lambda'(q-1) - \alpha' \frac{\partial f'_q}{\partial y} = X'_q + \left[\frac{\partial f'_{q-1}}{\partial x} + \frac{\partial f'_{q-1}}{\partial y}\right] X'_2 + \ldots$$
$$+ \left[\frac{\partial f'_2}{\partial x} + \frac{\partial f'_2}{\partial y}\right] X'_{q-1} + X'_q$$

d'où l'on conclut que tous les coefficients de f'_q sont positifs et plus grands que les coefficients correspondents de f_q.

Afin de démontrer la convergence de la série

$$\sum f'_q$$

nous mettons

$$X'(x, \ x) = X''(x) = \sum X''_q$$

et nous comparons notre série a celle qui satisfait à

$$\frac{dz}{dx}[\lambda'' x - X''] = \lambda'' z + X'' \tag{15}$$

où $\lambda'' < \lambda' - 2\alpha'$ comme à la page 147.

Soit $z = x + \sum f''_q$ cette série, les fonctions f''_q satisfont à

$$f''_q(x)(q-1)\lambda'' = X''_q + \frac{df''_{q-1}}{dx} X''_2 + \ldots + \frac{df''_2}{dx} X''_{q-1} + X''_q$$

et l'on démontre de la même manière que ci-dessus que

$$f'_q(x, \ x) < f''_q(x) \text{ tant que } x > 0.$$

Tout se réduit donc à la démonstration de la convergence de

$$\sum f''_q(x).$$

Soit à cet effet z'' la série ci-dessus donnée qui satisfait à l'équation (11), et mettons

$$z = Cz''$$

dans l'équation (15).

On obtient alors

$$z''\frac{dC}{dx}[\lambda''x - X''] = X''$$

ce qui nous donne

$$\frac{dC}{dx} = \mathfrak{P}(x)$$

$\mathfrak{P}(x)$ étant une série procédant suivant les puissances positives de x et convergente au voisinage de $x = 0$.

En intégrant on obtient

$$C = C_0 + \mathfrak{P}_1(x)$$

C_0 désignant une constante d'intégration et $\mathfrak{P}_1$ une série ordonnée suivant les puissances de x et s'annullant avec x.

L'intégrale de (15) peut alors s'écrire

$$z = [C_0 + \mathfrak{P}_1(x)]z''$$

et en y mettant $C_0 = 1$, on obtient évidemment la série

$$z = x + \sum f''_q(x)$$

ce qui fait voir que cette série est convergente.

La convergence de la série

$$z = y + f_2 + \ldots + f_q + \ldots$$

étant de cette manière établie, le théorème (II) est prouvé.

Il n'est pas difficile de voir que la méthode développée ci-dessus s'applique aussi au cas où n est un nombre entier quelconque, quoique la démonstration devienne dans ce cas considérablement plus compliquée.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 140.)

Lund. *Universitetsbiblioteket.*
Lunds universitets årsskrift. T. 29(1892/93): Afd. 1—2. 4:o.
Upsala. *Universitetets meteorologiska observatorium.*
Bulletin mensuel. Vol. 25(1893). 4:o.
Christiania. *Universitets-biblioteket.*
Aarbog. 1892. 8:o.
— *Den höiere Landbrugsskole i Aas.*
Beretning. 1891/92. 8:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
Studies from the biological laboratory. Vol. 5(1893): N:o 3. 8:o.
University circulars. Vol. 13: N:o 110. 1894. 4:o.
Belgrad. *Serbiska vetenskapsakademien.*
Glas (Bulletin). 41—42. 1894. 8:o.
Godišnjak (Almanach). 3(1889)—4(1890). 16:o.
Geologija Srbije. Atlas. 1. 1893. 4:o.
Berlin. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. 1893: 39—53 & Reg. 8:o.
— *Physikalische Gesellschaft.*
Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 43(1887): Abth. 1—3. 8:o.
Bremen. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Abhandlungen. Bd 13: H. 1 & Extra-Beilage. 1894, 93. 8:o.
Brookville. *Indiana academy of science.*
Proceedings. 1892. 8:o.
Brünn. *Naturforschender Verein.*
Verhandlungen. Bd 31(1892). 8:o.
Bericht der meteorologischen Commission. 11(1891). 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 27(1894): N:o 2. 8:o.
Budapest. *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek. Vol. 16(1893): 3—4. 8:o.
Cambridge. *Philosophical society.*
Transactions. Vol. 13: Index; 15: P. 4. 1883, 94. 4:o.
Cambridge, U. S. A. *Museum of comparative zoölogy at Harvard college.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 5—6. 1894. 4:o.
Coimbra. *Universidade.*
Annuario. Anno 1893/94. 8:o.
Güstrow. *Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg.*
Archiv. Jahr 47(1893): Abth. 1—2. 8:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. 1893: N:o 12—21 & Reg. 8:o.
» Math.-physikal. Klasse. 1894: N:r 1. 8:o.

(Forts. å sid. 176.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 4.
Stockholm.

Meddelande från Upsala Univ. Fysiska Institution.

Om temperaturförändringar i närheten af nodpunkten till en anblåst orgelpipa.

Af GUSTAF E. SVEDELIUS.

[Meddeladt den 11 April 1894 genom K. ÅNGSTRÖM.]

För bestämning af tryckförändringar i närheten af nodpunkten till en anblåst orgelpipa äro metoder angifna af KUNDT, [1]) af TOEPLER och BOLTZMANN [2]) och af RAPS. [3])

Deremot föreligga ej, såvidt jag vet, några bestämningar af motsvarande temperaturförändringar, liksom väl ej öfverhufvud direkt uppvisats den temperaturstegring och temperatursänkning, som alstras vid luftens adiabatiska förtätning och förtunning inom ljudvågen.

I denna uppsats vill jag redogöra för några försöksanordningar till lösning af detta problem, till hvilka Dr K. ÅNGSTRÖM lämnat uppslaget, och hvilka jag under hans ledning varit i tillfälle att utarbeta och pröfva vid Upsala Fysiska Institution under vårterminen 1893, och begagnar jag detta tillfälle att till Dr ÅNGSTRÖM hembära min tacksamhet för det intresse, hvarmed han omfattat mitt arbete.

---

[1]) Pogg. Ann., B. 134, (1868), p. 563.
[2]) Pogg. Ann., B. 141, (1870), p. 321.
[3]) Wied. Ann., B. 36, (1889), p. 273.

I. Uppvisande af temperaturförändringar inom den anblåsta pipan.

Till temperaturbestämningar af denna art torde termoelement lämpa sig bäst.

Två i princip olika anordningar låta härvid tänka sig. Den ena vore att utsätta termoelementet för luftens periodiska temperaturförändringar inom pipan och med en dynamometer uppskatta dessa genom att mäta styrkan af de på så sätt alstrade vexelströmmarna. Den andra vore att endast låta termoelementet åverkas antingen af den vid förtätningen uppvärmda eller vid förtunningen afkylda luften och med en galvanometer bestämma dess deremot svarande temperaturförändringar.

Då de undersökningar jag gjort på grundvalen af den förra principen ej ledt till målet, vill jag endast i största korthet göra reda för dem.

Metoden kräfver först och främst ett ytterst känsligt termoelement, som förmår följa med de på hvarandra följande temperaturförändringarna inom ljudvågen. Ett synnerligen tunnt element erhöll jag genom att hamra fast vid hvarandra två strimlor bladguld och bladsilfver, fästa de fria ändarna vid ledningstråden och omgifva kontaktställena med ett lager vax-kolofonium. I saknad af lämplig dynamometer använde jag i stället en galvanometer och afbröt och slöt ledningen genom termoelementet och galvanometern med tillhjelp af en med pipan lika stämd stämgaffel. Emellertid uppträdde härvid ett fenomen, elektriska rifningsströmmar, från hvilkas störande inverkan jag ej lyckades göra mig oberoende. Vare sig kontakten utgjordes af en kopparskifva och en vid den vibrerande stämgaffeln fästad tunn kopparfjäder eller af kvicksilfver och en vid stämgaffeln fästad platinaspets, gaf galvanometern relativt stora, nyckfulla utslag, som ej tilläto iakttagande af möjligen befintliga temperaturutslag.

De undersökningar, som äro gjorda på grundvalen af den andra principen, ha deremot ledt till målet, för så vidt detta

var att endast uppvisa temperaturförändringarna inom den anblåsta pipan.

Vid dessa senare undersökningar har jag städse användt samma orgelpipa. Denna var af trä med rektangulär genomskärning och förskjutbar kolf. Då dess svängningstal låg mellan 50 och 64 dubbla svängningar, gaf den vid svag anblåsning grundton ren. Vid den bläster, som stod mig till buds, erhöll jag ej tillräckligt stark anblåsning för att få fram pipans öfvertoner.

Temperaturbestämningarna gjorde jag med en af Dr ÅNGSTRÖM konstruerad spegelgalvanometer och använde som termoelement koppar-nysilfverelement.

Mot ett galvanometerutslag af en skaldel svarade en temperaturskilnad mellan termoelementets lödställen af 0.°0033 C.

Metod 1.

Experimentella anordningen.

Metoden består i att låta termoelementets ena lödställe, fästadt vid en med pipan i det närmaste lika stämd stämgaffel, under ena hälften af svängningstiden doppa ner i pipan, under andra hälften af svängningstiden hållas upplyftadt öfver pipan. Lödstället bör i så fall anta en medeltemperatur mellan temperaturen i yttre luften och medeltemperaturen under den halfva svängningstiden hos det ifrågavarande luftlagret inom den anblåsta pipan. Denna medeltemperatur kommer naturligen att kontinuerligt variera under intervallen mellan två sväfningar och termoelementet, hvars andra lödställe hålles vid konstant temperatur, i långsam följd återge de omedelbart på hvarandra följande temperaturfaserna inom den anblåsta pipan.

Anordningen var denna:

A är en några centimeter lång, rund trästaf med 2 mm diameter. Den är fästad vid ett ungefär 1 dm långt skaft *C* af rörvass, som åter är fastskrufvadt vid ena armen *D* till en horisontel stämgaffel, som fick vibrera i vertikalplanet. Stämgaffeln, tillverkad hos R. KOENIG, Paris, var försedd med vigter, som kunde förskjutas efter stämgaffelns skänklar, hvarvid det

mot vigternas lägen svarande svängningstalet direkt aflästes å de härför graderade skänklarna. Dessa egde en längd af 33 cm, och kunde åt stämgaffeln ges ett svängningstal mellan 47 och 64 fullständiga svängningar. Stämgaffelns vibrationsrörelse underhölls af en elektromagnet mellan skänklarna, till hvilken stämgaffeln sjelf slöt och afbröt den elektriska ledningen. Amplituden i ändan af det vid stämgaffeln fästade skaftet uppgick till ungefär 8 mm, då strömmen om elektromagneten alstrades af två Bunsens element. I stafven *A* är en urhålkning, hvari koppar-nysilfverelementets ena lödställe *B* sitter fritt från träet. De öfverspunna ledningstrådarna äro dragna genom *A*, virade om hvarandra och böjda i en båge till fästepunkten *E*. När

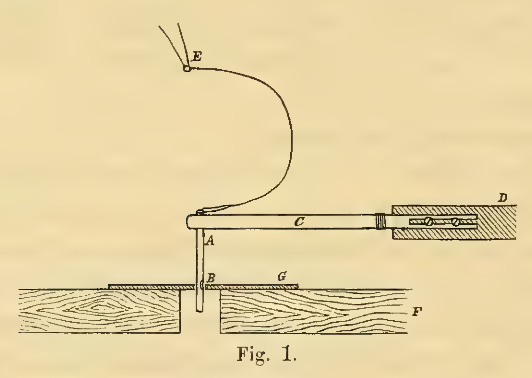


Fig. 1.

stämgaffeln vibrerar, försättas de med stämgaffeln förenade ledningstrådarna i transversella vibrationer, och bör derför deras längd till fästepunkten afpassas så, att deras vibrationsrörelse svarar mot stämgaffelns, för att de ej skola utöfva någon störande inverkan och försvaga amplituden. Andra lödstället är nedsänkt i en liten bägare med vatten, nedpackad i bomull, och går ledningen derifrån genom galvanometern. Det i pipans vägg *F* urtagna borrhålet är täckt af en tunn zinkskifva *G* med ett hål med 2.5 mm diameter.

Inställningen tillgick sålunda:

Genom lämplig förflyttning af löpvigterna gafs åt stämgaffeln ett sådant svängningstal, att, när den och pipan samtidigt ljödo, sväfningar hördes med 4 eller 5 sekunders mellanrum. Derefter

inställdes stämgaffeln så, att stafven A fritt kunde röra sig genom hålet till zinkskifvan, hvarvid, när stämgaffeln var i hvila, lödstället borde vara i nivå med eller, som det visade sig lämpligare, omedelbart öfver zinkskifvan. Genom ett dubbelt pappomhölje med mellanlager af bomull skyddades det vibrerande lödstället mot luftströmmar och särskildt blästerns inverkan.

Vid en omsorgsfull inställning rörde sig galvanometernålen fram och tillbaka periodiskt med sväfningarna, återgifvande de inom den anblåsta pipan försiggående temperaturförändringarna.

Erhållna resultat.

Af en mängd observationsserier anför jag endast följande, de bästa, till hvilka jag genom någon inställning lyckats komma, om också äfven här utslagen ej äro så synnerligen samstämmande.

I tabellerna I och II beteckna n_1 galvanometernålens ena vändpunkt, n_2 nålens andra vändpunkt och $n_2 - n_1$ utslagets storlek.

Observationerna äro gjorda för nodpunkten och pipans svängningstal är 54.

Tabell I.

n_1	n_2	$n_2 - n_1$
343.0	353.5	10.5
342.0	350.0	8.0
340.5	350.0	9.5
340.5	349.0	8.5
344.0	354.0	10.0
343.0	354.0	11.0

Medelvärde: 9.6.

Tabell II.

n_1	n_2	$n_2 - n_1$
324.0	334.5	10.5
326.5	336.0	9.5
327.0	338.5	10.5
325.0	334.0	9.0
325.0	333.0	8.0
323.0	332.5	9.5
323.0	333.0	10.0
322.5	334.0	11.5
322.0	332.5	10.5
322.0	330.0	8.0

Medelvärde: 9.7.

Af dessa båda bestämningar fås som värde på $n_2 - n_1$:

$$n_2 - n_1 \doteq 9.7 .$$

som motsvarar en temperaturdifferens:

$$\Delta\theta = 9.7 \cdot 0^\circ.0033 = 0^\circ.032.$$

Ur denna temperaturbestämning skall jag söka beräkna största temperaturskilnaden för nodpunkten vid en förtätning och en förtunning.

För en homogen, elastisk cylinder, som är försatt i longitudinella vibrationer gäller rörelseekv.:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1}$$

der »u» betecknar partikeln »x»:s afstånd från jämviktsläget vid tiden »t», och »c» betecknar vågrörelsens fortplantningshastighet.

Den partikulära solution till ekv. (1), som kan läggas till grund för teorin om orgelpipor, låter skrifva sig under formen:

$$u = a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi ct}{\lambda} \tag{2}$$

der »x» refererar sig till en nodpunkt, »λ» betecknar våglängden och »a» amplituden för ett svängningsmaximum. Ur ekv. (2) fås omedelbart som värde på kondensation »ε» i punkten x:

$$\varepsilon = -\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi ct}{\lambda} \tag{3}$$

Om vidare »T» betecknar luftens absoluta temperatur i punkten x, då kondensation är $=0$, d. v. s. för tiden $t_0 = \frac{k\lambda}{2c}$ der $k = 0,\ 1,\ 2$ etc., »$T + \Delta T$» dess absoluta temperatur vid tiden t, och »$\varkappa$» betecknar förhållandet mellan luftens specifika värme vid konstant tryck och konstant volym, gäller under förutsättning, att luften ändrar tillstånd adiabatiskt, följande ekv.:

$$\Delta T = (\varkappa - 1)\varepsilon T \tag{4}$$

Ekv. (3) och (4) ange temperaturförändringarna för hvarje tidsmoment och för hvarje punkt inom den anblåsta pipan. Af ekv. (3) och (4) följer, att största temperaturskilnaden i punkten x vid en förtätning och en förtunning är:

$$2\Delta T_x = (\varkappa - 1) \frac{4\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot T \tag{5}$$

För nodpunkten blir ekv. (5):

$$2\varDelta T_{\text{nod}} = (\varkappa - 1)\frac{4\pi a}{\lambda}\cdot T \tag{6}$$

Medelvärdet på $\varDelta T_x$ under den halfva svängningstiden $\frac{\lambda}{2c}$, räknad från den godtyckliga utgångstiden t fas för punkten x ur ekv. (3) och (4) att vara:

$$\text{Med.}\,(\varDelta T_x) = \text{Med.}\int_t^{t+\frac{\lambda}{2c}} -(\varkappa - 1)\frac{2\pi a}{\lambda}\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\frac{2\pi ct}{\lambda}\cdot T \tag{7}$$

För nodpunkten blir ekv. (7)

$$\text{Med.}\,(\varDelta T_{\text{nod}}) = \text{Med.}\int_t^{t+\frac{\lambda}{2c}} -(\varkappa - 1)\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\frac{2\pi ct}{\lambda}\cdot T \tag{8}$$

Maximivärdet på Med. $(\varDelta T_{\text{nod}})$ fås för $t = \frac{(1+2k)\lambda}{2c}$.

För denna tidpunkt är kondensation $= 0$, växer till ett maximum för att vid tiden $t = \frac{(1+2k)\lambda}{2c} + \frac{\lambda}{2c}$ återigen bli $= 0$.

$$\therefore\ \text{Med.}\,(\varDelta T_{\text{nod}})^{\text{max.}} = \text{Med.}\int_{t=\frac{(1+2k)\lambda}{2c}}^{t=\frac{(1+k)\lambda}{c}} -(\varkappa - 1)\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\frac{2\pi ct}{\lambda}\cdot T$$

$$\therefore\ \text{Med.}\,(\varDelta T_{\text{nod}})^{\text{max.}} = (\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda}T.$$

Den högsta temperatur lödstället erhåller är således medelvärdet af T och $T + \text{Med.}\,(\varDelta T_{\text{nod}})^{\text{max.}}$, som är:

$$T + \tfrac{1}{2}(\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda}T.$$

Den lägsta temperatur lödstället erhåller är:

$$T - \tfrac{1}{2}(\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda}T.$$

Skilnaden mellan den högsta och lägsta temperatur lödstället antar mellan två sväfningar är:

$$(\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda} T.$$

Denna kvantitet bör således vara = det evaluerade utslaget $\varDelta\theta$

$$\therefore\ (\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda} T = \varDelta\theta \tag{9}$$

Af ekv. (6) och (9) följer:

$$2\varDelta T_{\text{nod}} = \pi\varDelta\theta$$
$$\therefore\ 2\varDelta T_{\text{nod}} = 0^{\circ}.10\ \text{C}.$$

Metod 2.[1])

Experimentella anordningen.

Metoden består i att sätta termoelementets ena lödställe i beröring med luften inom den anblåsta pipan under en följd af förtätningar.

Anordningen var denna:

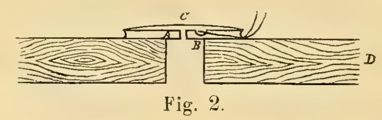


Fig. 2.

Öfver det i pipans vägg D urtagna borrhålet är fästad en rund ebonitskifva A med ett hål med några mm diameter och en liten urhålkning. I urhålkningen är termoelementets ena lödställe B fästadt fritt från skifvan, under det det andra lödstället är nedsänkt i en bägare med vatten, nedpackad i bomull. Ledningen går för öfrigt genom galvanometern. Öfver skifvan är spänd en tunn kautschukhinna C. Det hela är skyddadt af en omstjelpt glasbägare.

När pipan anblåses, vibrerar kautschukhinnan, den lyftes upp för hvarje förtätning, och lödstället B sättes under ena hälften af svängningstiden i beröring med den inom pipan förtätade och uppvärmda luften. Under andra hälften af sväng-

[1]) Denna metod är af författaren föreslagen.

ningstiden ligger kautschukhinnan an mot skifvan och afspärrar lödstället från beröring med luften inom pipan.

Vid pipans anblåsning gaf galvanometern ögonblickliga, ensidiga utslag, tillkännagifvande att lödstället B blifvit uppvärmdt.

Erhållna resultat.

I tabell III beteckna:

n_0 galvanometernålens ursprungliga jämviktsläge.

n galvanometernålens jämviktsläge, under det pipan anblåses.

n'_0 galvanometernålens jämviktsläge, när pipan tystnat.

$\Delta n = n - \frac{1}{2}(n_0 + n'_0)$.

Observationerna äro gjorda för nodpunkten, och pipans svängningstal är 56.

Tabell III.

n_0	n	n'_0	Δn
294.0	300.0	292.5	7.0
290.0	296.5	289.0	7.0
287.0	295.5	289.0	7.5
288.0	294.5	288.5	6.0
289.0	295.5	289.0	6.5
289.5	296.5	289.5	7.0
289.5	296.5	289.5	7.0
289.0	296.0	288.0	7.5
289.0	296.0	288.5	7.0
287.0	295.0	286.5	8.0
287.5	295.0	287.0	8.0
289.0	295.5	289.0	6.5

Medelvärde: 7.0.

Ofvanstående värmeutslag kunna äfven tänkas bero derpå, att luften inom pipan har en af de periodiska temperaturförändringarna oberoende varmare temperatur än luften inom urhålkningen i ebonitskifvan. Att de emellertid ej härröra häraf, är lätt visadt. Jag ändrade fördenskull om anordningen så, att det lödställe, som förut varit nedsänkt i bägaren med vatten, nu fick fritt hänga ned i pipan några centimeter nedanför ebonitskifvan, och gjorde temperaturbestämningar, då galvanometern

ursprungligen angaf luften inom pipan vara några skaldelar kallare än luften i ebonitskifvans urhålkning.

Som medelvärden af två observationsserier erhöll jag:

$$\Delta n = 6.5\ , \quad \Delta n = 7.7.$$

Den temperatur lödstället erhåller är medelvärdet af T och $T +$ Med. $(\Delta T_{\text{nod}})^{\text{max.}}$

$$\therefore\ \tfrac{1}{2}(\varkappa - 1)\frac{4a}{\lambda}T = \Delta n \cdot 0^\circ.0033 = 0^\circ.0231\ .$$

$$\therefore\ 2\Delta T_{\text{nod}} = 2\pi \cdot 0^\circ.0231\ .$$

$$\therefore\ 2\Delta T_{\text{nod}} = 0^\circ.15\ \text{C}.$$

II. Bestämning af temperaturförändringar genom bestämning af tryckförändringar inom den anblåsta pipan.

För att få ett ungefärligt begrepp om, huruvida de observerade temperaturförändringarna närmelsevis motsvarade de verkliga, bestämde jag tryckförändringarna inom pipan och beräknade härur temperaturförändringarna under förutsättning, att luftens tillståndsändring försiggick adiabatiskt.

Full öfverensstämmelse har man emellertid ej rätt att vänta mellan de så erhållna värdena på temperaturförändringarna och de direkt iakttagna, då ju vid luftens förtätning och förtunning en värmestrålning eger rum till och från pipans vägg, och således tillståndsändringen ej försiggår fullt adiabatisk.

Experimentella anordningen.

För bestämning af tryckförändringarna använde jag en metod, för hvilken den af Kundt [1]) angifna ligger till grund.

Kundt uppmätte tryckförändringarna med en manometer, som genom en ventil sattes i förbindelse antingen med den förtätade eller förtunnade luften inom pipan. Som ventil använde han en tunn kautschukhinna, spänd öfver en i pipans botten urtagen springöppning och omgaf den af en låg metallhylsa, som han satte i omedelbar förbindelse med manometern. Emellertid äro, såsom Dvořák [2]) uppvisat, manometerns angifvelser ej till-

[1]) Pogg. Ann., B. 134, (1868), p. 563.
[2]) Pogg. Ann., B. 150, (1873), p. 410.

förlitliga, då de äro beroende af längden på luftpelaren i den manometerskänkel, som står i förbindelse med pipan. Vidare erbjuder sig som en svårighet att erhålla en tillräckligt känslig kautschukhinna, som i ena ögonblicket ger vika för minsta öfvertryck, i andra ögonblicket sluter lufttätt till. Det gäller således att söka förminska dessa olägenheter, för att den Kundt'ska metoden skall bli åtminstone approximativt tillförlitlig.

Bestämningarna af tryckförändringarna gjorde jag dels i närheten af nodpunkten, dels i närheten af pipans midtpunkt Anordningen var denna:

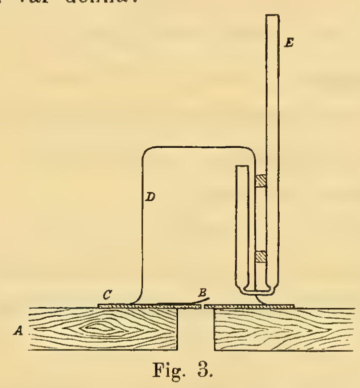


Fig. 3.

Öfver det i pipans vägg *A* urtagna borrhålet är lagd en glasskifva *C* med ett hål af 1.4 mm diameter. Som membran tjenar ett stanniolblad *B*, hvars ena ända är fästad vid glasskifvan, under det den andra helt täcker hålet. Ofvanpå glasskifvan är stjelpt en glasbägare *D*, vid hvilken en manometer *E* är fästad så, att dess ena skänkel befinner sig inom bägaren, den andra utanför. Manometerrörets diameter utgjorde 7,5 mm. Som vätska användes paraffinolja. Glapprummet mellan bägaren och glasskifvan igenfyldes med fett.

När nu pipan anblåstes, vibrerade till en början stanniolbladet, och vätskan steg i manometerskänkeln utanför glasbägaren under en tid af 6 à 7 sekunder. Derefter upphörde den stiga och bibehöll sitt så intagna läge med obetydliga variationer, till dess pipan tystnade, då vätskan använde 50 à 55 sekunder för att sjunka, om undersökningarna gjordes vid nod-

punkten, 30 à 35 sekunder, om undersökningarna gjordes vid pipans midtpunkt.

Med denna anordning behöfver man ej befara, att luftpelaren uti manometerskänkeln inom bägaren skall utöfva någon störande inverkan. Af tiden för vätskepelarens sjunkande framgår, att vid en luftförtunning inom pipan ej en mätbar tryckutjämning genom den af stanniolbladet täckta öppningen kan tänkas ega rum. Huruvida stanniolbladet är mer eller mindre känsligt för öfvertryck än en lämpligen spänd kautschukhinna, kan jag deremot ej afgöra.

Manometerhöjden aflästes med kikare.

Erhållna resultat.

Då pipans svängningstal var 54, erhölls som värde på höjdskilnaden mellan vätskepelarna i manometern:

för nodpunkten: 20.4 mm,

för midtpunkten: 15.6 mm.

Hvart och ett af ofvanstående värden utgör medelvärdet af tio tagna bestämningar, som ej skilja sig från hvarandra med mer än 0.4 mm.

Då den använda paraffinoljans specifika vikt var = 0,87, skall det i oljepelare erhållna trycket multipliceras med en faktor

$$\frac{0.87}{13.60} = 0.064$$

för att fås i kvicksilfverpelare.

Största tryckskilnaden är således:

för nodpunkten: $2\Delta p_{\text{nod}} = 40.8$ mm oljepelare $= 2.61$ mm kvicksilfverpelare;

för midtpunkten: $2\Delta p_{\text{midt}} = 31.2$ mm oljepelare $= 2.00$ mm kvicksilfverpelare.

Som kontrollekv. kan nedanstående lätt härledda ekv. tjena:

$$\frac{\Delta p_{x_1}}{\Delta p_{x_2}} = \frac{\cos\frac{2\pi x_1}{\lambda}}{\cos\frac{2\pi x_2}{\lambda}},$$

som för ifrågavarande fall låter skrifva sig:

$$\frac{\varDelta p_{x_1}}{\varDelta p_{x_2}} \cos \frac{2\pi x_2}{\lambda} = 1 \tag{10}$$

Om uti ekv. (10) införas:

$x_2 = 0.63$ m (afståndet mellan pipans midtpunkt och nodpunkt),

$2\varDelta p_{x_1} = 2.61$,

$2\varDelta p_{x_2} = 2.00$,

$\lambda = \frac{341}{54} = 6.32$ m, der 341 m är ljudets fortplantningshastighet, svarande mot den ifrågavarande temperaturen 17°, fås som värde på ekv. (10):s venstra membrum: 1.06.[1])

Mellan tryck- och temperaturförändringarna består följande relation:

$$\varDelta T_x = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{\varDelta p_x}{p} T \tag{11}$$

I ekv. (11) har jag att införa:

$T = 273 + 17 = 290$,

$\varkappa = 1.41$,

$p = 751$ och ofvan gifna värden på $\varDelta p_{x_1}$ och $\varDelta p_{x_2}$.

Med införande af dessa värden fås största temperaturskilnaden att vara:

för nodpunkten: $2\varDelta T_{\text{nod}} = 0^\circ.29$ C.,

för midtpunkten: $2\varDelta T_{\text{midt}} = 0^\circ.22$ C.

Den mindre goda öfverensstämmelsen mellan detta värde på $2\varDelta T_{\text{nod}}$ och de genom direkta bestämningar erhållna låter ej enbart förklara sig genom den förut nämda värmestrålningen

---

[1]) Att ekv. (10) ej är identiskt satisfierad, kan under förutsättning, att de gjorda observationerna äro tillförlitliga, tolkas så, att stanniolbladet ej ger vika för ett litet öfvertryck, låt vara δp. Att således de verkliga tryckförändringarna äro: $\varDelta p x_1 + \delta p$ och $\varDelta p x_2 + \delta p$. Med insättande af dessa värden i st. f. $\varDelta p x_1$ och $\varDelta p x_2$ i ekv. (10) kan δp beräknas och fås $\delta p = 0{,}58$ mm. kvicksilfverpelare. Emellertid förutsätter denna beräkning af δp, att ej några observationsfel blifvit begångna vid bestämmandet af $\varDelta p x_1$ och $\varDelta p x_2$, något som jag naturligen ej har rättighet att antaga. Äro $\varDelta p x_1$ och $\varDelta p x_2$ ej fullt exakta, kunna $\varDelta p x_1 + \delta p$ och $\varDelta p x_2 + \delta p$ sämre återge förloppet än $\varDelta p x_1$ och $\varDelta p x_2$.

till och från pipans vägg, utan visar, att de båda angifna metoderna för iakttagande af temperaturförändringarna inom pipan ej i sitt nuvarande skick lämpa sig till att i absolut mått bestämma dessa.

Anledningen härtill är, hvad den första metoden beträffar, väl i första hand att söka deri, att luft strömmar fram genom den af trästafven ej täckta delen af zinkskifvans öppning, och sträcker sig dess inverkan ett godt stycke såväl utom som inom pipan. Vidare ställas stora anspråk på termoelementets känslighet, och är det ej sannolikt, att det hinner anta den högsta och den lägsta temperatur, som den vibrerande luften erhåller. Slutligen inverkar galvanometerns egen af dämpningen beroende svängningstid.

Hvad åter den andra metoden angår, är det ej gifvet, att kautschukhinnans vibrationer identiskt sammanfalla med den i vibrationer försatta luftpelarens. Och vidare är det ej sannolikt, att kautschukhinnan förmår under ena hälften af svängningstiden helt afspärra luften inom ebonitskifvans urhålkning. Samtliga dessa omständigheter samverka till att göra galvanometerns angifvelser för små.

III. Om energiförlusten vid ljudvågens reflexion mot den anblåsta pipans botten.

Vid ljudvågens reflexion mot pipans botten, kommer den reflekterade vågens amplitud att försvagas och en minskning i ljudvågens rörelseenergi att inträda. Denna förlorade rörelseenergi är att återfinna som värme.

För uppvisande häraf användes som förut ett kopparnysilfverelement med ena lödstället nedsänkt i ett profrör med paraffin. Det andra lödstället uthamrades helt tunnt och fästes med vaxkolofonium vid en ebonitskifva, som fastgjordes vid pipans botten.

När pipan anblåstes, gaf den med termoelementet förenade galvanometern små utslag, angifvande en uppvärmning af lödstället inom pipan.

I efterföljande tabeller beteckna:

n_0 galvanometernålens ursprungliga jämviktsläge,
n galvanometernålens jämviktsläge, under det pipan anblåses,
n'_0 galvanometernålens jämviktsläge, när pipan tystnat,
$\Delta n = n - \frac{1}{2}(n_0 + n'_0)$.

Tiden för pipans anblåsning varierade mellan 10 och 15 sekunder. Pipans svängningstal var 54.

Tabell IV.

n_0	n	n'_0	Δn
222.0	222.6	222.2	0.5
217.2	218.0	217.0	0.9
214.0	215.2	214.5	1.0
213.0	214.2	213.4	1.0
212.6	213.0	212.0	0.7
209.1	210.0	209.0	1.0
206.7	206.9	205.8	0.7
201.5	202.8	202.3	0.9
202.0	204.1	203.6	1.3
205.4	206.1	205.3	0.8

Medelvärde: 0.9.

Tabell V.

n_0	n	n'_0	Δn
214.0	215.1	213.9	1.1
208.4	209.2	207.8	1.1
206.0	206.8	205.2	1.2
204.3	204.0	202.5	0.6
202.0	202.5	201.0	1.0
201.0	202.0	201.1	0.9
208.3	210.1	209.8	1.1
209.7	210.4	209.4	0.9
205.0	205.7	206.1	1.2
207.2	208.0	207.4	0.7

Medelvärde: 1.0.

Dessa små värmeutslag har jag ej utan vidare rätt att tillskrifva en minskning i ljudvågens rörelseenergi. De kunna äfven förklaras derigenom, att den varmare luftström från blästern, som i läppen riktas in mot pipan, har en af den ljudande luftpelarens vibrationsrörelse oberoende rörelse utefter pipans väggar.

Att emellertid lödställets uppvärmning ej härrör häraf, är lätt uppvisadt. Jag lät för den skull afkyla luften från bälgen genom att hålla slangen, som förde den komprimerade luften in i pipans fot, nedsänkt i ett kärl med kallt vatten.

Härvid erhöll jag följande observationsserie:

Tabell VI.

n_0	n	n'_0	Δn
234.1	235.2	235.0	0.7
235.0	235.8	235.0	0.8
232.5	233.7	233.1	0.8
233.0	234.2	233.0	1.2
232.4	234.3	234.2	1.0
234.3	234.8	234.2	0.6
237.2	237.6	236.4	0.8
233.8	234.4	233.7	0.7
233.6	234.2	235.0	— 0.1
234.2	235.5	234.6	1.1

Medelvärde: 0.8.

Samtidigt gjorde jag några temperaturbestämningar dels i pipans mun, såväl när pipan anblåstes som när den tystnat, dels i närheten af pipans botten. Härvid betjenade jag mig af en och samma termometer.

I nedanstående tabell beteckna:

t_0 luftens temperatur i pipans mun, när pipan ej anblåses,

t luftens temperatur i pipans mun, när pipan anblåses,

t' luftens temperatur i närheten af pipans botten.

Tabell VII.

t_0	t	t'
17°.00	16°.72	17°.20
16°.90	16°.63	17°.20
16°.86	16°.59	17°.20
16°.84	16°.59	17°.20

Tabellerna VI och VII ange tydligen, att lödstället inom pipan upphettas lika fullt, fastän luften från bälgen är kallare än luften inom pipan.

Är således lödställets uppvärmning att tillskrifva en den ljudande luftpelarens energiförlust, bör den ökas, ju mindre elastisk pipans botten är. För att uppvisa detta beklädde jag ebonitskifvan med ett några mm tjockt lager bomull och erhöll då dessa observationsserier:

Tabell VIII.

n_0	n	n'_0	Δn
221.2	226.0	217.4	6.7
215.8	223.1	215.0	7.7
214.0	221.1	213.9	7.2
211.8	219.0	211.5	7.4
212.0	218.2	212.0	6.2
212.0	219.0	211.8	7.1
209.3	215.1	209.1	5.9
207.4	214.6	207.8	7.0
203.0	209.5	204.2	5.9
207.2	214.2	207.3	7.0

Medelvärde: 6.8.

Tabell IX.

n_0	n	n'_0	Δn
242.1	248.8	242.4	6.6
240.7	248.2	242.0	6.9
241.6	246.8	241.0	5.5
239.8	243.6	236.2	5.6
237.2	244.6	237.0	7.5
237.0	243.2	238.1	5.7
239.2	245.2	237.4	6.9
237.0	244.1	236.6	7.3
235.4	242.6	238.0	5.9
237.1	241.0	233.1	5.9

Medelvärde: 6.4.

Dessa utslag äro ungefär sju gånger så stora som dem jag erhöll, när ebonitskifvan var obeklädd.

I det föregående har således på direkt väg uppvisats, dels att de periodiska tryckförändringarna inom en anblåst orgelpipa äro åtföljda af motsvarande temperaturförändringar, dels att en förlust i rörelseenergi eger rum vid ljudvågens reflexion mot pipans botten. De för iakttagande af temperaturförändringarna inom ljudvågen angifna metoderna låta naturligen använda sig ej blott då det är fråga om en anblåst orgelpipa utan öfverhufvud om en i stående vibrationer försatt luftpelare.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 4.
Stockholm.

Bidrag till kännedomen om Novaja Semljas fanerogam-vegetation.

Af Otto Ekstam.

[Meddeladt den 11 April 1894 genom V. B. Wittrock.]

Af de expeditioner och enskilda forskare, som besökt Novaja Semlja, har ingen varit i tillfälle att någon längre tid uppehålla sig inom ett något så när begränsadt område, hvaraf följden blifvit, att regelmässigt endast de vanliga växterna och de öfriga mer af en slump kunnat anträffas. Genom upprepade besök af olika expeditioner har emellertid fanerogamfloran nästan fullständigt blifvit bekant, åtminstone hvad södra Novaja Semlja beträffar. Detta gäller äfven landet på begge sidor om Matotschkin Schar, öfver hvars flora finnes en ganska fullständig förteckning i Prof. Kjellmans uttömmande växtgeografiska studie[1]) öfver Novaja Semljas vegetation.

Meningen med denna lilla uppsats vore att komplettera denna förteckning med en del nya fynd, som författaren häraf lyckats göra under några månaders vistelse i nämnda trakt sommaren 1891.

Af de anträffade formerna är endast en, *Juncus biglumis* L. *β excellens* nov. var., ny för vetenskapen; öfriga arter äro antingen funna i närmast sydliga zon (se Kjellman l. c.) eller i sydliga delen af ögruppen. De för området nya arterna äro:

---

[1]) F. R. Kjellman, Fanerogamfloran på Novaja Semlja och Waigatsch. Vega-exp. Vetenskapl. iaktt. Band I. Stockholm 1882.

Arnica alpina OLIN.

Vaccinium vitis idæa L. f. *pumila* HORN.

Cardamine pratensis L.

Draba oblongata R. BR. f. *lasiocarpa* (ADAMS).

Stellaria humifusa ROTTB.

Rumex Acetosa L.

Salix rotundifolia TRAUTV.

» *reptans* (RUPR.) LUNDSTR. f. *glaucoides* LUNDSTR.

» *taimyrensis* TRAUTV.

» *arctica* × *polaris* LUNDSTR.

Carex misandra R. BR.

» *aquatilis* WG. f. *epigejos* LÆST.

» *rupestris* ALL.

» *Wahlenbergii* RUPR.

Juncus biglumis L. *β excellens* nov. var.

Af dessa äro följande förut anträffade inom närmast sydliga zon, 72°—73° n. br.

Cardamine pratensis.

Stellaria humifusa.

Rumex Acetosa.

Salix rotundifolia.

» *reptans.*

Luzula Wahlenbergii.

Däremot hafva nedanstående ej anträffats längre i norr än inom zonen 71°—72° n. br., d. v. s. sydligaste Novaja Semlja och Waigatsch.

Arnica alpina.

Salix taimyrensis.

Carex misandra.[1])

» *aquatilis f. epigejos.*

» *rupestris.*

---

[1]) Denna växt, äfvensom de för zonen 72°—73° n. br. förut ej kända arterna *Juncus biglumis* L. och *Aira alpina* L. fann jag emellertid vid ett kortare uppehåll i Karmakola (Karmakul bay) på 72° 25′ n. br.

Hvad *Vaccinium vitis idæa* beträffar, är denna förut ej funnen nordligare än inom zonen 69°—70° n. br.

Nya för området äro dessutom antagligen *Lycopodium Selago* L. och *Equisetum Scirpoides* MICH., om hvilkas förekomst jag ej sett någon bestämd uppgift, samt möjligen den särdeles vanliga *Equisetum arvense* L.

Af de för zonen 73°—74° n. br. uppgifna fanerogamerna anträffade jag alla utom följande tio:

Antennaria carpatica R. BR., *Pyrola minor* L., *Hedysarum obscurum* L., *Sisymbrium pygmæum* WG., *Ranunculus hyperboreus* L., *R. pygmæus* L., *Pleuropogon Sabinii* R. BR., *Catabrosa algida* (SOL.) FR., *Carex glareosa* WG. och *Luzula spicata* DC. Förekomsten af *Pyrola minor* och *Hedysarum obscurum* i ett dylikt klimat anser jag dock synnerligen problematisk och tarfvande bekräftelse. Särskildt vill jag påpeka, att en förväxling mellan *Hedysarum obscurum* och *Phaca frigida* L. (i ungt stadium) alls ej är otänkbar.

Slutligen vill jag meddela några närmare upplysningar om förekomsten af de för området nya arterna.

Arnica alpina OLIN. Mycket sällsynt, förekommer på några ställen kring Matotschkin Schar, hufvudsakligen å »ugglekullar», d. v. s. torra gräsbevuxna kullar, där *Strix nyctea* år från år häckar och för öfrigt oftast sitter på utkik. Marken är här vanligen alldeles genomdränkt af spillning och sålunda synnerligt fruktbar. Fågelns vana att förtära mossa och andra växter, i och för uppkastandet af otjenliga delar af den intagna födan, hvilka sedan i form af bollar rikligt anträffas å dylika lokaler, torde stå i något samband med spridningen af denna sällsynta växt. På dylika lokaler brukar man äfven vanligen återfinna *Erigeron uniflorus* L. och *Taraxacum officinale* WEB.

Vaccinium vitis idæa L. f: *pumila* HORN. Endast anträffad vid vestra inloppet till Matotschkin Schar å en sphagnummyr, krypande och alltid steril.

Cardamine pratensis L. Blott tvenne individ påträffades, det ena vid mellersta delen af sundet, det andra vid vestra inloppet.

Draba oblongata R. BR. f. *lasiocarpa* (ADAMS)[1]. Sällsynt; uppträder tillsammans med andra *Draba*-arter.

Stellaria humifusa ROTTB. Förekom mindre allmänt vid östra sundet.

Rumex Acetosa L. Ytterst vanlig; förekommer å sluttningar med lucker, bördig jord vanligen i sällskap med *Myosotis silvatica* HOFFM. f. *alpestris* KOCH, *Potentilla fragiformis* WILLD., *Ranunculus acer* L. f. *borealis* TRAUTV., *Polygonum viviparum* L. och *Artemisia borealis* PALL. f. *Purshii* BESS.

Salix rotundifolia TRAUTV[2]. Ej sällsynt å torra, grusiga ställen, iakttagen vid såväl vestra som östra delen af sundet.

Salix reptans (RUPR.) LUNDSTR. f. *glaucoides* LUNDSTR. Uppträder vanligen i sällskap med *Salix arctica* PALL. å torra mossar och gräsmark.

Salix taimyrensis TRAUTV. Fndast anträffad i ett fåtal individ i Matotschka dalen.

Salix arctica × *polaris* LUNDSTR. Funnen blott i några få individ i Matotschka dalen.

Carex misandra R. BR. Sällsynt och blott i ett fåtal individ vid smärre vattensamlingar, uppkomna genom smältning af snö.

Carex aquatilis WG. f. *epigejos* LÆST. Sällsynt; förekommer här och där å fuktig tufmark.

Carex rupestris ALL. Mindre allmän å gräsmark och torr mossmark, i sällskap med *Hierochloa alpina* (LILJEBL.) och *Carex rigida* GOOD.

Luzula Wahlenbergii RUPR. Förekommer särdeles sparsamt vid vestra inloppet till sundet i en sphagnummyr.

Juncus biglumis L. *β excellens* nov. var.

Culmus 25 cm., interdum 30 cm. altus; flores in apice culmi 2—4, sæpissime 3, dense capitati; Capsula multo major quam in

---

[1] För bestämningen af *Drabæ*, äfvensom granskningen af en del gräs, står jag i stor tacksamhetsskuld till Prof. TH. M. FRIES.

[2] De under färden insamlade *Salix*-formerna hafva blifvit bestämda och granskade af Doc. A. N. LUNDSTRÖM, till hvilken jag härmed frambär min stora tacksamhet.

forma typica, perianthio plus quam duplo longior. Ceterum formæ typicæ similis.

Såsom framgår af denna diagnos skiljer sig *Juncus biglumis β excellens* från hufvudarten genom att antalet blommor hos den förra är 2—4, vanligen 3, under det hufvudarten endast har 1—2 blommor i hvar blomställning, samt därigenom att kapseln, som hos hufvudarten är *knappt* dubbelt så stor som kalkbladen, hos varieteten åter är *mer* än dubbelt så stor. Dessutom uppnår aldrig hufvudarten, så vidt mig bekant, vare sig hos oss eller på Novaja Semlja en sådan längd, 25—30 cm., som varieteten. På den sistnämnda lokalen blir den förra vanligen endast 5—6 cm hög.[1])

Enda fyndorten var vestra inloppet till sundet, där den uppträdde tillsammans med *Luzula Wahlenbergii* m. fl. å en öppen sphagnummyr. Att den enorma storleken ej är blott tillfällig, framgår bland annat däraf att qvarstående, nedvissnade individ från föregående år egde minst lika, om ej än större höjd.

Lycopodium Selago L. Förekom endast i ett fåtal individ å en torr, gräsbevuxen kulle i Matotschka dalen.

Equisetum Scirpoides MICH. Sällsynt å leriga ställen vid vestra sundet.

Equisetum arvense L. Särdeles allmän på åtskilliga ställen vid vestra och mellersta delarna af sundet och kanske jämte de närmast föregående redan känd härifrån, ehuru ej, mig veterligen, något härom finnes anfördt.

---

[1]) I Riksmusei och Stockholms Högskolas samlingar finnas exemplar af *Juncus biglumis* L. från Dovre och andra norska fjälltrakter, hvilka öfverensstämma med *J. biglumis* L. *β excellens* såväl i höjd, som däri, att antalet blommor i hvart hufvud är tre; dock har jag hvarken i HARTMANS Handbok i Skandinaviens flora eller BLYTT, Norges flora funnit någon uppgift om, att arten uppträder med annat än »1—2 blommiga hufvuden». Kapseln hos dessa norska exemplar är emellertid betydligt mindre än hos den af mig på Novaja Semlja funna varieteten.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 152.)

Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Aus dem Archiv der deutschen Seewarte. Jahrg. 16(1893). 4:o.

Helsingfors. *Statistiska centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiela statistik. I: 12. 1893. 4:o.
Statistisk årsbok för Finland. Årg. 15(1894). 8:o.

Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd 28: H. 3. 1894. 8:o

Kjöbenhavn. *Det meteorologiske Institut.*
Observations intern. polaires 1882—83. Expédition Danoise. Observations faites à Godthaab. T. 1: Livr. 1. 1893. 4:o.

Klagenfurt. *Naturhistorisches Landes-Museum von Kärnten.*
Diagramme der magnetischen und meteorologischen Beobachtungen zu Klagenfurt. 1892/93. Fol.

Krakau. *Académie des sciences.*
Rozprawy. Wydział filologiczny. (2) T. 4. 1893. 8:o.
Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce. T. 5: Z. 3. 1893. 4:o.
Rocznik. Rok 1892/93. 8:o.
Biblioteka pisarzów Polskich. 25—26. 1893. 8:o.
Bulletin international. 1894: N:o 2. 8:o.

Liége. *Société géologique de Belgique.*
Annales. T. 21(1893/94): Livr. 1. 8:o.

London. *Royal Institution of Great Britain.*
Proceedings. Vol. 14: P. 1. 1894. 8:o.

— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 4. 8:o.

— *Chemical society.*
Journal. Vol. 65—66(1894): 3. 8:o.
Proceedings. Session 1893/94: N:o 133—135. 8:o.

— *Entomological society.*
Transactions. Year 1893. 8:o.

London, Ont. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 26(1894): N:o 1—3. 8:o.

Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de la compañia de Jesús.*
Observaciones. 1892: 5—6. Fol.

Mauritius. *R. Alfred observatory.*
Annual report of the director. Year 1891. Fol.
Meteorological observations. Year 1892. Fol.

Melbourne. *Royal society of Victoria.*
Transactions. Vol. 1: P. 1—2; 2: 1—2; 3: 1. 1888—91. 4:o.
Proceedings. N. S. Vol. 1—4: P. 1—2; 5. 1889—93. 8:o.

(Forts. å sid. 188.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 4.
Stockholm.

Om TAYLORS och NICOLES inbördes förtjänster beträffande differenskalkylens första utbildande.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 11 April 1894 genom D. G. LINDHAGEN.]

I sitt utmärkta arbete *Methodus incrementorum* (London 1715) har BROOK TAYLOR (1685—1731) bland annat äfven gifvit den första framställningen af teorien för ändliga differenser och deras integraler, samt för differensekvationers integration. Några få år senare behandlade äfven NICOLE (1683—1758) differenskalkylens grunder i fyra afhandlingar hvilka blifvit införda i franska vetenskapsakademiens handlingar för åren 1717, 1723 och 1724. Om den inbördes betydelsen af dessa TAYLORS och NICOLES arbeten synas meningarna hittills icke varit fullt stadgade. Visserligen finner man EMERSON i företalet till sitt 1763 utgifna arbete om differenskalkylen uppgifva, att nämda kalkyl blifvit uppfunnen af TAYLOR, samt uttryckligen förklara, att teorien sedermera icke blifvit af någon matematiker vidare utbildad,[1]) hvaraf synes framgå, att han icke vill tillerkänna NICOLE *någon* förtjänst om differenskalkylen. Å andra sidan tyckes flertalet af matematikens historieskrifvare luta till den meningen, att NICOLE inlagt väsentliga förtjänster om denna kalkyl. Väl har MONTUCLA framhållit, att NICOLE behandlat differensmetoden mindre generellt än TAYLOR, men till stöd för

[1]) W. EMERSON, *The method of increments* (London 1763), Preface, sid. IV.

detta påstående anför han endast, att NICOLE ej sträckt sina undersökningar utöfver differenser af första ordningen.[1]) SUTER uppgifver, att NICOLE framställt TAYLORS teori under en mera fattbar samt för alla tillgänglig form,[2]) och BOSSUT tror sig hafva funnit, att NICOLE dessutom väsentligen utvecklat teorien.[3]) Till samma åsikt synes äfven WEISSENBORN ansluta sig.[4]) BALL anför, att NICOLE utgaf den första systematiska framställningen af differenskalkylen, men att TAYLOR »*vanligen* erkännes vara differenskalkylens uppfinnare».[5])

Under sådana förhållanden torde en närmare undersökning af TAYLORS och NICOLES inbördes förtjänster om differenskalkylens utbildning väl vara på sin plats.

Hvad först angår TAYLOR, har jag redan för flera år sedan utförligt behandlat hans betydelse för differenskalkylens utveckling,[6]) och det torde därför vara nog att här påminna om de resultat, till hvilka jag vid min undersökning kommit. I enlighet med dessa[7]) har TAYLOR först i allmänhet framställt grunddragen af differenskalkylens metod, om också under en mindre lättfattlig och ur systematisk synpunkt ej fullt tillfredsställande form. Han har vidare angifvit formler för u_n uttryckt i differenser af u_0, för $u_{x+h'}$ och $u_{x-h'}$, för differenserna af faktorialerna $x^{(m)}$, $x^{(-m)}$ och exponentialfunktionen a^x, för u_{x+h} uttryckt i differentialkoefficienter af u_x, samt dessutom för n-te diffe-

---

[1]) MONTUCLA, *Histoire des mathématiques.* III (Paris 1802), s. 246.

[2]) SUTER, *Geschichte der mathematischen Wissenschaften.* II (Zürich 1875) sid. 212.

[3]) BOSSUT, *Histoire générale des mathématiques depuis leur origine jusqu'à l'année 1808.* II (Paris 1810), sid. 99—100.

[4]) WEISSENBORN, *Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwickelung von Leibniz bis Lagrange* (Halle 1856), sid. 152—153.

[5]) BALL, *A short account of the history of mathematics.* Second edition (London 1893), sid. 377, 389. — För kuriositetens skull må nämnas, att C. A. AGARDH i sitt *Essai sur la métaphysique du calcul différentiel* (Stockholm 1848, sid. 31) uppgifver, att NICOLE både uppfunnit differenskalkylen och infört tecknet Δ för differens. Som bekant användes detta tecken först af EULER.

[6]) Se ENESTRÖM, *Differenskalkylens historia. I.* Upsala universitets årsskrift 1879, sid. 26—69.

[7]) ENESTRÖM, nyss anf. arb., sid. 67—68.

rensen af $u_x v_x$. Likaledes står den omvända differenskalkylen till honom i skuld för integralerna

$$\Sigma x^{(m)},\ \Sigma x^{(-m)} \text{ och } \Sigma a^x,$$

samt för utvecklingen af

$$\Sigma u_x v_x \text{ och } \Sigma a^x \varphi(x),$$

hvarjämte han begagnat en eller annan speciel integrationsmetod. Inom teorien för differensekvationer har han bevisat tillvaron af en solution, bestämt den kompletta primitivans allmänna form, samt värdet af den beroende variabeln uttryckt i en oändlig serie, löst speciella fall af differensekvationerna

$$u_{x+1} = A_x u_x,\ u_{x+1} = A_x u_x + B_x,$$

samt vid lösningen användt en metod, som *kan* vid den generella ekvationen begagnas. Slutligen har han tillämpat den direkta kalkylen på interpolationsproblemet, den omvända vid seriesummering, samt teorien för differensekvationers integration vid bestämmande af koefficienterna i utvecklingen af $\varphi_n(x)$ under formen $A_n\psi_1(x) + B_n\psi_2(x) + C_n\psi_3(x) + \ldots$, där ψ_k är en gifven funktion.

Det följer nu i ordningen att redogöra för innehållet i NICOLES fyra afhandlingar [1]) om differenskalkylen.

Sedan han först förklarat sin afsikt vara att lämna en fullständig framställning af finita differenskalkylen (*un traité complet du calcul des différences finies*) och omnämt, att han fått uppslaget härtill genom en i *Methodus incrementorum* befintlig metod för seriesummering, hvilken väl kunde behöfva både förtydligas och generaliseras, öfvergår han till ämnets närmare behandling. Gången af hans framställning är följande.

---

[1]) *Traité du calcul des différences finies.* Histoire de l'académie royale des sciences [de Paris]. Avec les mémoires de mathématique et de physique. Mém. 1717, sid. 7—21. — *Seconde partie du calcul des différences finies.* Därsammast. 1723, sid. 20—37. — *Seconde section de la seconde partie du calcul des différences finies.* Därsammast. 1723, sid. 181—198. — *Additions aux deux mémoires sur le calcul des différences finies.* Därsammast. 1724, sid. 138—158.

Låter man x vara en variabel, som oafbrutet och likformigt tillväxer med den konstanta qvantiteten n, hvilken på grund häraf kan kallas den oberoende variabelns differens, och vill man bestämma differensen af $x(x+n)$, så bör man undersöka, hvilken tillväxt denna kvantitet erhåller, då x ökas med n. Denna tillväxt är tydligen

$$(x+n)(x+2n) - x(x+n) = 2n(x+n),$$

hvilket uttryck således representerar differensen af $x(x+n)$.

På samma sätt bevisas, att

differensen af $x(x+n)(x+2n)(x+3n) = 4n(x+n)(x+2n)(x+3n)$,

hvaraf den allmänna regeln: För att finna differensen af en produkt, där faktorerna bilda en aritmetisk progression, hvilkens differens är lika med variabelns egen, multiplicerar man produkten med faktorernas antal och den konstanta differensen, samt borttager den första faktorn.

Genom ett liknande förfaringssätt finner man, att

differensen af $\frac{1}{x(x+n)} = \frac{1}{x(x+n)} - \frac{1}{(x+n)(x+2n)} = \frac{2n}{x(x+n)(x+2n)}$,

och

differensen af $\frac{1}{x(x+n)(x+2n)(x+3n)(x+4n)}$

$$= \frac{5n}{x(x+n)(x+2n)(x+3n)(x+4n)(x+5n)},$$

samt att den allmänna regeln således här kommer att hafva följande lydelse: Multiplicera bråket med faktorernas antal och differensen, samt tillägg en faktor i nämnaren.

Å andra sidan kan man lätt återfinna en expression, om dess differens är gifven. Denna expression kallas differensens integral, och till dess bestämmande tjäna följande tvänne reglor, hvilka erhållas genom omedelbar omvändning af de föregående.

1. För att finna integralen till en produkt af faktorer, som bilda en aritmetisk progression, bör man multiplicera med den närmast föregående termen, samt dividera med det sålunda erhållna antalet faktorer och differensen.

2. För att finna integralen till ett bråk med konstant täljare, då nämnaren består af ett antal faktorer i aritmetisk progression, borttager man den sista faktorn samt dividerar med de återstående faktorernas antal och differensen.

Således blir t. ex.

$$\text{integralen af } (x+2)(x+4)(x+6) = \frac{x(x+2)(x+4)(x+6)}{8}$$

och

$$\text{integralen af } \frac{1}{x(x+2)(x+4)(x+6)} = \frac{1}{6x(x+2)(x+4)} .$$

Med tillhjälp af dessa reglor kunna åtskilliga seriesummeringar utföras. Ty om man t. ex. antager serien

$$1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4 + 4\cdot 5 + 5\cdot 6 + 6\cdot 7 + 7\cdot 8 + \text{ etc.},$$

hvilkens allmänna term tydligen är $x(x+1)$, och söker summan af de x första termerna, så är differensen af denna summa tydligen just skillnaden mellan de tvänne summorna

$$1\cdot 2 + \ldots + x(x+1) + (x+1)(x+2)$$

och

$$1\cdot 2 + \ldots \quad x(x+1) ,$$

d. v. s. $(x+1)(x+2)$. Men häraf följer, att den sökta summan är just integralen af $(x+1)(x+2)$, således enligt det föregående.

$$\frac{x(x+1)(x+2)}{3} .$$

På samma sätt blir summan af de x första termerna i serien

$$1\cdot 4\cdot 7\cdot 10 + 4\cdot 7\cdot 10\cdot 13 + 7\cdot 10\cdot 13\cdot 16 + \ldots$$

lika med integralen af $(x+3)(x+6)(x+9)(x+12)$. Nu är visserligen värdet af denna integral

$$\frac{x(x+3)(x+6)(x+9)(x+12)}{15} ,$$

men för att denna qvantitet omedelbart skulle kunna uttrycka den sökta summan, måste den blifva noll för $x+3=1$, d. v. s.

då den term, som föregår den första, är den sista bland dem, hvilka man vill summera, hvilket ju betyder, att ingen term finnes. Då emellertid integralen för $x+3=1$ icke blir noll utan antager värdet

$$-\frac{2\cdot 1\cdot 4\cdot 7\cdot 10}{15},$$

måste detta uttryck med ombytt tecken adderas till den nyss erhållna integralen, hvadan summan af de x första termerna blir

$$\frac{x(x+3)(x+6)(x+9)(x+12)+2\cdot 1\cdot 4\cdot 7\cdot 10}{15}.$$

Om man å andra sidan vill bestämma summan af alla termerna, från och med den x-te, i den oändliga serien

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots$$

så befinnes denna summa i öfverensstämmelse med det föregående vara lika med integralen af $\frac{1}{x(x+1)}$, d. v. s. $\frac{1}{x}$. Och i allmänhet blir summan af alla termer från och med den x-te i den serie, där allmänna termen är

$$\frac{a}{x(x+1)\ldots(x+p)},$$

lika med

$$\frac{a}{p\cdot x(x+1)\ldots(x+p-1)}.$$

Äfven åtskilliga andra serier, hvilkas allmänna term icke omedelbart är gifven under integrabel form, kunna genom lämpliga transformationer bringas därhän. Så kan t. ex., om q är ett helt tal >1,

$$\frac{x(x+1)\ldots(x+p)\,.\,(p+2)\ldots(p+q+1)}{x(x+1)\ldots(x+p+q)}$$

sättas lika med

$$\frac{(p+2)\ldots(p+q+1)}{(x+p+1)\ldots(x+p+q)},$$

och dess integral är således

$$\frac{(p+2)\ldots(p+q+1)}{(q-1)(x+p+1)\ldots(x+p+q-1)}.$$

Likaledes kan man genom några enkla reduktioner få

$$\frac{(x+2)^2(x+3)^2}{36x(x+3)\ldots(x+15)}$$

$$=\frac{5}{18}\frac{1}{(x+6)\ldots(x+15)}+\frac{1}{3}\frac{1}{(x+3)\ldots(x+15)}+\ldots+\frac{1}{36}\frac{1}{(x+12)(x+15)},$$

hvaraf följer att integralen till det första uttrycket är

$$\frac{5}{18\cdot3\cdot3}\frac{1}{(x+6)\ldots(x+12)}+\frac{1}{3\cdot3\cdot4}\frac{1}{(x+3)\ldots(x+12)}+\ldots+\frac{1}{36\cdot3}\frac{1}{x+12}.$$

Allt det nu anförda gäller emellertid, såsom nämdt är, endast under antagande, att differensen mellan faktorerna är lika med differensen af x. Skulle detta icke vara förhållandet, utan differensen af x till exempel vara m, så måste åtskilliga transformationer företagas, innan de föregående reglerna kunna tillämpas. Dessa transformationer äro emellertid för de hela produkterna lätt utförda, och man finner, att

differensen af $x(x+n)=2m(x+n)+m(m-n)$,

differensen af $x(x+n)(x+2n)=3m(x+n)(x+2n)$
$$+3m(m-n)(x+n)+m(m-n)(m+n)$$

differensen af $x(x+n)(x+2n)(x+3n)=4m(x+n)(x+2n)(x+3n)$
$$+6m(m-n)(x+n)(x+2n)+4m(m-n)(m+n)(x+n)$$
$$+m(m-n)(m+n)(m+2n),$$

och således i allmänhet:

differensen af $x(x+n)(x+2n)\ldots(x+(p-1)n)$

$$=pm(x+n)..(x+(p-1)n)+\frac{p(p-1)}{1\cdot2}m(m-n)(x+n)..(x+(p-2)n)$$
$$+\ldots+(m-n)m(m+n)\ldots(m+(p-2)n).$$

Om här m sättes lika med n, återfår man formeln

differensen af $x(x+n)(x+2n)\ldots(x+(p-1)n)$
$$=pn(x+n)(x+2n)\ldots(x+(p-1)n);$$

låter man däremot n vara noll, blir

differensen af $x^p = pmx^{p-1} + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} m^2 x^{p-2} + \ldots + m^p$.

Med ledning häraf kan man äfven omvändt finna integralen till en produkt af det nu behandlade slaget. Är det t. ex. fråga om $x + n$, så sätter man

$$\text{integralen af } (x+n) = Ax(x+n) + Bx,$$

tager differenserna på ömse sidor om likhetstecknet, samt jämför koefficienterna för digniteterna af x, hvaraf framgår, att

$$A = \frac{1}{2m}, \text{ och } B = -\frac{m-n}{2m},$$

således

$$\text{integralen af } (x+n) = \frac{x(x+n)}{2m} - \frac{(m-n)x}{2m}.$$

På samma sätt bestämmas integralerna af $(x+n)(x+2n)$, $(x+n)(x+2n)(x+3n)$, $(x+n)(x+2n)(x+3n)(x+4n)$; den sista befinnes vara

$$Ax(x+n)\ldots(x+4n) + Bx(x+n)(x+2n)(x+3n) + Cx(x+n)(x+2n) + Dx(x+n) + Ex,$$

där $A = \frac{1}{5m}$, $B = -\frac{m-n}{2m}$, $C = \frac{(m-n)(m-5n)}{3m}$,

$$D = \frac{(m-n)(m+n)(m-4n)}{2m} - \frac{(m-n)^2(m-5n)}{2m},$$

$$E = \frac{(m-n)(m+n)(m+2n)(m-2n)}{5m} \cdot 4 + \frac{(m-n)^2(m+n) - 7(m+11n)}{3m} + \frac{(m-n)^3 3(m-n)}{2m}.$$

Däremot äro för bråk-expressionerna två olika transformationer möjliga. Man finner nämligen genom vanliga reduktioner, att om $m = rn$ är differensen af z, samt r är ett helt tal, så blir

differensen af $\frac{1}{z} = \frac{1}{z} - \frac{1}{z+m} = \frac{m}{(z+m-n)(z+m)}$

$$+ \frac{m(m-n)}{(z+m-2n)\ldots(z+m)} + \frac{m(m-n)(m-2n)}{(z+m-3n)\ldots(z+m)} + \ldots,$$

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)} = \frac{m \cdot 2}{(z+m-n)(z+m)(z+m+n)}$$

$$+ \frac{m(m-n) \cdot 3}{(z+m-2n)\ldots(z+m+n)} + \frac{m(m-n)(m-2n) \cdot 4}{(z+m-3n)\ldots(z+m+n)} + \ldots.$$

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)(z+2n)} = \frac{m \cdot 3}{(z+m-n)\ldots(z+m+2n)}$$

$$+ \frac{m(m-n) \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot (z+m-2n)\ldots(z+m+2n)} + \ldots$$

Liknande uttryck erhållas, om faktorerna i nämnaren äro 4 eller 5 till antalet; och i allmänhet blir således

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)\ldots(z+(p-1)n)} = \frac{1}{z(z+n)\ldots(z+(p-1)n)}$$

$$- \frac{1}{(z+m)\ldots(z+m+(p-1)n)} = \frac{mp}{(z+m-n)\ldots(z+m+(p-1)n)}$$

$$+ \frac{m(m-n)p(p+1)}{1 \cdot 2 \cdot (z+m-2n)\ldots(z+m+(p-1)n)}$$

$$+ \frac{m(m-n)(m-2n)p(p+1)(p+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (z+m-3n)\ldots(z+m+(p-1)n)} + \ldots$$

Om man man här sätter $m = n$, återföres man till den förut erhållna formeln

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)\ldots(z+(p-1)n)} = \frac{pn}{z(z+n)\ldots(z+pn)},$$

och om däremot n sättes $= 0$, blir

$$\text{differensen af } \frac{1}{z^p} = \frac{pm}{(z+m)^{p+1}} + \frac{p(p+1)m^2}{1 \cdot 2 \cdot (z+m)^{p+2}} + \ldots$$

Äfven här kan man naturligen omvändt finna integralen till en gifven differens genom obestämda koefficientmetoden.

Å andra sidan kan man utan svårighet genom enkla algebraiska räkningar erhålla

$$\text{differensen af } \frac{1}{z} = \frac{m}{z(z+n)} - \frac{m(m-n)}{z(z+n)(z+2n)} + \ldots$$

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)} = \frac{2m}{z(z+n)(z+2n)} - \frac{2 \cdot 3 \cdot m(m-n)}{1 \cdot 2 \cdot z \ldots (z+3n)} + \ldots$$

och i allmänhet

$$\text{differensen af } \frac{1}{z(z+n)\ldots(z+(p-1)n)} = \frac{pm}{z(z+n)\ldots(z+pn)}$$

$$-\frac{p(p+1)m(m-n)}{2z(z+n)\ldots(z+(p+1)n)} + \frac{p(p+1)(p+2)m(m-n)(m-2n)}{2\cdot 3\cdot z(z+n)\ldots(z+(p+2)n)} - \ldots$$

Klart är, att detta uttryck för differensen i likhet med det förut gifna består af r termer.

Detta utgör nu, om man bortser från den omedelbara tilllämpningen på seriesummering, innehållet af NICOLES framställning.[1]) Granska vi något närmare detta innehåll, så kunna vi ej undgå att finna detsamma skäligen torftigt och obetydligt, särdeles om vi påminna oss, att NICOLE utlofvat en fullständig behandling af differenskalkylen. Ty utom formler för differenser och integraler af faktorialuttryck, samt återförande af seriesummeringar till integration, hvilket allt ju återfinnes redan hos TAYLOR, har NICOLE ingenting annat angifvit än några formler för faktorialers eller andra uttrycks reduktion till sådana faktorialer, hvilkas sukcessiva faktorer differera från hvarandra med en multipel af den oberoende variabelns konstanta differens. Lägger man härtill en oklanderlig klarhet i framställningssättet, så torde man hafva nämt allt, som kan räknas NICOLE till förtjänst. För öfrigt har han visserligen infört termen finit differens (*différence finie*) i stället för inkrement, men denna förändring är tämligen likgiltig och låg för öfrigt nära till hands, samt må här särskildt anmärkas endast därför, att den lyckats blifva allmän antagen. Däremot bör det såsom en brist hos honom

---

[1]) BOSSUT citerar visserligen (anf. arb. II, sid. 100) med afseende på NICOLES framställning af differenskalkylen äfven Mém. de Paris för 1727, men den däri förekommande afhandlingen (*Méthode pour sommer une infinité de suites nouvelles, dont on ne peut trouver les sommes par les méthodes connues*) innehåller ingen differenskalkyl utan endast formeln

$$\frac{1}{a\pm b} = \frac{1}{a} \mp \frac{b}{a(a\mp c)} + \frac{b(b+c)}{a(a\mp c)(a\mp d)} \mp \frac{b(b+c)(b+d)}{a(a\mp c)(a\mp d)(a\mp e)} + \ldots$$

Se för öfrigt om denna afhandling min lilla uppsats: *Note historique sur une série dont le terme général est de la forme* $A_n(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)$ i Comptes rendus des séances de l'académie des sciences [de Paris] **103**, 1886, sid. 523—525.

räknas, att han saknade hvarje tecken för Δu_x och Σu_x, att han för Δx begagnade både m och n, samt att han vid den allmänna integrationen ej tillade någon arbiträr konstant. Ett svårt fel i metodiskt afseende begick han genom att låta differensen vid en hel funktion vara $f(x+1) - f(x)$, men vid en bruten funktion $f(x) - f(x+1)$, ehuru visserligen detta fel lätt kan förklaras genom den stora vikt, han fästade vid kalkylens tillämpning på seriers summering. — I fråga om själfva framställningssättet måste man anmärka de långa tröttande algebraiska räkningarna — jag har också i min redogörelse utelämnat dem såsom varande utan värde —, för hvilka ingen bestämd metod angifves, samt de ofta onödigtvis förekommande ofullständiga induktionsbevisen.

Resultatet af den nu utförda undersökningen torde således kunna sammanfattas därhän, att NICOLE berört blott en mycket obetydlig del af det nya och vidsträckta område, TAYLOR i sin inkrementmetod utforskat, samt att förtjänsten af differenskalkylens första utbildande således utan tvekan bör tillerkännas den senare.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 176.)

Melbourne. *The exhibition trustees.*
Illustrated official handbook to the aquarium, picture galleries and museum collections. 1894. 8:o.

Milano. *R. Osservatorio astronomico di Brera.*
Osservazioni meteorologiche. Anno 1893. 4:o.

Montevideo. *Museo nacional.*
Anales. 1. 1894. 4:o.

München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Philos.-philol. Cl. Bd 20: Abth. 1. 1894. 4:o.
Sitzungsberichte. Math.-physikal. Cl. 1893: H. 3. 8:o.

Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (2) Vol. 8(1894): Fasc. 1—2. 4:o.

New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 10(1894): N:o 1. 8:o.

Ottawa. *Field-naturalists' club.*
The Ottawa naturalist. Vol. 7(1893/94): N:o 11—12. 8:o.

Paris. *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 14(1893): Trim. 3. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 5—6. 8:o.

— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 21(1893): N:o 4. 8:o.
Compte-rendu des séances. 1893: N:o 18; 1894: N:o 1—5. 8:o.

— *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 24(1893/94): N:o 281—282. 8:o.

Philadelphia. *American philosophical society.*
Proceedings. Vol. 31(1893): N:o 142. 8:o.

San Francisco. *California Academy of sciences.*
Memoirs. Vol. 2: N:o 3. 1894. 4:o.

St. Petersburg. *Académie imp. des sciences.*
Mémoires. T. 41: N:o 2—5. 1893. 4:o.

Washington. *Smithsonian institution.*
Annual report. 1890/91: 1—2. 8:o.
LANGLEY, S. P., The internal work of the wind. Wash. 1893. 4:o.

— *U. S. National museum.*
Proceedings. Vol. 15(1892). 8:o.
Bulletin. N:o 44—46. 1893. 8:o.

— *National academy of sciences.*
NEWTON, H. A., On the capture of comets by planets, especially their capture by Jupiter. Wash. 4:o.

— *Weather bureau.*
Report of the chief. 1891—92. 4:o.

— *U. S. Coast and geodetic survey.*
Bulletin. N:o 30 (New edition). 1894. 8:o.

(Forts. å sid. 211.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 4.
Stockholm.

Berättelse om hvad sig tilldragit inom Kongl. Vetenskaps-Akademien under året 1893—1894. Af Akademiens ständige Sekreterare afgifven på högtidsdagen den 31 Mars 1894.

Vetenskaps-Akademien, som i dag firar minnet af sin stiftelse för 155 år sedan, och som, enligt sina grundreglors föreskrift, dervid har att afgifva en öfversigt af sin verksamhet i vetenskapens tjenst under det sistförflutna året, kan med tillfredsställelse se tillbaka på detta tidskede, hvarunder hon, ostörd af yttre förhållanden, fortfarande kunnat odeladt egna sig åt sitt fredliga värf. Hon har derunder ock fortfarande varit i åtnjutande af det mäktiga och välvilliga hägn, som ända från stiftelsen aldrig felats henne från tronens och riksdagens sida, — ett hägn, som för hennes verksamhet varit oumbärligt, och för hvilket hon derföre nedlägger ett varmt uttryck af sin djupa tacksamhet.

Under året hafva på Kongl. Maj:ts derom gjorda framställningar följande anslag blifvit af riksdagen till Akademiens förfogande anvisade på extra stat för innevarande år:

till fullständigt ordnande och utvidgande af väderlekstjensten vid Meteorologiska Centralanstalten 7,950 kronor, äfvensom till godtgörelse åt telegrafverket för expedierande under Juli, Augusti och September månader år 1893 af behöfliga nya meteorologiska telegram 925 kronor;

till inköp och insamling af naturalier vid Naturhistoriska Riksmuseets afdelning för arkegoniater och fossila växter 2,000 kronor;

till vård, underhåll och förkofran af Riksmuseets etnografiska samling 2,800 kronor;

till amortering af uppkommen brist å Riksmuseets expensmedels-anslag 1,000 kronor, i sammanhang hvarmed museets ordinarie expensanslag blifvit höjdt med 630 kronor;

till fortsatt utgifvande af tidskriften Acta mathematica 4,000 kronor att tillhandahållas tidskriftens hufvudredaktör Professor G. MITTAG-LEFFLER.

På Akademiens underdåniga framställning har Kongl. Maj:t dessutom utaf medel, som stått till Dess förfogande, beviljat ett belopp af 3,000 kronor till utförande under år 1893 af fortsatta hydrografiska undersökningar af de Sverige omgifvande hafven, för hvilket ändamål jemväl ett belopp af 1,761 kronor 69 öre utaf medel, som varit öfriga från anslaget till 1877 års hydrografiska expedition, blifvit med Kongl. Maj:ts tillstånd anvisadt.

Till ledare af dessa hydrografiska undersökningar har Akademien, på grund af Kongl. Maj:ts dertill lemnade uppdrag, utsett Professorerne A. WIJKANDER och O. PETTERSSON samt Herr G. EKMAN i Göteborg. Öfver dessa undersökningars fortgång har Akademien fått mottaga de mest gynsamma meddelanden, i det att det från svensk sida härom uppgjorda förslaget vunnit anslutning för samarbete äfven från England, Tyskland, Danmark och Norge, så att icke mindre än fem olika expeditioner varit för ändamålet under året i verksamhet.

Öfver resor, som bekostats eller understödts med medel, som Akademien för dylika ändamål egt till förfogande, har hon fått mottaga följande berättelser:

af Ingeniören A. LARSSON, som med understöd från Wallmarkska donationsfonden utfört resor i Tyskland, Frankrike, England, Österrike och Belgien för att taga kännedom om nyare metoder för fabrikation af soda, natron m. m., i ändamål att söka åvägabringa dylika fabrikationer äfven inom Sverige;

af Docenten D. BERGENDAL, som i egenskap af Letterstedtsk stipendiat besökt trakter af Medelhafvet för studium af detta hafs djurverld;

af Filos. Doktor K. A. WESTERBERG, som, jemväl såsom Letterstedtsk stipendiat, utfört resor i Tyskland, Schweiz, Holland, Belgien, Frankrike och Danmark för att taga närmare kännedom om dessa länders landtbruksskolor;

af Docenten C. AURIVILLIUS, som vid Akademiens zoologiska station Kristineberg anställt biologiska undersökningar öfver vissa högre Crustaceer;

af Docenten S. MURBECK, som inom Skåne idkat forskningar öfver spontant uppträdande växthybriders biologiskt-fysiologiska förhållanden;

af Amanuensen G. ANDERSSON, som fortsatt sina föregående studier öfver växtförande qvartära lager inom mellersta Sverige;

af Filos. Kandidaten O. CARLGREN, som vid Kristineberg idkat studier öfver Actinier och Coelenterater;

af Filos. Kandidaten H. WALLENGREN, som jemväl vid Kristineberg anställt undersökningar öfver hafsinfusorier;

af Filos. Kandidaten A. G. KELLGREN, som inom en del af Lappland i botaniskt hänseende undersökt torfmossar samt trädgränsens förhållanden;

af Filos. Doktor J. R. JUNGNER, som idkat biologiskt-växtgeografiska studier i Sveriges fjelltrakter; samt

af studeranden J. G. ANDERSSON, som fortsatt föregående undersökningar öfver Ölands paleontologi.

Derjemte har Akademien fått af Öfveringeniören S. A. ANDRÉE mottaga intressanta meddelanden om trenne af honom för vetenskapliga ändamål företagna ballongfärder, hvilka blifvit af Akademien understödda genom bidrag från EDLUNDSKA donationsfonden.

Från de Regnellska stipendiaterne Lektor C. A. M. LINDMAN och Filos. Doktor G. O. MALME, hvilka i början af Juli månad 1892 anträdde sin resa till södra Amerika hufvudsakligen för botaniskt ändamål, hafva tid efter annan meddelanden om

fortgången af deras resa ingått. Efter att först hafva tillbragt någon tid i Rio Janeiro och dess omnejd begåfvo de sig söderut till Brasiliens sydligaste provins Rio grande do Sul, der de en lång tid vistats, hvarefter de öfver Buenos Ayres begåfvo sig upp för La Plata-floden till Corrientes och vidare på Parguay-floden till Asuncion i staten Paraguay, samt slutligen upp till Brasilianska provinsen Matto Grosso, hvarifrån de senaste underrättelserna om expeditionen ingått. Under tiden hafva ett par gånger rikhaltiga och väl preparerade växtsamlingar blifvit från dessa aflägsna trakter af expeditionen till Riksmuseum hemsända. Antagligen kunna våra resande hemväntas mot slutet af instundande sommar.

På Kongl. Maj:ts befallning eller på anmodan af vederbörande embetsverk har Akademien under året haft att afgifva utlåtanden i åtskilliga ärenden, som ur vetenskaplig synpunkt kräft någon utredning, hvaribland följande torde böra omnämnas, nämligen:

med anledning af framställning från Schweiziska regeringen till deltagande från Sveriges sida i en internationel kommission för uppgörande af grunderna för utgifvande af ett stort geografiskt kartverk;

med anledning af framställningar från dels Franska och dels Nordamerikanska regeringarne i fråga om Sveriges anslutning till en internationel konvention rörande enheterna för elektriciteten och ljuset;

med anledning af en hemställan från Nordamerikanska regeringen om anställande af vissa norrskensiakttagelser; samt

på anmodan af Kongl. Landtbruksstyrelsen rörande en genom denna styrelses försorg uppgjord förteckning öfver svenska växtnamn.

Utgifvandet från trycket af Akademiens skrifter har under året utan afbrott fortgått. Af Akademiens Handlingar har en första afdelning af det 25:te bandet för år 1892, omfattande fem mestadels mycket omfångsrika afhandlingar, blifvit utgifven. Den andra afdelningen af samma band är dessutom i det närmaste färdigtryckt, hvarjemte början blifvit gjord med tryckningen af

det 26:te bandet. — Af Bihanget till Handlingarne har det 18:de bandet för år 1892, innehållande 30 större och mindre afhandlingar, af trycket utkommit, hvarförutom större delen af det 19:de bandet redan lemnat pressen. — Af Öfversigten af Akademiens förhandlingar har 50:de bandet för år 1893, med innefattade 44 smärre afhandlingar, fullständigt utkommit, hvarjemte någon del af 1894 års Öfversigt jemväl blifvit tryckt. — Af arbetet: »Meteorologiska iakttagelser i Sverige» har det 31:sta bandet utkommit, och af arbetet: »Astronomiska iakttagelser och undersökningar på Stockholms Observatorium» det 4:de bandet blifvit afslutadt, hvarjemte ett första häfte af 5:te bandet lemnat pressen. — Akademien har dessutom på sin bekostnad låtit offentliggöra de magnetiska observationer, som blifvit anställda i Upsala under Professor THALÉNS ledning samtidigt med likartade observationer utförda åren 1882 och 1883 af de vetenskapliga expeditioner, som efter träffad internationel öfverenskommelse då voro från flera länder, deribland äfven från Sverige, utsända för forskningar i polartrakterna, de södra så väl som de norra. Derjemte har Akademien lemnat bidrag till utgifvande af Professor GYLDÉNS med statsunderstöd utförda arbete öfver hufvudplaneternas absoluta banor, hvaraf ett första band under året utkommit.

Vid Akademiens *Observatorium* har verksamheten under större delen af året företrädesvis varit egnad åt offentliggörandet af de beräkningar, som afse hufvudplaneternas absoluta element, af hvilket arbete nyssnämnda första band redan blifvit utgifvet. Derjemte hafva arbetena med den astrofotografiska refraktorn blifvit fortsatta, äfvensom en systematisk bearbetning af de äldre iakttagelserna med eqvatorialinstrumentet för bestämmande af afstånden till åtskilliga fixstjernor blifvit påbörjad. Dessutom hafva, förutom löpande tidsbestämningar, observationer blifvit anställda för att bestämma polstjernans meridian-zenith-afstånd på olika tider, äfvensom förberedelser blifvit utförda för utrönande af lämpligaste sättet att meddela telegrafiska tidsignaler direkt från observatorium till vigtigare orter inom riket. — Under året har Amanuensbefattningen på Observatorium bestridts

dels fortfarande af Filos. Doktor A. SCHULTZ-STEINHEIL intill 1893 års slut, då han lemnade denna befattning, och dels sedermera af Filos. Licentiaten V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD.

Vid Akademiens *Fysiska Institution* hafva äfven under detta, likasom under närmast föregående år, undersökningarne af metallernas spectra blifvit af Akademiens Fysiker fortsatta. Sålunda har undersökningen af metallen Chroms spectrum blifvit afslutad, och äro de dervid vunna resultaten för närvarande under offentliggörande. Närmast i ordningen har metallen Titan bearbetats med det resultat, att omkring 700 spectrallinier blifvit inregistrerade, af hvilka linier mer än två tredjedelar ej förut varit kända. Vidare hafva spectra af metallerna Cobolt, Nickel och Mangan varit underkastade undersökningar, hvilka dock ännu icke blifvit fullt afslutade. — Under sistlidne sommar har Filos. Licentiaten S. FORSLING i egenskap af Beskowsk stipendiat vid institutionen fortsatt sina undersökningar öfver de sällsynta metallernas absorptionsspectra, äfvensom Finske Lektorn NEOVIUS derstädes idkat spectroskopiska studier. För dylika studier är för närvarande Finske Magistern RANCKEN vid institutionen sysselsatt. — Ett annat slags arbete, som under året blifvit vid institutionen utfördt, är en jemförelse af Kontroll- och Justeringsbyråns hufvudlikare för vigt och längdmått dels med de hos Akademien förvarade motsvarande riksprototyperna och dels med Akademien tillhöriga kilogramvigt och metermått, hvilka arbeten blifvit verkställda af Laboratorn Dr. K. ÅNGSTRÖM i afseende på vigten och af Lektorn E. JÄDERIN i afseende på längdmåttet. — Årets Thamiska föreläsningar, som hållits af Akademiens Fysiker och nu äro i det närmaste afslutade, hafva haft till ämne en öfversigt af stellar-astronomiens vigtigaste resultater.

Vid *Bergianska stiftelsens* trädgårdsskola har antalet elever under året varit 15. Undervisningen har omfattat den praktiska och teoretiska hortikulturens olika grenar, botanik, geografi, geologi, kemi, fysik, aritmetik, geometri, fältmätning, trädgårdsritning och skriföfningar. — Bland verkställda nyanläggningar i trädgårdens

botaniska afdelning må nämnas anordnandet af en större plantskola för alpina växter, anläggning af strandväg utmed trädgårdens sydvestra sida samt utsprängning af en grotta, afsedd till förvaringsrum för större museiföremål. — Stiftelsen har under året ihågkommits med talrika gåfvor såväl af lefvande växter som af frön. Främst bland dessa gåfvor må nämnas ett jättestort exemplar af den trädlika australiska ormbunken Todea barbara L. från Akademiens ledamot Baron F. VON MUELLER i Melbourne. Större eller mindre samlingar af lefvande växter hafva lemnats af Professor CHR. AURIVILLIUS (från Ungern), Ingeniör C. O. BOIJE AF GENNÄS, Botaniska trädgårdarne i Lund, Paris och Petersburg, Amanuens H. DAHLSTEDT (från Schweiz), Vaktmästaren E. J. ERIKSSON, Kandidat H. A. FRÖDING, Adjunkt K. J. JOHANSSON, Doktor R. JUNGNER, Adjunkt C. J. LALIN, Direktör E. LINDGREN, Kollega E. LINNARSON, Kollega A. A. MAGNUSSON, Docent S. MURBECK, Professor A. G. NATHORST, Professor N. W. NETZEL, Studeranden E. NORDSTRÖM, Direktör S. NYELAND (Danmark), Kandidat E. NYMAN (Norge), Direktör F. PETTERSSON, Telegrafkommissarien L. A. RINGIUS, Apothekaren H. THEDENIUS, Kyrkoherden A. FORSSANDER, Jägmästaren O. WESTERLUND, Kapten K. W. WITTROCK och Fröken A. ÖRTENBLAD. Frön hafva erhållits af Professor CHR. AURIVILLIUS (från Ungern), Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Amanuens H. DAHLSTEDT (från Schweiz och Frankrike), Amanuens G. FORSBERG, Herr A. HESSELMAN (New-York), Adjunkt T. O. B. N. KROK, Häradshöfding S. B. G. LAGERVALL, Student G. NYSTRÖM och Herr J. B. WESTENIUS (Nordamerika). — Såsom deltagare i det allmänna internationella fröbytet har trädgården utdelat frön till och mottagit frön från omkring 80 botaniska trädgårdar och likartade institutioner i in- och utlandet.

Akademiens Bibliotek har från den 1 sistlidne Juli, då ombyte af Bibliothekarie och Amanuens egde rum, hållits tillgängligt alla helgfria dagar kl. 12—3 e. m. så väl för studier på stället som för hemlåning af böcker. Den från samma tid förda statistiken öfver bibliotekets begagnande utvisar, att intill årets

slut, under tillsammans 114 tjenstgöringsdagar, de besökandes antal varit 889, att till begagnande framtagits 2,189 volymer, af hvilka 1,154 utlemnats till hemlån, samt att 1,136 låntagna volymer blifvit återställda. Vid årets slut voro omkring 9,000 band och häften utlånade. Genom gåfvor, inköp och byten har boksamlingen tillväxt med 2,748 band och småskrifter. — Akademiens egna skrifter utdelas för närvarande till 804 institutioner och personer, hvaraf 264 inom och 540 utom landet.

Meterologiska Centralanstaltens verksamhet har under det förflutna året fortgått efter hufvudsakligen samma plan som hittills. Sålunda hafva så väl de telegrafiska väderleksmeddelandena från in- och utländska meteorologiska stationer som ock användandet af dessa meddelanden till upprättande af öfversigtskartor för väderleksförhållandena inom större delen af Europa för hvarje dags både för- och eftermiddag och till angifvande af utsigterna för den närmast förestående väderleken oafbrutet fortgått. I sammanfattad form hafva dessa öfversigter blifvit dels offentliggjorda i hufvudstadens större allmänna tidningar äfvensom genom anslag å vissa offentliga platser i hufvudstaden, och dels genom telegraf meddelade till 15 kommuner i riket, hvilka till Telegrafverket erlagt en derför bestämd afgift. Dessutom har genom Styrelsens för statens jernvägstrafik försorg dylika öfversigter af väderlekstillståndet med utsigter blifvit anslagna å alla större jernvägsstationer inom landet och från dessa blifvit spridda äfven till flera privata banlinier, å hvilkas stationer desamma jemväl blifvit anslagna. — Den anordning af en särskild väderlekstjenst på eftermiddagarne under månaderna Juli—September till jordbrukets gagn, hvilken under närmast föregående år varit införd, och hvartill ett extra anslag af statsmedel varit och äfven för innevarande år är anvisadt, har blifvit på oförändradt sätt fortsatt. — De till anstalten ankommande morgontelegrammen hafva fortfarande blifvit offentliggjorda i den på de tre skandinaviska landens meteorologiska centralanstalters bekostnad utkommande tidskriften »Bulletin du Nord». — Statens meteorologiska stationer äro för närvarande 34 till antalet,

hvarförutan observationer öfver nederbörd och temperatur anställas å flera privatstationer. Fullständiga observationsserier hafva inlemnats af Läroverksrektorn P. R. BILLMANSON i Nora, Jägmästaren J. J. C. VON DÖBELN i Björkholm (Halland), Kapten TH. EKENMAN i Helmershus, Telegrafkommissarien G. A. LARSSON i Nässjö, från Ronneby helsobrunn, Gysinge bruk, Ulricehamns sanatorium och Landtbruksakademiens experimentalfält, samt under senare delen af året af Grefve STENBOCK på Gottenvik, och dessutom af en station i Hallands och en i Upsala län, inrättade och underhållna af de respektiva Hushållningssällskapen. — Af de med skogsmedel bekostade försökstationerna hafva iakttagelser öfver nederbörd, afdunstning och jordtemperatur fortfarande utförts, såsom ock den utförligare nederbördsstationen vid Tegeludden nära Stockholm fortfarande varit i verksamhet. — Det system af stationer för iakttagelser öfver nederbörden och delvis öfver lufttemperaturen, som bekostas af Hushållningssällskapen, fortbestår ännu och är i oförminskad verksamhet. Om till hithörande stationer läggas statens meteorologiska stationer, som lyda dels under Centralanstalten och dels under Nautisk meteorologiska Byrån, samt de privata stationerna och skogsstationerna, vid hvilka alla nederbörden iakttages efter en och samma plan, blifver antalet af nederbördsstationer i riket inalles 466, således 35 flera än under näst föregående år, fördelade på rikets samtliga län. Alla dessa stationer insända sina iakttagelser till anstalten vid hvarje månads utgång, och publiceras i en månatlig tidskrift med titel: »Månadsöfversigt af väderleken i Sverige», hvilken tidskrift redigeras af anstaltens Amanuens Dr. H. E. HAMBERG under anstaltens inseende och uppehålles hufvudsakligen genom prenumeration af Hushållningssällskapen. Af denna tidskrift hafva 13 årgångar hittills utkommit. — Det system af iakttagelser öfver isförhållanden, åskväder och fenologiska företeelser, hvilket alltsedan år 1881 öfvertagits af anstalten, har fortgått efter oförändrad plan, och hafva till anstalten inkommit journaler från 70 observatörer öfver isläggning och islossning, från 62 öfver iakttagna åskväder och från 96 öfver

periodiska företeelser inom växt- och djurverlden. — Synoptiska tabeller hafva upprättats för hvarje dag af året 1892, upptagande nederbördens art och mängd, åskväder, dimma, dagg, rimfrost, luftens genomskinlighet, solrök, norrsken m. m. I dessa tabeller ingå samtliga stationer. — Under året hafva följande stationer inspekterats af anstaltens Amanuens Dr. HAMBERG: Göteborg, Karlstad, Sveg, Östersund, Hernösand, Jockmock och Umeå. — Slutligen har Anstalten under året meddelat en mängd upplysningar åt såväl in- som utländske auktoriteter och enskilda personer.

Det *Naturhistoriska Riksmuseum* har fortfarande hållits öppet för allmänheten alla Onsdagar och Lördagar kl. 12—2 samt Söndagar kl. 1—3 på dagen, med undantag af tiden från och med den 20 sistlidne September och intill 1893 års slut, under hvilken tid det har måst hållas stängdt för utförande af vissa vederbörligen beslutade anordningar till förebyggande af större olyckor i händelse af inom huset uppstånden eldsvåda. Tillträdet till museum har, såsom tillförene, varit afgiftsfritt, undantagandes om Lördagarne, då en afgift af 25 öre för person erlagts. På särskild derom framställd begäran har museum fått besökas äfven på andra tider, isynnerhet af skolungdom under lärares ledning och undervisning.

Riksmusei *Mineralogiska afdelning* har vunnit sin vigtigaste tillökning under året genom inköp af en betydlig samling mineral från Igaliko i Grönland. Fyndorten är närbelägen den sedan GIESEKES resor i Grönland genom sin rikedom på ovanliga mineral berömda Haugerdluarsukfjorden i sydvestra Grönland. Mineralförekomsterna på båda dessa ställen äro närbeslägtade, men vid Igaliko har man dels funnit ett par alldeles nya, af Herr G. FLINK undersökta vackert kristalliserade mineral af en mycket märklig sammansättning, dels ovanligt stora och vackra kristaller af några äldre, förut vid Langesundsfjorden i Norge funna mineralspecies, såsom Aegirin, Arfvedsonit och Katapleit. Af alla dessa mineral har Riksmuseum nu förvärfvat fullständiga sviter. — En i geognostiskt hänseende med förutnämnda fynd-

orter beslägtad mineralförekomst upptäcktes för några år sedan vid Alnön utanför Sundsvall af Doktor A. G. HÖGBOM. Äfven af de här funna, för vetenskapen och för Sverige nya mineral har en vacker svit för museum förvärfvats. Likaledes har en del mineral inköpts från de kända skandinaviska fyndorterna vid Langesundsfjorden och trakten af Moss i Norge, från de på märkliga mineral så ovanligt rika jern- och mangangrufvorna vid Nordmarken, Taberg, Jakobsberg m. m. Ett antal stuffer har äfven inköpts från den i geognostisk hänseende med dessa närbeslägtade Sjögrufvan i Örebro län. — Likasom mineralfyndorterna i Skandinavien så hafva ock grufvorna och stenbrotten i Nordamerika fortfarande lemnat mineralogen ett betydligt antal dels nya, ovanligt sammansatta mineral, dels ovanligt vackert utbildade varieteter af äldre mineralspecies. Af dessa har äfven detta år ett temligen omfattande inköp gjorts, bland hvilka särskildt må nämnas jättestora gipskristaller från Wayne Co, Utah, vackra kristaller af Martit från Millard Co, Utah, Topas från sistnämnda fyndort. Dessutom hafva från mineralhandlare och andra enskilda personer diverse mineral samt några meteorjern blifvit inköpta, hvarjemte genom byte förvärfvats några stuffer från Kroatien och några vackra stuffer Turmalin från Grönland. Bland skänker må nämnas tre för museum nya meteorjern, förärade af California Academy of sciences, några mineral från Grängesberget af Ingeniör C. SAHLIN, diverse mineral från Dalarne af Ingeniör K. JOHANSSON, samt en del malmprofver från Cuba af Kommendörkapten L. PALANDER AF VEGA. — Af museets dublettförråd har ett antal smärre profver på egendomliga skandinaviska mineral blifvit öfverlemnade till Bergsingeniören HUBERT MOZER i Erzberg i Steiermark, hvilken är sysselsatt med offentliggörandet af en utförlig undersökning af alla märkligare minerals förhållande för blåsrör. Ett betydligt parti Gadolinit har till material för undersökning af de sällsynta jordarterna blifvit öfverlemnadt till universitets-laboratoriet i Upsala.

Riksmusei *Botaniska afdelning* har under året förkofrats såväl genom skänker som genom köp och byten. Akademien

har till afdelningen öfverlemnat de växtsamlingar, som Docent S. MURBECK och Doktor R. JUNGNER, hvilka af Akademien åtnjutit reseunderstöd, enligt föreskrift insändt. Bland öfriga gåfvor må nämnas alger skänkta af Doktor E. BORNET i Paris, Professor G. LAGERHEIM och Doktor O. NORDSTEDT; lafvar af Doktor F. ARNOLD i München; fanerogamer af Amanuens F. AHLFVENGREN, Herr K. BERGENSTRÅLE, Kyrkoherde O. G. BLOMBERG, Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Kamrer C. H. BRANDEL, Kandidat B. F. CÖSTER, Amanuens H. DAHLSTEDT (från Schweiz och Frankrike), Kyrkoherde S. J. ENANDER, Kandidat G. FRÖDING, Hofkamrer O. H. HAFSTRÖM (från Schweiz), Adjunkt T. O. B. N. KROK, Professor K. LINROTH, Telegrafkommissarien F. SVANLUND, Farmaceut N. SVENSSON och Kandidat G. THORSTENSON; morfologiska föremål af Statsgeologen E. ERDMANN, Doktor H. HJORTH, Kandidat G. A. LINDBERG, Baron F. VON MUELLER i Melbourne, Rektor C. J. NEUMAN, Öfverdirektör E. SIDENBLADH och Doktor H. O WALDENSTRÖM. — Bland de samlingar, som genom köp förvärfvats, må i första rummet nämnas aflidne Kandidat C. F. NYMANS för studiet af den europeiska fanerogamfloran särdeles vigtiga herbarium; vidare må nämnas följande exsiccatverk: A. CALLIER, Flora Silesiaca exsiccata II; H. DAHLSTEDT, Herbarium Hieraciorum Scandinaviæ III—V; G. HIERONYMUS, Herbarium Cecidiologicum II; E. M. HOLMES, Algæ britannicæ rariores exsiccatæ VI; NEUMAN, WAHLSTEDT et MURBECK, Violæ Sueciæ exsiccatæ II, C. G. PRINGLE, Herbarium mexicanum 1892; REHMANN et WOLOSZAK, Flora Polonica exciccata I; STEBLER und SCHRÖTER, Schweizische Gräser-Sammlung I—IV; WITTROCK et NORDSTEDT, Algæ aquæ dulcis exsiccatæ XXII—XXV. Slutligen har, äfvenledes genom köp, förvärfvats fanerogamer från Kreta af A. BALDACCI, samt skandinaviska fanerogamer, svampar och lafvar af »Floras vänner» i Stockholm. — Genom byte hafva erhållits Professor A. VON KERNERS exsiccatverk: Flora exsiccata austro-hungarica XVI—XXIII, fanerogamer från Bulgarien af Lektor A. SKÅNBERG, samt betydande samlingar fanerogamer från olika trakter af jorden från de botaniska museerna i Berlin

och St. Petersburg. — Delar af de skandinaviska, allmänna och Regnellska herbarierna hafva för bearbetning varit utlånade till specialister i Sverige, Norge, Danmark, Finland, Tyskland, Holland och Belgien. Vetenskapliga undersökningar hafva vid afdelningen blifvit utförda, utom af Intendenten sjelf, af Amanuens F. AHLFVENGREN, Rektor S. ALMQUIST, Docent G. ANDERSSON, Kamrer C. H. BRANDEL, Professor P. T. CLEVE, Amanuens H. DAHLSTEDT, Amanuens O. EKSTAM, Licentiat M. ELFSTRAND, Kyrkoherde S. J. ENANDER, Konservator M. FOSLIE från Norge, Hofkamrer O. H. HAFSTRÖM, Adjunkt K. J. JOHANSSON, Doktor R. JUNGNER, Professor F. R. KJELLMAN, Adjunkt T. O. B. N. KROK, Professor G. LAGERHEIM, Docent S. MURBECK, Lektor L. A. NILSSON, Adjunkt C. O. VON PORAT och Telegrafkommissarien F. SVANLUND. — Regnellske Amanuensen H. DAHLSTEDT har under sistlidne sommar med understöd från Regnellska fonden utfört en resa till Genève för att studera de i De Candolle'ska herbariet derstädes befintliga talrika originalexemplaren af det stora slägtet Peperomia, ett slägte, med hvars monografiska bearbetning han sedan ett par år varit sysselsatt. Regnellska växtsamlingen har vunnit en särdeles värdefull tillökning genom de vackra och omfattande samlingar, som de Regnellska stipendiaterne Lektor C. A. M. LINDMAN och Doktor G. MALME hemsändt från Brasilien och Paraguay.

Vid Riksmusei *Vertebrat Afdelning* har det vetenskapliga arbetet fortfarande egnats åt bestämning och bearbetning af fisksamlingen. Verksamheten vid konservatorsverkstaden har hufvudsakligen upptagits af preparering af fiskskelett och andra komparativt-anatomiska föremål, samt skinnläggning af omkring 200 fogel- och däggdjurshudar. Förberedande åtgärder, afseende att styrka väggar och tak i hvalmuseet, hafva vidtagits och nära afslutats för upphängning af ett skelett af Balænoptera borealis. — Afdelningen har med skänker varit ihågkommen af Doktor SVEDBERG, Kollega ENGHOLM i Wadstena, Stockholms aqvarium, Trädgårdsmästaren WAHLBERG, Doktor C. A. BERGH, Fru C. BERGGREN, Löjtnant C. STENHOLM i Sörby, Herr A. F. HÖK på

Forsnäs, Grosshandlaren O. FREDERIKSEN i Köpenhamn och f. d. Öfverdomaren på Samoa Kammarherrn C. CEDERCRANTZ. Bland större inköp må nämnas en samling fogelskinn från Kamerun och en samling kräldjur, groddjur och fiskar från Florida. En nästan fullständig samling af foglar till framställning af sjön Tåkerns nuvarande fogelfauna har anskaffats och inlösts från Läroverkskollega ENGHOLM. — Etnografiska samlingen har förökats genom betydande inköp från Kamerun och Kongo och genom en utmärkt gåfva af Professor SJÖGREN, hvarigenom museum erhållit en ganska fullständig bild af negrernas lif. Samlingen har dessutom varit med gåfvor ihågkommen af H. H. Prins BERNADOTTE, Kandidat G. NORDENSKIÖLD, Docenten BOVALLIUS, Herr K. NENNES, Kapten ULF och Docenten LÖNNBERG.

Riksmusei *afdelning för lägre Evertebrater* har äfven under det förflutna året riktats genom gåfvor, inköp och byte. Afdelningen har blifvit ihågkommen med skänker af Lektor K. F. DUSÉN i Kalmar och Kommendörkapten A. FRIES' sterbhus, som öfverlemnat ett antal snäckor från tropiska haf. Genom inlösen har förvärfvats en vacker samling land- och sötvattens-mollusker hemförd från Kamerun af Ingeniör P. DUSÉN. Genom byte med Bergens zoologiska museum hafva erhållits ett antal sällsynta Actinier. — För vetenskapliga studier hafva större eller mindre samlingar utlånats till Professor A. WIRÉN, Docenten C. AURIVILLIUS, Kandidaterne H. WALLENGREN och T. EKMAN samt till Doktorerne G. M. R. LEVINSEN, H. I. HANSSEN och H. POSSELT, alla tre tjenstgörande vid universitetets i Köpenhamn zoologiska museum. — Ordnandet af afdelningens samlingar hafva oafbrutet fortgått, och de vetenskapliga arbetena derstädes hafva hufvudsakligen egnats åt bearbetning och bestämning af maskar, kräftdjur och actinier. Vid afdelningen hafva dessutom vetenskapliga undersökningar utförts under längre eller kortare tid, utom af Intendenten sjelf, af Kandidat O. CARLGREN, Docent C. AURIVILLIUS, Doktor H. POSSELT från Köpenhamn samt Herr A. D'AILLY. — Akademiens zoologiska station *Kristineberg* i Bohuslän har under sistlidne sommar för vetenskapliga under-

sökningar och studier varit begagnad, förutom af stationens föreståndare Professor THEEL, af Professor P. T. CLEVE, Docent C. AURIVILLIUS, Provinsialläkaren Dr. H. NORDENSTRÖM, Läroverksadjunkten J. M. PETTERSSON, Licentiaten H. SCHÖTT samt Kandidaterne O. CARLGREN, N. LINDGREN, K. O. SEGERBERG, H. WALLENGREN, G. ANDERSSON, E. G. VRETLIND, T. EKMAN och M. FLODERUS. Suiter af under sommaren vid stationen insamlade föremål, preparerade efter moderna metoder, hafva kommit Riksmuseum till godo, och önskadt material har öfverlemnats till de zootomiska laboratorierna vid rikets högskolor.

Riksmusei *Entomologiska afdelning* har blifvit ihågkommen med flere värdefulla gåfvor, bland hvilka må nämnas: två samlingar sällsynta fjärilar från Kamerun af Herr A. LÖFDAHL och Grosshandlaren K. KNUTSSON, omkring 40 arter hymenoptera från södra Europa af Professor J. GRIBADO i Turin, diverse hemiptera från A. L. MONTANDON i Bukarest, 34 arter dagfjärilar från Borneo genom museum i Dresden, 68 arter sällsynta Afrikanska lepidoptera från museum i Berlin. Genom inköp hafva samlingarne tillökats med svenska coleoptera och lepidoptera insamlade af Herr J. RUDOLPHI, bombycider och cerambycider från Madagascar genom Herr F. SIKORA, en samling Afrikanska fjärilar insamlade af Dr. JUNGNER och Kandidat Y. SJÖSTEDT, exotiska lepidoptera, cerambycider och calandrider från Dr. R. STAUDINGER, samt Afrikanska hetorocerer från naturaliehandlanden E. HEYNE i Leipzig. — Utlåningen af insekter till specialister i in- och utlandet har varit mycket betydande, i det att ej mindre än 600 nummer blifvit öfverlemnade till omkring 20 entomologer, mestadels i utlandet. — För studier och undersökningar vid sjelfva museum hafva samlingarne dessutom anlitats, utom af Intendenten sjelf, af Landtbruksstyrelsens entomolog Herr S. LAMPA, Doktor C. E. HAGLUND i Norrköping, Häradshöfding J. A. HULTGREN i Örebro, Doktor H. SCHÖTT i Filipstad, Doktor C. O. VON PORAT, Kapten CL. GRILL, Byråchefen J. MEVES, Herr J. RUDOLPHI m. fl.

Riksmusei *Palæontologiska afdelning* har under året förökats genom gåfvor af studeranden G. Andersson med fossil från Nerike och Öland, Grundläggaren Bergström och Pålningsförmannen Sjögren med ett fossilt aborreskelett från Östersjölera på en tomt vid Stureplan i Stockholm, Professor Hambach i St. Louis med en vacker samling Nordamerikanska försteningar, Doktor J. C. Moberg med bergartstuffer och fossil från Skånes Rhät- och Liasformation, Brukspatron G. Reutercrona med skelett af Phoca foetida och fiskar funna vid Skattmansö i Ancyluslera, hvarjemte Professor A. G. Nathorst öfverlemnat en mängd preparat upplysande dessa fynd, Riksmusei Mineralogiska afdelning med en värdefull samling silur-fossil från Borenshult i Östergötland, Kandidat G. Nordenskiöld fossila däggdjursben från Charleston i New Orleans, Akademiker Fr. Schmidt en öfversilurisk fisklemning från Ösel, Lektor A. E. Törnebohm glacialskal från Norge, Studeranden Wennersten med Gotländska och Nordamerikanska försteningar. I utbyte mot svenska arter hafva erhållits vackra suiter af nordtyska tertiärförsteningar från museerna i Rostock och Lübeck. Större och mindre samlingar hafva inköpts från Gotland, Östergötland, Norge, England och framför allt, genom Doktor A. Goës' medverkan, en stor och vacker samling norditalienska tertiärarter. — För vetenskapliga arbeten hafva samlingarne begagnats af Studeranden G. Andersson, Herr M. K. Jimbo från Japan, Professor B. Lundgren, Lektor Mela från Helsingfors, Docenten Munthe samt Kandidat Wiman. — Det hufvudsakligaste arbetet inom afdelningen har varit omordnande och nykatologiserng af den stora duplettsamlingen, som nu uppgår till 1,978 nummer, samt ordnande af de Gotländska öfversiluriska cephalopoderna.

Till Riksmusei *afdelning för arkegoniater och fossila växter* hafva såsom gåfvor lemnats: några sällsynta svenska mossor af Lektor H. W. Arnell, barrträdskottar och bäfvernagda grenar från Nordamerika af statsgeologen H. Lundbohm, torfprof från Limhamn af Herr A. F. Carlsson, växtförande jordprof och fotografier från jordskredet i Værdalen af Docenten A. Hamberg,

fossila almfrukter från Dalarne af Kandidat H. HEDSTRÖM, ett stycke kalktuff från Jemtland samt slipprof af kalkalger af Docenten A. G. HÖGBOM, qvartära växtfossil af Docenten H. MUNTHE, växtförande lerprof från Skattmansö i Upland af Brukspatron G. REUTERCRONA, en samling fossila kalkalger från Wien af Director TH. FUCHS, en samling prof af Dictyodora från Tyskland af Doktor E. ZIMMERMAN i Berlin, diverse föremål från de botaniska och palæontologiska afdelningarne af Riksmuseum, hvarjemte Akademien öfverlemnat de torfmosseprof och qvartära växtfossil, som Docenten G. ANDERSSON och Kandidaten A. G. KELLGREN, hvilka för ändamålet åtnjutit reseunderstöd af Akademien, hopbragt inom olika delar af landet. — Genom inköp hafva förvärfvats qvartära växtfossil från skiljda landsdelar samt preparat af diatomaceer från ancylusleran vid Skattmansö. — Vetenskapliga undersökningar hafva inom afdelningen utförts af Kandidat N. HARTZ och Ingeniör TH. CLAUDI WESTH från Danmark, af Statsgeologen N. O. HOLST och Kandidat A. G. KELLGREN, hvarjemte samlingarne för vetenskapligt ändamål anlitats af Kammarrådet S. BORGSTRÖM och Professor V. WITTROCK.

De medel, som Akademien på grund af donationer under året haft till förfogande, hafva blifvit använda i öfverensstämmelse med de för dessa donationer afsedda ändamål på efterföljande sätt.

Årsräntan af den donation, som H. M. Konung OSCAR II och några enskilda personer till Akademien öfverlemnat för astronomiska föreläsningars anordnande i hufvudstaden, har blifvit anvisad åt Akademiens Astronom, som äfven detta år vid Stockholms Högskola hållit föreläsningar öfver delar af den theoretiska astronomien.

Öfver *Letterstedtska donationens* ränteafkastning, utgörande 9,000 kronor, har förfogats i enlighet med donationsurkundens föreskrifter. Sålunda har det Letterstedtska resestipendiet, hvilket Vitterhets-, Historie och Antiqvitets Akademien enligt före-

skrifven ordning denna gång egt att bortgifva, blifvit tilldeladt Amanuensen vid samma Akademi Filos. Doktorn BERNHARD SAHLIN, med uppgift för stipendiaten att vid större museer och samlingar i Storbritannien, Frankrike, Schweiz, Holland, Belgien och möjligen ännu andra länder företrädesvis studera kulturlemningar från århundradena närmast före och efter Kristi födelse, men äfven egna sin uppmärksamhet åt ornamentens utveckling och utbredning. — De Letterstedtska räntemedlen till pris för förtjenstfulla originalarbeten och vigtiga upptäckter har Akademien fördelat i två lika pris, af hvilka hon anvisat det ena åt sin astronom Professor H. GYLDÉN för hans med statsunderstöd utförda arbete om hufvudplaneternas absoluta banor, af hvilket arbete en första del, innefattande arbetets allmänna och theoretiska grundlag, under året utkommit, och det andra priset åt f. d. Professorn vid Lunds universitet AXEL NYBLÆUS för hans arbete: »Den filosofiska forskningen i Sverige». — Det Letterstedtska priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket har Akademien tillerkänt Kanslirådet N. F. SANDER för hans öfversättning af Edda-sångerna. — De Letterstedtska räntemedlen för maktpåliggande undersökningar har Akademien ställt till Professor A. G. NATHORSTS förfogande för utförande af undersökningar utaf torfmossar med afseende på den skandinaviska vegetationens historia. — För öfrigt hafva utaf Generalkonsul LETTERSTEDT föreskrifna andelar af donationens årsränta blifvit öfverlemnade till Domkapitlet i Linköping för utdelande af belöningar åt förtjenta folkskolelärare inom Linköpings stift, till Pastorsembetet i Wallerstads församling af samma stift för utdelande af premier i församlingens folkskola, för bildande af ett sockenbibliothek m. m., samt till Direktionen för Serafimerlasarettet i Stockholm för nödlidande sjuke resandes vård derstädes. — Det Letterstedtska slägtstipendiet, som Akademien under året egt att för första gången bortgifva, har hon anvisat åt Generalkonsul Letterstedts dotterson YVES HENRI GABRIEL LOPPIN LETTERSTEDT DE MONTMORT, son af Franske Vicomte L. DE MONTMORT och hans maka född LETTERSTEDT.

Letterstedtska föreningens fonder, som af testator blifvit ställda under Akademiens förvaltning, uppgingo vid 1893 års slut till en sammanlagd summa af 653,883 kronor 75 öre, hvarjemte vid samma tidpunkt den disponibla räntebehållningen utgjorde 17,030 kronor, som sedermera blifvit till Föreningens styrelse öfverlemnade.

Årsräntan af *Wallmarkska donationsfonden* har Akademien såsom understöd låtit lika fördela mellan dels Fil. Doktorerne S. ARRHENIUS och N. EKHOLM gemensamt för undersökningar öfver månens inverkan på jordatmosferens elektricitet, och dels Docenten J. R. RYDBERG för fortsatta spektralanalytiska undersökningar.

Den *Edlundska donationsräntan* har blifvit anvisad åt Filos. Licentiaten S. FORSLING för fortsättande vid Akademiens fysiska institution af under föregående år påbörjade spektroskopiska undersökningar af absorptionsspectra hos didym, samarium, erbium terbium, holmium och tulium.

Den *Fernerska belöningen* har Akademien tilldelat Docenten vid Stockholms Högskola J. BENDIXSON för hans i Öfversigten af Akademiens förhandlingar införda afhandling om kalkyl af integralerna till ett system af differentialeqvationer genom successiva approximationer.

Den *Lindbomska belöningen* så väl den för innevarande år som ock förra årets reserverade belöning har i form af Akademiens medalj öfver Berzelius i guld anvisats åt Professor P. T. CLEVE för hans i Akademiens Öfversigt offentliggjorda afhandlingar öfver isomeriförhållanden inom naftalinserien, med fästadt afseende jemväl på föregående hithörande arbeten, som under en följd af år blifvit utförda på Upsala kemiska laboratorium ej mindre af Professor CLEVE sjelf än äfven af hans lärjungar.

Den *Flormanska belöningen* har tilldelats Filos. Kandidaten O. CARLGREN för hans i Akademiens Handlingar under året införda afhandling: »Studien über nordische Actinien.»

Det *Beskowska stipendiet* har Akademien anvisat åt Docenten C. W. S. AURIVILLIUS med uppgift att vid Riksmuseum bearbeta dess in- och utländska samlingar af kräftdjur.

Af *Regnells zoologiska gåfvomedel* hafva blifvit anvisade följande understöd:

till Professor HJ. THEELS förfogande 600 kronor till bestridande af kostnaderna för åtskilliga nödiga anordningar vid Kristinebergs zoologiska station;

till Professor CHR. AURIVILLII förfogande 500 kronor för bearbetning af de från Kamerun hemförda, Riksmusei Entomologiska afdelning tillhöriga insektsamlingar;

åt Läroverksadjunkten C. O. VON PORAT 500 kronor för idkande af studier i zoologiska museum i St. Petersburg rörande der befintliga typexemplar af myriopoder;

åt Filos. Kandiaten O. M. FLODERUS 300 kronor för fortsatta undersökningar af Sveriges Tunicater; och

åt Docenten A. HENNIG 200 kronor för fortsatta undersökningar af skånska kritlagrens bryozoer.

För utförande af vetenskapliga forskningsresor inom landet hafva anvisats följande reseunderstöd:

åt Docenten H. MUNTHE 200 kronor för utforskande af Ancylus-hafvets utsträckning mot vester och dess höjdgräns der, företrädesvis i Nerike;

åt Docenten S. MURBECK 150 kronor för undersökningar inom Skåne af spontana växthybriders biologiskt-fysiologiska egenskaper;

åt Doktor J. R. JUNGNER 100 kronor för studier i Jemtland af bladtypernas föränderlighet på olika höjd öfver hafvet;

åt Doktor A. Y. GREVILLIUS 100 kronor för biologiskt växtfysiognomiska studier i Ångermanland;

åt Med. Kandidaten E. HOLMGREN 200 kronor för att i Stockholms skärgård fullfölja en redan började undersökning af Lepidopterlarvernas finare strukturförhållanden, af körtelinnervationer m. m.

åt Filos. Kandidaten K. GRÖNVALL 100 kronor för undersökning af den öfversiluriska faunan vid Ramsåsa i Skåne;

åt Amanuensen H. WALLENGREN 125 kronor för att vid Kristinebergs zoologiska station fortsätta sina studier öfver hafs-

infusorier, samt företaga undersökningar på Syllidernas delningsförlopp;

åt Amanuensen G. GRÖNBERG 125 kronor för att vid Kristineberg studera hydropolyper och polypmedusor;

åt Amanuensen O. EKSTAM 100 kronor för undersökningar i vestra Jemtland af fjällväxternas pollinering; och

åt Studeranden J. G. ANDERSSON 100 kronor för fortsatta palæontologiska forskningar på Öland och deras utsträckning till Östergötland, särskildt med afseende på de undersiluriska Ostracodfaunorna.

Statsanslaget till instrumentmakeriernas uppmuntran har Akademien låtit lika fördela mellan mathematiska och fysiska instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Den minnespenning, som Akademien detta år låtit prägla, är egnad åt minnet af hennes framlidne ledamot, Professorn i Juridiska Fakulteten vid universitetet i Lund CARL JOHAN SCHLYTER.

Genom döden har Akademien under året bland sina inländska ledamöter förlorat f. d. Generallöjtnanten Friherre FABIAN JACOB WREDE, f. d. Bergmästaren CARL ANTON HJALMAR SJÖGREN och f. d. Professorn vid Karolinska medico-kirurgiska Institutet HJALMAR AUGUST ABELIN; samt bland sina utländska ledamöter f. d. Professorn vid universitetet i Genève ALPHONSE DE CANDOLLE, f. d. Professorn vid universitetet i Berlin ERNST EDVARD KUMMER, Professorn vid medicinska fakulteten i Paris JEAN MARTIN CHARCOT, Professorn vid tekniska Högskolan i Karlsruhe FRANZ GRASHOF, f. d. Professorn vid Royal Institution i London JOHN TYNDALL, f. d. Professorn vid universitetet i Louvain PIERRE JOSEPH VON BENEDEN, och Professorn vid universitetet i Wien THEODOR BILLROTH.

Med sitt samfund har Akademien deremot förenat, inom Sverige och Norge Laboratorn i experimentel fysik vid universitetet i Upsala KNUT JOHAN ÅNGSTRÖM och Professorn i medicin vid universitetet i Kristiania HJALMAR HEIBERG; samt i utlandet Direktören vid Institutet för infektionssjukdomar i Berlin Pro-

fessor ROBERT KOCH, Ledamoten af Vetenskaps Akademien i St. Petersburg mathematikern PAFNUTIJ TSCHEBYSCHEW, Professorn i botanik vid universitetet i Berlin SIMON SCHWENDENER, Professorn i pathologisk anatomi vid universitetet i Strassburg FRIEDRICH VON RECKLINGHAUSEN, Professorn och föreståndaren vid Technical College i London SILVANUS THOMPSON och Professorn i zoologi och komparativ anatomi vid universitetet i Paris HENRI DE LACAZE-DUTHIERS.

Uppå derom gjorda ansökningar har Akademien beviljat afsked åt sin hittillsvarande mångårige Bibliothekarie JOHAN AUGUST AHLSTRAND äfvensom åt Amanuensen vid bibliotheket Dr ROBERT GEETE. I deras ställe har Akademien kallat och utnämnt till Bibliothekarie dåvarande Amanuensen vid Kongl. Bibliotheket Filos. Doktorn ERIK WILHELM DAHLGREN och till Bibliotheksamanuens Filos. Doktorn JAKOB ADRIAN BERGSTEDT.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 188.)

Wien. *K. K. Universitäts-Sternwarte.*
Annalen. Bd 8—9. 1892—93. 4:o.
Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 27(1893): N:r 5. 8:o.
Sitzungs-Berichte. Jahrg. 1893: N:o 10—11 & Reg. 8:o.
Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 38(1893): H. 3—4. 8:o.
Neujahrsblatt. 96(1894). 4:o.

Af utgifvarne:

Acta mathematica, hrsg. von G. MITTAG-LEFFLER. 18: 1. 1894. 4:o.
Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. 1894: N:o 1. 8:o.
Förteckning öfver skrifter af G. ENESTRÖM 1875—94. Sthlm 1894. 8:o.
Svenska jägareförbundets nya tidskrift, utg. af A. WAHLGREN. Årg. 32(1894): H. 1. 8:o.

Af författarne:

LAGERHEIM, G., 57 st. botaniska småskrifter.
MURBECK, S., Neue oder wenig bekannte Hybriden in den botanischen Garten Bergielund. Sthlm 1894. 8:o.
— 1 småskrift. 8:o.
DIAZ DE LEON, J., Apuntes para una tesis sobre la inmortalidad del alma. Aguascalientes 1894. 8:o.
FRITSCHE, H., Die magnetischen Localabweichungen bei Moskau und ihre Beziehungen zur dortigen Local-Attraction. Moscou 1893. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 5.

Onsdagen den 9 Maj.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot Professorn i kemi vid universitetet i Genève JEAN CHARLES MARIGNAC med döden afgått.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar:

»Ueber die Glimmentladung in der Luft», af Lektorn C. A. MEBIUS;

»En undersökning inom theorien för de elektriska strömmarne», af Professor A. V. BÄCKLUND;

»Förteckning öfver Arachnider från Java och närgränsande öar, insamlade af Docenten Dr CARL AURIVILLIUS, jemte beskrifning å några Indo-Malajiska och syd-amerikanska spindlar», af Professor T. THORELL;

»Redogörelse för de svenska hydrografiska undersökningarne åren 1893—1894 under ledning af G. EKMAN, O. PETTERSSON och A. WIJKANDER. III. Planktonundersökningar. Animalisk Plankton», af Docenten C. AURIVILLIUS.

Hr CLEVE redogjorde för innehållet af den vid Akademiens April-sammankomst till införande i Akademiens skrifter antagna, af honom författade afhandling: »Resultaten af den svenska hydrografiska undersökningen af Östersjön och Nordsjön under ledning af G. EKMAN, O. PETTERSSON och A. WIJKANDER. II. Planktonundersökningar. Clioflagellater och Diatomacéer».

Hr PETTERSSON gaf en öfversigt af innehållet af den vid en föregående sammankomst till Akademien inlemnade redogörelse för samma hydrografiska undersökningar beträffande förhållandena i Östersjön.

Sekreteraren meddelade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Bidrag till kännedomen om kärlväxtvegetationen på nephelinsyenitområdet i Alnöns norra del samt på närliggande holmar i Medelpad», af Doktor A. Y. GREVILLIUS*; 2:o) »Om den multipla elektriska resonansen», af Fil. Kandidaten N. STRINDBERG*; 3:o) »Om uppkomsten af tecknen + och — samt de mathematiska termerna »plus» och »minus», af Amanuens G. ENESTRÖM*.

Genom anställdt val kallades Professorn i Medicin vid universitetet i Helsingfors JOHAN WILHELM RUNEBERG till utländsk ledamot af Akademien.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Generalstaben.*
Karta öfver Sverige. 1 : 100,000. Bl. 80. 1893.
Norrbottens läns kartverk. 1 : 200,000. Bl. 26, 28, 30. 1893.
— *Entomologiska föreningen.*
Entomologisk tidskrift. Årg. 15(1894): H. 1—2. 8:o.
Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*
Handlingar. 1893: H. 2. 1894. 8:o.
Lund. *K. Fysiografiska sällskapet.*
Handlingar. N. F. Bd 4(1892—93). 4:o.
Upsala. *Geological institution of the university.*
Bulletin. Vol. 1(1893): N:o 2. 8:o.

(Forts. å sid. 242.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 5.
Stockholm.

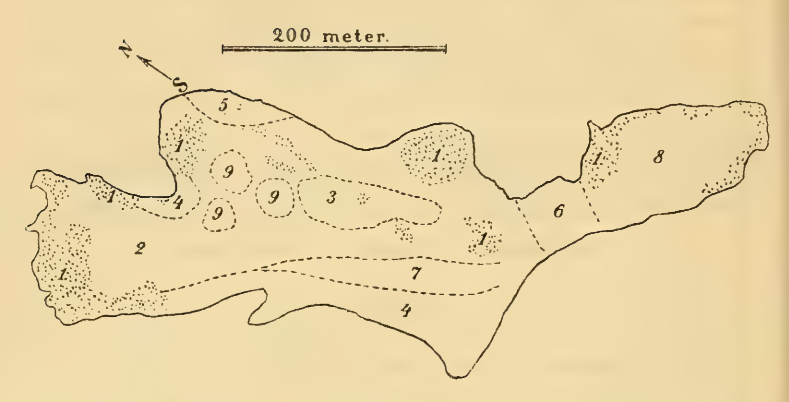
Bidrag till kännedomen om kärlväxtvegetationen på nephelinsyenitområdet i Alnöns norra del samt på närliggande holmar i Medelpad.

Af A. Y. GREVILLIUS.

[Meddeladt den 9 Maj 1894 genom V. B. WITTROCK.]

Efterföljande utgör resultatet af de undersökningar, som jag på uppdrag af Doktor A. G. HÖGBOM under slutet af Juli månad 1893 företog i ändamål att vinna kännedom om vegetationens beskaffenhet på nämda område, företrädesvis med afseende på dess af det kali-, fosfor- och kalkrika underlaget betingade frodighet. Till följd af den ihållande torkan under en stor del af vegetationsperioden detta år hade växtligheten, särskildt på ängsmarkerna, icke nått den vanliga yppigheten. På ståndorter, i högre grad egnade att bibehålla fuktigheten, såsom i lunddäldsartade områden, var däremot vegetationen mycket luxurierande. I det följande komma en del exempel att meddelas på de ofvanjordiska organens storleksförhållanden isynnerhet från lokaler af denna sistnämda beskaffenhet, då dessa i afseende på vegetationens yppighet torde vara minst beroende af vexlande klimatiska förhållanden. — Någon fullständig floristisk redogörelse för områdets kärlväxter är jag, till följd af den korta vistelsen på platsen, icke i tillfälle att lämna, hvarför jag endast kommer att omnämna beskaffenheten af de olika därstädes förekommande växtformationerna och deras viktigaste ingredienser. I afseende på nomenklaturen har Hartmans flora, 11 upplagan, följts.

Långörsholmen.



1 = klippvegetation.
2 = mager ängsvegetation, i n. v. öfvergående i 1, i s. o. i yppigare ängsvegetation med inströdda äldre löfträd, till största delen Alnus incana.
3 = temligen frodig ängsvegetation utan trädskikt.
4 = strandbestånd af gräs och halfgräs.
5 = strandsnår med luxurierande örter.
6 = frodig ängsvegetation.
7 = tätt bestånd af ung Alnus incana, med underväxt mest af glesa örter.
8 = 7, men underväxten till största delen bestående af luxurierande gräs.
9 = luxurierande lunddäldsvegetation.
Vegetationsområdena äro skematiskt återgifna.

Berggrunden på denna strax norr om Alnön belägna, i N.V.—S.O. sträckta holme af c:a 700 meters längd utgöres af nephelinsyenit med öfver hela området insprängda partier af kalk. De högsta punkterna, omkring 7 meter öfver vattnet, äro belägna mot N.V. I denna del af holmen är marken småkuperad, blir mot S.O. alltmera jämn med sakta sluttning och tämligen jämn öfvergång i strandremsan. Denna fortsättes på nordöstra och sydvestra sidorna och har isynnerhet på senare sidan rätt betydlig bredd. I V. och N.V. stupar grundberget på vissa ställen tämligen brant ned i vattnet, här och där skiljer dock en strandremsa af vanligen ringa bredd grundberget från vattenbrynet. Strandremsan bildas af sandblandad lera; i de inre delarne är denna mer eller mindre grusbemängd.

Vegetationen erbjuder ganska betydande skiljaktigheter i utseende och sammansättning på olika delar af holmen, som det synes beroende på underlagets vexlande beskaffenhet.

På sydvestra långsidan, där strandremsan, som nämdt, är mest utbildad, utgöres dennas vegetation af från hvarandra tämligen skarpt skilda bälten af följande sammansättning. Närmast vattenbrynet uppträder ett bälte, som nästan uteslutande är bildadt af *Eleocharis palustris*, täckande och luxurierande (ofta 55 cm. hög, andra somrar enligt uppgift betydligt högre) med inblandade smärre fläckar af *Ranunculus Flammula*. I de inre delarne af *Eleocharis*-mattan förekom *Calamagrostis phragmitoides* inströdd. Detta bälte sträckte sig från vattenbrynet ungefär till gränsen för medelvattenståndet. Härofvan vidtog ett bälte af esomoftast täckande *Carex aquatilis* med inblandade strödd-enstaka *Pedicularis palustris* m. fl. *Eleocharis*-bältet upptog på denna sida endast de vestligaste delarne af det yttersta strandbältet; längre mot S.O. kilade det innanför belägna *Carex aquatilis*-bältet ut mot vattenbrynet för att slutligen ännu längre i S.O. ersättas af ett annat, bildadt af ett tätt och bredt bestånd af *Phragmites communis*, som, vidtagande innanför *Carex*-bältet, vid sidan af detsamma utkilade mot stranden och vidare utbredde sig öfver sydöstra uddens strandremsa. Innanför dessa tre bälten uppträdde ett fjärde, sträckande sig tämligen parallelt med stranden och bildadt af låga — omkring meterhöga — *Salix*-buskar, företrädesvis *S. pentandra*, i vexlande ymnighetsgrad, med inströdda gräs och icke synnerligen höga örter, mest *Pedicularis palustris*, *Caltha palustris*, *Parnassia palustris*, *Viola palustris*, *Comarum palustre*, *Calamagrostis phragmitoides*, *Hierochloa borealis* (fläcktals riklig), *Epilobium palustre* (enstaka). I de inre delarne af detta bälte, mot gränsen till den innanför belägna alskogen, uppträdde, fläckvis rikligt-ymnigt, *Myrica Gale*. — Äfven de på nordvestra sidorna af holmen befintliga delarne af strandremsan hyste de omnämda bältena, med undantag af *Phragmites*-bältet. De sträckte sig här ungefär parallelt med vattenbrynet. I *Salix*-

bältet observerades *Comarum*, vanligen riklig och mycket luxurierande; dessutom bl. a. *Pedicularis palustris*, *Caltha palustris*, *Potentilla anserina* och *Calamagrostis phragmitoides* (strödda), samt omkring meterhöga telningar af *Alnus incana.* I *Carex aquatilis*-bältet ingingo bl. a. strödd *Caltha palustris*, enstaka *Galium palustre* och *Rumex crispus* (alla luxurierande) samt strödd *Pedicularis palustris.* — I vestra delarne af nordöstra långsidan förekom några få meter från vattenbrynet, på grusigt underlag, ett strandsnår af glest stående, luxurierande, vanligen högväxta örter, såsom *Valeriana officinalis*, *Angelica silvestris*, *Rumex crispus* samt *Galium palustre*, *Caltha palustris* etc. Ett par exempel må anföras på de häri ingående arternas frodighet. Ett stånd af *Caltha*, inemot $^1/_2$ meter i diameter samt med en tät samling af fruktificerande grenar, hade inalles 145 apokarpier; hvarje apokarpium innefattade i medeltal 15 baljkapslar. Om man antager 10 dugliga frön i hvarje baljkapsel — en uppskattning, som i alla händelser icke är för hög — hade sålunda hela plantan alstrat minst 21,750 dugliga frön. Ett *Angelica*-stånd mätte 1,75 m.; stammens omkrets nära marken var 10 cm. Ett af de största stjälkbladen hade 24 cm. långt skaft, 56 cm. lång skifva. De blommande och fruktificerande sammansatta flockarna voro 6, med omkring 48 småflockar i hvarje. I hvar småflock funnos 60 à 70 blommor (resp. frukter).

Af de på holmen förekommande träden var *Alnus incana* rikast representerad. Den uppträdde tätare eller glesare med undervegetation af något olika beskaffenhet. *Alnus*-bestånden omvexlade med ängsmark samt, i N.V., med mager klippvegetation. På nordöstra långsidan skildes alderbestånden från vattenbrynet genom en tämligen smal, mest med strödda örter och gräs beklädd strandremsa; på motsatta sidan gränsade de omedelbart till den breda och flacka strandremsans innersta, hufvudsakligen af låga *Salix pentandra*-buskar bestående bälte. Isynnerhet på sydvestra sidan voro alderbestånden täta. De träd, som här utgjorde den yttre begränsningen mot strandremsan, voro på den fritt exponerade sidan försedda med tätt stående,

lummiga grenar ända ned mot marken. I det inre företedde däremot detta bestånd till följe af den täta beskuggningen ett annat utseende. Här voro nämligen grenarne, utom i trädens öfversta regioner, borttorkade, och de tätt stående träden hade skjutit hastigt i höjden; i allmänhet cirka 9 meter höga, höllo de, 1 meter ofvan marken, endast omkring 16 cm. i omkrets. (I en stam, som mätte 10 cm. i omkrets 1 meter från marken, funnos 12 årsringar). Att döma af det högt upp placerade bladverkets beskaffenhet syntes aldrarne oaktadt den starka beskuggningen trifvas väl. Bland aldrarne fans enstaka *Salix pentandra*, ungefär af dessas höjd. Underväxten bildades af riklig *Spiræa Ulmaria* (med ännu icke fullt utslagna blommor), omkring 1,20 meter, somliga individ t. o. m. 1,65 meter höga; vidare enstaka *Geranium silvaticum*, *Geum rivale* och *Prunus Padus*. Bottenskiktet var här och där representeradt af ett glest mosstäcke. Marken saknade till största delen vegetation och utgjordes af en omkring 10 cm. djup, icke synnerligen fuktig mylla, på sina ställen täckt af multnande löf. Underväxten var i allmänhet ganska frodig; så mätte t. ex. årsskott af *Prunus Padus* 90 cm. i längd, med blad af 14,5 cm. längd och något öfver 9 cm. bredd. — På den sydöstra, lågt belägna delen af holmen, ofvanför *Phragmites*-bältet, uppträdde *Alnus incana* äfvenledes beståndsbildande. Träden stodo något glesare än i det nyss omnämda beståndet samt voro äldre, men liksom i detta ungefär jämnt fördelade inom området. Undervegetationen, som här icke var utsatt för så stark beskuggning, var tätare och ytterst frodig. Gräsen spelade här hufvudrollen. Särskildt *Aira cæspitosa* och *Milium effusum* uppträdde fläckvis rikligt samt voro betydligt luxurierande. Den förra nådde vanligen en höjd af omkring 1,20 meter; den florala delen mätte ungefär 20 cm. i längd, med i medeltal 10 internodier; bladen voro jämförelsevis långa, grundbladen till och med nära 50 cm. (föga öfver 1 mm. breda). *Milium* blef cirka 1,85 m. hög. Jämte dessa uppträdde luxurierande örter, vanligen mera enstaka. Särskildt *Urtica dioica* utmärkte sig för sina jättelika dimensioner. Ett medelstort

♀-individ af denna var närmare 1,70 m. högt, med en omkring 60 cm. lång vegetativt-floral del. De vegetativa internodierna voro till antalet 7, de urskiljbara vegetativt-florala 10. Stammen mätte, några få cm. från marken, 3,2 cm. i omkrets. De nedre bladens skifvor höllo omkring 11 cm. i längd och 11 cm. i bredd, skaften voro cirka 8 cm. långa. Midtelregionens blad voro till alla delar större; relativt mest hade skifvans längd tilltagit — skifvorna voro här omkring 15 cm. långa, omkring 11,5 cm. breda, skaften ungefär 8,5 cm. långa. Allra störst voro de nedre florala stödjebladen — skifvan på ett af dessa 19 cm. lång, 9,5 cm. bred; skaftet däremot reduceradt till 5,5 cm. Mot de högsta regionerna aftaga skaften hastigt i längd, skifvorna hastigt i bredd, men mera långsamt i längd. Särdeles anmärkningsvärda voro de grofva sågtänderna; störst voro dessa på de nedre florala stödjebladen — ända till 1,7 cm. i bredd, med den undre kanten 1,8 cm. lång. Blomställningarne voro synnerligen långa, de nedre t. o. m. 10,5 cm.

De inre, högre delarne af holmen intogos dels af ängar och klippvegetation, dels af lunddäldsartade ståndorter. De öppna ängsbackarne hyste en vegetation, som i år, till följd af den under våren och största delen af sommaren rådande torkan, icke utmärkte sig för någon större frodighet. (Enligt uppgift blef ängsvegetationen under år med normal nederbörd minst dubbelt så hög). Följande mest strödda-tunnsådda arter antecknades från de högre upp belägna, torrare ängsbackarne: *Cirsium heterophyllum*, *C. palustre*, *Hypochæris maculata*, *Hieracium dubium f.*, *Chrysanthemum Leucanthemum*, *Achillea Millefolium*, *Galium palustre*, *Campanula rotundifolia*, *Brunella vulgaris*, *Gentiana campestris*, *Euphrasia officinalis*, *Rhinanthus minor*, *Anthriscus silvestris*, *Pimpinella Saxifraga*, *Trollius europæus*, *Thalictrum simplex*, *Ranunculus acris*, *R. auricomus*, *Polygala vulgaris*, *Geranium silvaticum*, *Melandrium silvestre*, *Cerastium vulgatum*, *Alchemilla vulgaris*, *Spiræa Ulmaria* (blad), *Potentilla Tormentilla*, *Geum rivale*, *Trifolium hybridum*, *T. pratense*, *Lathyrus pratensis*, *Polygonum viviparum*, *Rumex Acetosa*, *Juniperus*

communis, *Luzula campestris*, *Carex panicea*, *C. capillaris*, *C. pallescens*, *Aira cæspitosa*, *Avena pratensis*, *Dactylis glomerata*, *Briza media*, *Anthoxanthum odoratum*. — På lägre och friskare ängsmark strax N.V. om den omnämda täta alskogen i sydöstra delen af holmen var vegetationen däremot rätt frodig. Isynnerhet voro gräsen, som här förekommo rikligt, luxurierande. Så var *Agrostis vulgaris* i allmänhet 90 cm. hög med en 14 cm. lång blomställning; internodier nedom blomställningen 4, den sistnämdas internodier omkring 10 stycken; nedersta florala internodiet bar på ett individ med medeldimensioner 7 grenar, det närmast öfre 6; vidare 5; 5; 4; 2; 2; . . . Bland andra var äfven *Phleum pratense* luxurierande. Ett blommande, medelstort individ mätte 1,31 meter med ett 10 cm. långt ax af 6 mm. diameter; internodier 6 stycken; bladen voro rätt långa — det längsta, på tredje internodiet nedifrån, hade 22 cm. lång (0,5 cm. bred) skifva. Såsom exempel på ovanligt frodiga örter från denna del af holmen må nämnas den fläckvis strödda — rikliga *Lychnis flos cuculi*. Ett individ af denna, som i frodighet icke öfverträffade flertalet af de öfriga, var 1,10 meter högt; den florala delen 15 cm.; blommor, knoppar och frukter inalles 52; blommornas diameter var i allmänhet närmare 3 cm.; de största bladen — på det fjärde internodiet nedifrån — 9 cm. i längd, 1 cm. i bredd. Andra arter åter voro icke i högre grad luxurierande. Så mätte *Trifolium spadiceum*, som förekom i sällskap med bl. a. *Lychnis*, omkring 24 cm. i höjd; på ett individ — ett af de frodigaste — var af de två blomhufvudena det största, (nästan utblommade) 1,9 cm. långt, det andra endast hälften så långt; ett af de största bladen, midt på stjälken, hade 4 cm. långt skaft och 1,8 cm. långt, 0,9 cm. bredt uddblad.

På gränserna mellan de högre belägna ängsmarkerna och de här och där uppträdande grupperna af äldre *Alnus incana*-träd, där torkan till följd af trädens öfverskuggning icke utöfvat ett så menligt inflytande på växtligheten, som på de alldeles öppna platserna, funnos en del mycket höga och kraftiga örter. Så var t. ex. den enstaka förekommande och tämligen fristående

Carduus crispus 2,2 meter hög, de nedersta stjälkbladen ungefär 30 cm. långa, 16 à 17 cm. breda, mot stammens öfre delar långsamt aftagande i storlek; 14:de bladet nedifrån endast reduceradt till 16 cm. längd, 7 cm. bredd; de i nämnvärd grad assimilerande bladen voro öfver 150; de florala grenarne 16, den nedersta utgående 60 cm. från marken, den största 64 cm. lång; blomkorgar af ordinär storlek, bortåt 100 stycken (de outslagna inberäknade), till ringa del utblommade. — I sällskap med *Carduus crispus* uppträdde bl. a. luxurierande *Erysimum hieraciifolium* (i frukt), äfvenledes enstaka. Ett individ nådde en höjd af 1,66 meter, den florala regionen var 66 cm. lång; florala grenar 4 stycken, den längsta 38 cm.; skidorna 5,5—6 cm. långa, med 1 cm. skaft. Frön i hvarje frukt 56—60, ungefär 2 mm. långa; frukter inalles omkring 170 stycken; sålunda allraminst 8,500 dugliga frön.

Berggrunden gick, som ofvan är nämdt, i dagen här och där, mest i de nordvestra delarne af holmen. På berghällarne längst i N.V., där intet eller endast ett mycket tunnt förvittringslager af med kalk blandad nephelinsyenit förekom, hade följande arter fått fotfäste: *Tanacetum vulgare*, *Campanula rotundifolia*, *Gentiana campestris*, *Calamintha Acinos*, *Pimpinella Saxifraga*, *Thalictrum simplex*, *Viola tricolor*, *Linum catharticum*, *Sedum acre*, *S. Telephium*, *Trifolium pratense*, *Juniperus communis*, *Allium oleraceum*, *Carex vulgaris*, *Poa pratensis*. Högre upp, på underlag med mindre afhälligt läge, där det vittrade lagret var något mäktigare, men fortfarande ganska torrt, antecknades utom en del af de nyss nämda följande: *Chrysanthemum Leucanthemum*, *Achillea Millefolium*, *Hypochæris maculata*, *Galium verum*, *G. boreale*, *Heracleum sibiricum*, *Ranunculus acris*, *Aconitum Lycoctonum*, *Viscaria vulgaris*, *Dianthus deltoides*, *Cerastium vulgatum*, *Potentilla argentea*, *Geum rivale*, *Alchemilla vulgaris*, *Lathyrus pratensis*, *Vicia Cracca*, *Convallaria polygonatum*, *Briza media*, *Dactylis glomerata*, *Anthoxanthum odoratum*, *Aira cæspitosa*, *Poa compressa*. De flesta af dessa på det torra och magra underlaget vegeterande arterna voro

mer eller mindre tynande eller dvärgartade — så var t. ex. *Dianthus deltoides* ovanligt lågväxt med mycket små blommor. Till dessa reducerade dimensioner hade säkert under detta år den ihållande torkan betydligt bidragit. Somliga arter, t. ex. *Convallaria polygonatum* blefvo betydligt frodigare bland högre, beskuggande och fuktigheten kvarhållande vegetation än på öppna platser.

På nordvestra delen af holmen uppträdde, mellan grupper af gamla lummiga *Alnus incana*-träd med breda kronor, vegetationsfläckar, som redan till följe af artsammansättningen måste hänföras till samma kategori som de på norra delen af Alnön uppträdande lunddälderna. Läget var här alltid mer eller mindre afhälligt, löfverket från alderträden lemnade en medelmåttig beskuggning, och underlaget utgjordes af omkring 20 cm. djup fet mylla, hvilande på vittrad kalkblandad nephelinsyenit. Myllan, som redan i sig sjelf i hög grad eger förmåga att kvarhålla vatten,[1]) hade tack vare dessutom den höga örtvegetationen[2]) samt de öfverskuggande träden bibehållit sig ganska fuktig. Endast i afseende på bevattningssättet skilde sig dessa ståndorter från de vanliga lunddälderna, då nämligen inga bäckar eller från högre belägna källdrag nedsipprande vatten förefunnos, och fuktigheten således endast vidmakthölls af nederbörden. Vegetationen på dessa ståndorter var ytterst frodig. Hufvudmassan bildades af tätt stående höga örter med inblandade högväxta gräs samt *Rubus Idæus*; under dessa täta, starkt beskuggande bestånd uppträdde lägre skikt, de lägsta af dessa rätt glesa. De högsta nivåerna af dessa högörtsbestånd karaktäriserades af vanligen rikliga-ymniga *Aconitum Lycoctonum*, *Spiræa Ulmaria*, *Rubus Idæus*, *Urtica dioica*, *Anthriscus silvestris*,

---

[1]) Jmf. WOLLNY: Untersuchungen über die Wassercapacität der Bodenarten. — Forsch. Agr. 1885, 8. Bd. Ref. Just's Jahresb. 1885.

[2]) »Je enger die Pflanzen stehen, oder je kräftiger sich die Pflanzen entwickeln, um so weniger Wasser kann aus dem Boden absickern». — WOLLNY: Untersuchungen über den Einfluss der Pflanzendecke und der Beschattung auf die physikalischen Eigenschaften des Bodens. — Forsch. Agr. 1888, 10. Bd. Ref. Just's Jahresb. 1888.

vanligen strödda *Milium effusum*, *Melica nutans*, *Calamagrostis arundinacea*, *Poa nemoralis* samt några enstaka örter, såsom *Lappa major*, *Valeriana officinalis* och *Angelica silvestris*. Samtliga dessa arter hade nått betydliga dimensioner och voro i allmänhet omkring 2 m. höga. Från de lägre skikten antecknades strödda *Geranium silvaticum*, *Melandrium silvestre*, *Trollius europæus*, enstaka *Paris quadrifolia*, *Trientalis europæa*. Mera torra platser bland tätare grupper af *Alnus incana* buro här och där en snårvegetation af *Rosa rubiginosa*, *Juniperus communis* etc. — Ett par exempel på den luxurierande förmågan hos dessa lunddäldsväxter skola nedan anföras, i sammanhang med vegetationen på de liknande ståndorterna i Alnöns norra del.

Skäret närmast Långörsholmen.

Detta skär, det största af de 3 strax N. om Långörsholmen belägna, höjde sig omkring ett par meter öfver vattnet. Det var kransadt af tät, gammal alderskog, med inblandade *Salix pentandra* och *Prunus Padus*. Undervegetationen i denna skog motsvarade till arternas sammansättning, frodighet och ymnighetsgrad de lunddäldsartade ståndorterna på Långörsholmen. Ymnigast och frodigast var *Urtica dioica*. Äfven *Anthriscus* var mycket luxurierande. Utom de på Långörsholmen förekommande uppträdde här *Triticum caninum* på sina ställen rätt rikligt. Några få af Långörsholmens lunddäldsväxter saknades här. Af dessa torde särskildt *Aconitum Lycoctonum* böra nämnas. Dess frön äro, oaktadt sin ringa storlek, jämförelsevis tunga, hvilket framgår däraf, att de genast sjunka i vatten. De kunna således icke spridas längre sträckor af vare sig vinden eller vattnet, och de äro sannolikt icke eftersökta af djur. På holmarne och skären i Indalselfvens deltabildningar har jag aldrig anträffat den på fastlandet närmast elfven vanliga *Aconitum*, oaktadt somliga af dessa holmar — de inre — hafva varit höjda ofvan vattnet i åtskilliga 10-tal af år. — Strandremsan bekläddes af några vanligen frodiga arter, såsom *Valeriana officinalis*, *Juncus balticus*, *Eleocharis palustris*. — Den

centrala delen på skäret intogs af odlad mark. — Berggrunden bestod företrädesvis af kalk.

Det lägsta, närmast det föregående belägna skäret.

Närmast intill det föregående skäret höjde sig endast ungefär en half meter ett ännu mindre med sträckning ungefär i N. och S. samt med likartad berggrund. Det var till största delen beklädt af en gles gräsmatta, där *Eleocharis palustris* spelade hufvudrollen på de sankare ställena, under det de torrare delarne intogos, i N. mest af *Agrostis stolonifera*, i S. af *Juncus balticus.* Inströdda i denna gräsmatta förekommo följande: *Leontodon autumnalis. Valeriana officinalis*, *Pedicularis palustris*, *Rhinanthus minor*, *Angelica silvestris*, *Caltha palustris*, (samtliga dessa enstaka), *Parnassia palustris* (på sina ställen, isynnerhet i södra delen strödd-riklig), *Spiræa Ulmaria* (mycket enstaka), *Potentilla anserina* (enstaka), *Comarum palustre* (enstaka), *Rumex sp.*, *Juncus balticus* (i söder strödd-riklig), *J. alpinus* (enstaka), *Scirpus pauciflorus*, *Eleocharis palustris*, *Carex aquatilis*, *Aira cæspitosa*, *Calamagrostis stricta.* — På de fuktigaste fläckarne var vegetationen i allmänhet mycket frodig. I ögonen fallande var den med äfven en obetydligt olika fuktighet vexlande yppigheten hos flere arter. Så blef *Juncus balticus* i närheten af vattenbrynet och i allmänhet på de fuktigaste fläckarne ungefär 80 cm. hög, på något mindre fuktig mark endast 50 à 60 cm. En del enstaka förekommande arter, som i allmänhet föredraga mot vindarne skyddade ståndorter, voro här, tack vare underlagets sammansättning, rätt frodiga, men mer eller mindre lågväxta. Så uppnådde den mycket enstaka förekommande *Spiræa Ulmaria* endast något öfver 60 cm., men hade stora och kraftigt utbildade blad och blommor af vanlig storlek. Analogt förhöllo sig *Valeriana officinalis* och *Aira cæspitosa. Eleocharis palustris* var i allmänhet lågväxt, men hög och frodig på mot vinden skyddade ställen (vid större stenar). *Parnassia palustris* var lågväxt, vanligen icke öfver 25 cm., med tättsittande, rikliga och ofta tämligen

frodiga florala skott; blommorna vexlade betydligt till storleken, som det tycktes under fullkomligt lika yttre förhållanden, samt oberoende af de florala skottens längd, men tämligen proportionelt med bladens storlek; på samma stånd voro alla blommorna ungefär lika stora. Den största uppmätta blomkronan var 3 cm. i genomskärning med kronblad af 1,4 cm. längd och 1,1 cm. bredd. På ett af de mest småbladiga stånden mätte en blomma 2 cm. i vidd med 1 cm. långa, 0,7 cm. breda kronblad. — Ett par buskar af *Alnus incana* förekommo i södra delen af skäret. Den längst i söder stående busken var 3 meter hög med blad af vanlig storlek.

Det längst från Långörsholmen belägna, bebygda skäret.

Detta, som ligger i närheten af det föregående, är något högre än detta, men af ännu mindre utsträckning. — Åtskilliga gamla *Alnus incana*-träd förekommo på skärets inre, högre partier. De voro icke stort mer än 3 meter höga, knotiga, med små rynkiga blad. Detta växtsätt synes förorsakadt dels af det för vindarne fritt utsatta läget, dels af det på förvittringsprodukter fattiga underlaget. Vegetationen utgjordes för öfrigt af följande arter: *Taraxacum officinale*, *Leontodon autumnalis*, *Valeriana officinalis*, *Angelica silvestris*, *Carum Carvi*, *Ranunculis acris*, *R. repens*, *Parnassia palustris* (enstaka), *Ribes rubrum*, *Epilobium angustifolium*, *Potentilla anserina*, *Spiræa Ulmaria*, *Vicia Cracca*, *Salix nigricans* (liten), *Triticum caninum*, *Elymus arenarius*, *Festuca duriuscula*, *Agrostis stolonifera*, *Poa pratensis*, *Calamagrostis stricta*, *Equisetum pratense f.* Af dessa var *Spiræa Ulmaria* den mest karaktäristiska i underväxten till *Alnus incana*. Den blef sällan öfver 1 meter hög, och uppnådde hvarken i afseende på det vegetativa eller fruktifikativa systemet på långt när samma dimensioner som på de lunddäldsartade ståndorterna på Långörsholmen, beroende dels på det ringa skydd mot vindarne, som de glesa *Alnus*-träden lämnade, dels på det torra och magra underlaget. Äfven en del andra arter, förekommande i de inre delarne af skäret, visade sig re-

ducerade till storleksförhållandena. Så hade *Vicia Cracca* mindre såväl blommor som blad än i vanliga fall. Den enstaka-tunnsådda uppträdande *Epilobium angustifolium* var lågväxt — knapt 1 meter — men med rikliga, mer eller mindre horizontalt utspärrade grenar. *Valeriana officinalis* uppnådde icke 1 meter. *Angelica officinalis* blef högst 1 meter under alarne; på den öppna strandremsan mätte blommande individ endast omkring 15 cm. Öfriga arter voro icke märkbart reducerade i storleksförhållandena. Af gräsen nådde *Elymus arenarius* ganska betydande dimensioner (ett individ var 1,30 m. högt, med 25 cm. lång floral del; skärmfjäll 2—2,5 cm., stundom något längre; strået var, ungefär 20 cm. från marken, 2 cm.). Af *Taraxacum officinale* sågos på strandremsan flere bladrosetter med luxurierande, långa, håriga, uppräta blad, dock utan öfverskuggande vegetation.

Nephelinsyenitområdet i norra delen af Alnön.

Vegetationen erbjuder här, liksom på Långörsholmen, en högst olika fysiognomisk prägel på olika områden. Från norra och östra stränderna utbreda sig lågt liggande fält med mestadels sandigt underlag. De upptagas till största delen af åkrar; här och där förekomma partier dels af granskog — abiegna hylocomiosa — dels alderlundar med mer eller mindre luxurierande, mest af örter bestående undervegetation. Särskildt *Spiræa Ulmaria* är karaktäristisk för dessa lundar. — Åt N.V. till begränsas åkerfälten af Hartungsgärdena, där det knappa jordlagret endast tillåtit en mager ört- och gräsvegetation att uppspira. — De högst belägna delarne af området, söder om Pettäng — Stolpås, intagas af ett tätt abiegnum hylocomiosum, som fortsättes på gneisområdet, i V. mot Nacka och Eriksdal, i S. på andra sidan vägen från Eriksdal förbi Alnö kyrka. På syenitområdet hade granarne i allmänhet mycket breda årsringar, voro ofta rikligt kottebärande redan vid ungefär 6 m. höjd, samt utmärkte sig för sin friska grönska. Undervegetationen var artfattig, men frodig. Särskildt *Vaccinium*

vitis idæa, samt i ännu högre grad *Oxalis* och *Pteris aquilina* voro luxurierande. Äfven *Hylocomium*-mattan, samt på de öppnare platserna *Cladonia*- och *Stereocaulon*-fläckarne voro täta och frodiga. *Hylocomium*-samhällena tycktes hastigt vinna ny terräng på de i dagen gående delarne af berggrunden, och där smärre mossor — *Polytricha* etc. — vunnit fotfäste på mera öppna platser, voro dessa föremål för hastig inkräktning af isynnerhet *Cladonia*- och *Stereocaulon*-samhällena.

Öfvergången mellan granskogen och fälten närmare stranden förmedlas i mellersta delen af området af en ytterst frodig lunddäldsvegetation, omvexlande med och öfvergående i frodig ängsbackevegetation, samt uppträdande på sluttningarna NO. om vägen mellan Pettäng och Ås. Det är förnämligast åt denna sistnämda del af området, jag egnat en närmare undersökning. Lunddälderna ha här ett i allmänhet rätt betydligt afhälligt läge. Marken är småkuperad samt på de flesta ställen myllrik, med ofta öfver 20 cm. mäktig mylla, hvilande på vittrad kalkblandad nephelinsyenit. Fuktighetsgraden är rätt betydlig — omkring 6 enligt HULT's beteckningssätt. De här och där nedrinnande bäckarne hade denna sommar endast ringa vattenmängd. De i lunddälderna ingående träden tillhöra lågskogsskiktet och bilda täta, här och där med hvarandra förbundna grupper. *Alnus incana* är karaktärsträd; dessutom förekomma mer eller mindre tunnsådda *Populus tremula*, *Prunus Padus* och *Sorbus Aucuparia*. Granen uppträdde endast enstaka. Af buskar observerades inuti *Alnus*-grupperna *Lonicera Xylosteum*, *Juniperus communis*, *Rosa rubiginosa* och *Ribes alpinum*. Den sistnämda var på rätt stora fläckar ymnig; buskarne blefvo ofta öfver 1 m. höga och stundom öfver 2 m. vida, samt ytterst tätgreniga; den förekom, liksom de öfriga buskarne, mest på små kullar, där lågskogsskiktet var mindre tätt. Af fältskikten var under aldergrupperna isynnerhet det högsta representeradt; det uppnådde här omkring 2 m. I de tätaste, mest beskuggade partierna gingo endast några få örter och gräs in; längst in tycktes *Spiræa Ulmaria* tränga. De lägre fältskikten voro i dessa par-

tier klent representerade och bottenskiktet saknades nästan alldeles. Längre mot utkanterna af aldergrupperna samt i de mindre täta delarne af dessa blef undervegetationen så småningom mera tät och frodig; på olika ställen egde den mycket olika sammansättning. Så bildade t. ex. *Potentilla Tormentilla* täta bestånd af rätt stor utsträckning och af ett par decimeters höjd. På andra närstående fläckar ersattes den af *Melampyrum silvaticum*, äfvenledes tätt beståndsbildande. Tillsammans med de två sistnämda arterna förekom bland annat ofta riklig och frodig *Vicia Cracca*. Frodigast, tätast och artrikast var vegetationen utvecklad på myllrika, trädlösa fläckar, belägna mellan trädgrupperna och på något lägre nivå än dessa. Fleråriga, högväxta örter med tät skottbildning, intagande det högsta fältskiktet, bildade här hufvudmassan; äfven högväxta gräs spelade en icke alldeles oväsentlig fysiognomisk rol. Detta högsta skikt nådde en medelhöjd af något öfver 2 m. samt utgjordes af: *Campanula latifolia* (fläckvis ymnig), *Aconitum Lycoctonum* (ymnig), *Epilobium angustifolium* (ymnig isynnerhet på mindre fuktiga ställen), *Spiræa Ulmaria* (riklig-ymnig), *Rubus Idæus* (vanligen mera enstaka), *Urtica dioica* (på sällsynta fläckar ymnig), *Milium effusum*, *Dactylis glomerata*, *Poa sudetica*, *Phleum pratense* (strödda-enstaka). Mellan det högsta och mellersta fältskiktet förefunnos inga skarpare gränser. De mellersta nivåerna inom nämda högörtsbestånd intogos af: *Valeriana officinalis* (enstaka), *Caltha palustris* (vanligen enstaka), *Trollius europæus* (strödd), *Actæa spicata* (enstaka), *Ranunculus acris* (strödd), *Anthriscus silvestris* (vanligen strödd), *Carum Carvi* (strödd), *Geranium silvaticum* (strödd-tunnsådd), *Impatiens noli tangere* (enstaka), *Melandrium silvestre* (vanligen tunnsådd), *Stellaria nemorum* (riklig-strödd), *Geum rivale* (vanligen tunnsådd), *Rumex Acetosa* (vanligen tunnsådd), *Convallaria majalis* (sällsynt), *Paris quadrifolia* (vanligen tunnsådd), *Cystopteris montana* (enstaka), *Polystichum spinulosum dilatatum* (fläckvis strödd), *Equisetum pratense f.* (strödd). Följande arter intogo de lägsta nivåerna inom högörtssamhällena, samt representerade delvis det

icke skarpt markerade lägsta fältskiktet och bottenskiktet: *Adoxa Moschatellina* (enstaka), *Oxalis Acetosella* (ofta riklig), *Anemone Hepatica* (enstaka), *Circæa alpina* (fläckvis strödd-riklig), *Majanthemum bifolium* (vanligen enstaka) samt några enstaka mossor. — Omvexlande med dessa *Aconitum*-blandbestånd uppträdde, äfvenledes på jämförelsevis öppna platser, en något olikartad högörtsvegetation. Så utgjorde ofta *Crepis paludosa* hufvudmassan af vegetationen närmast intill bäckarne (den uppträdde äfven i *Aconitum*-beståndens mera periferiska delar). På vanligen mera torra fläckar uppträdde riklig *Centaurea Jacea*, ofta riklig *Solidago Virgaurea*, strödda *Achillea Millefolium*, *Chrysanthemum Leucanthemum* och *Thalictrum simplex*. Nedanför lunddälderna blef marken ofta kärrartad, samt intogs, utom af en del af de ofvannämda, i lunddälderna ingående örterna och gräsen, af bland andra *Cirsium heterophyllum*, *Carex flava*, *Eriophorum angustifolium*. — Från de med lunddälderna omvexlande ängssluttningarne antecknades följande: *Crepis paludosa* (strödd-riklig), *Chrysanthemum Leucanthemum* (strödd), *Hypochæris maculata* (fläckvis strödd), *Cirsium heterophyllum* (enstaka), *Antennaria dioica* (på mycket små fläckar täckande), *Centaurea Jacea* (enstaka), *Achillea Millefolium* (enstaka), *Galium boreale* (fläckvis riklig), *G. Mollugo* (enstaka), *G. verum* (enstaka), *Campanula rotundifolia* (strödd-tunnsådd), *Brunella vulgaris*, *Gentiana campestris*, *Melampyrum silvaticum*, *Euphrasia officinalis*, *Rhinanthus minor*, *Heracleum sibiricum*, *Anthriscus silvestris* (alla enstaka), *Carum Carvi* (i allmänhet enstaka, nära alderdungarna strödd), *Ranunculus auricomus* (enstaka), *R. acris* (enstaka), *Thalictrum simplex* (fläckvis riklig), *Aconitum Lycortonum* (enstaka), *Trollius europæus* (tunnsådd, fläckvis strödd-riklig), *Linum catharticum*, *Silene nutans*, *Cerastium vulgatum*, *Stellaria graminea* (alla enstaka), *Sedum acre* enstaka på de torraste ställena, bland täckande mossor, såsom *Thujidium abietinum* etc.), *Fragaria vesca* (på något stenbundna ställen riklig; bär saftiga, söta, stora), *Geum rivale* (tunnsådd), *Potentilla Tormentilla* (tunnsådd), *Alchemilla vulgaris* (strödd), *Spiræa Ulmaria* (för

det mesta endast bladskott, blommande tunnsådd), *Vicia Cracca* (tunnsådd), *V. silvatica* (på något stenbundna ställen, fläckvis riklig), *Trifolium pratense* (enstaka), *T. repens* (enstaka), *Polygonum viviparum* (strödd-riklig), *Rumex Acetosa* (enstaka), *Alnus incana* (små telningar, enstaka), *Juniperus communis* (lågväxt, horizontelt utbredd), *Listera ovata* (tunnsådd-strödd), *Luzula campestris*, *Carex pallescens*, *Carex digitata* (alla enstaka), *Briza media* (strödd), *Dactylis glomerata* (tunnsådd), *Aira cæspitosa* (tunnsådd), *Anthoxanthum odoratum*, *Agrostis vulgaris*, *Poa pratensis*, *Phleum pratense* (alla enstaka). Ängsvegetationen var i allmänhet icke vidare luxurierande, hvartill tydligen den omständigheten bidrog, att underlaget till följd af den rådande torkan var tämligen fattigt på fuktighet.

De i lunddälderna och isynnerhet i dessas täta högörtssamhällen ingående arterna utmärkte sig däremot, såsom redan är nämdt, i allmänhet för sina stora dimensioner. För att söka få afgjordt, huruvida berggrundens sammansättning medverkar till åstadkommande af denna frodighet, samt huru olika arter och olika organsystem förhålla sig härutinnan, har jag anstält en del jämförande undersökningar öfver å ena sidan lunddälderna i nephelinsyenit-områdena på Alnön samt på Långörsholmen, å andra sidan lunddälder på gneisområdet vid Alnö kyrka samt liknande ståndorter vid Sollefteå. Med afseende på fuktighet, beskuggning, relief och afhällighet förhöllo sig samtliga dessa ståndorter i det hela taget lika, men i andra afseenden rådde rätt betydande olikheter. Så stodo beträffande myllrikedomen isynnerhet Sollefteå-lunddälderna betydligt efter de på nephelinsyenitområdet utbildade ståndorterna. På dessa senare förekommo, på motsvarande areal, ett betydligt större antal arter än på de öfriga områdena. Isynnerhet Sollefteå-lunddälderna voro jämförelsevis artfattiga. Nephelinsyenit-lunddälderna hade större utbredning och voro talrikare representerade än de öfriga undersökta liknande ståndorterna; det vittrade syenit-underlaget synes, där öfriga yttre förhållanden det medgifva, i hög grad lämpligt för utbildningen af dylika ståndorter; t. o. m. på Lång-

örsholmen ha, såsom nämdt, lunddäldsartade ståndorter uppkommit, oaktadt bevattningssättet icke är sådant, som eljest synes fordras för bildandet af dessa slags formationer. Arterna hade till stor del en högre ymnighetsgrad i lunddälderna på nephelinsyenitområdet. Med afseende på storleksförhållandena må ett par exempel nämnas. Det torde böra påpekas, att i anseende till den olika tiden för undersökningarne skilnaden i individens utbildning, särskildt beträffande de florala delarne, på syenitområdet och i lunddälderna vid Sollefteå, i vissa fall i verkligheten måste te sig något annorlunda än här nedan angifvits, nämligen i de fall, då en art på Alnöns syenitområde undersöktes i blomnings- resp. början af fruktmogningsstadierna, vid Sollefteå däremot under mera avancerade fruktmogningsstadier. Så är till exempel förhållandet med *Aconitum Lycoctonum*, hvilken under motsvarande stadier sannolikt företer ännu betydligt större skilnader i storleksförhållanden än de nedan angifna. Detta torde hos de flesta arter i mindre grad vara fallet med det vegetativa systemet, då detta redan vid blomningen åtminstone i det närmaste nått sin definitiva utbildning.

Aconitum Lycoctonum, den mest högväxta och på de flesta af de ifrågavarande ståndorterna ymnigaste af fältskiktens arter, nådde på nephelinsyenitområdet ofta öfver 2 meters höjd; några få individ mätte t. o. m. 2,60 m. På Alnöns gneisområde var den i medeltal knappa 2 m.; det högsta uppmätta individet var 2,27 m. Vid Sollefteå blef den, äfven i långt framskridet fruktmogningsstadium, knappast mer än 1,75 m. hög. De florala skottaxlarne syntes, i förhållande till syenitområdets individ, isynnerhet hos Sollefteå-individen vara relativt ännu mer reducerade än den nedre, vegetativa delen af hufvudaxeln. Så hade ett storväxt, 2,60 m. högt, blommande individ från Stolpås en 1,05 m. lång floral region; ett stort individ från gneisområdet vid Alnö kyrka, som mätte 2,27 m., hade en 0,85 m. lång blomställning; ett af de största, i långt avanceradt fruktmogningsstadium befintligt individ från en lunddäld vid Sollefteå, mätande 1,75 m., hade endast 42,5 cm. lång blomställning. I

samma mån har blommornas antal tilltagit hos individen på syenitområdet: hos det förstnämda individet voro blommorna — knoppar och frukter inberäknade — minst 200 stycken, hos det andra ungefär 120, hos det tredje knappast öfver 100. En motsvarande reduktion gjorde sig gällande hos bladen. Grundbladen och de nedre stjälkbladen, som på syenitområdet ofta nådde 1 m. höjd öfver marken, hade på Alnö-gneisen högst 76 cm. långa skaft, vid Sollefteå högst 73. Grundbladsskifvorna hade på syeniten bortåt 50 cm. bredd, omkring 20 cm. längd, i sällsynta fall t. o. m. 56 cm. bredd, 27 cm. längd; vid Sollefteå voro de på ett af de största individen 31 cm. breda, 17 cm. långa.

Melandrium silvestre blef på syenitområdet ofta mycket luxurierande. Ett stånd från Alnön utgjordes t. ex. af 6 från basen tätt vid hvarandra utgående vegetativt florala skottsystem. Tillsammans funnos på detta stånd 47 blommor (de synliga knopparne samt frukterna inberäknade). Vid Sollefteå var skottbildningen betydligt mindre riklig, samt till följd däraf blommorna på hvarje stånd mycket färre. Äfven bladverket blef genom den tätare skottbildningen rikligare på syenitområdet. Härtill bidrog äfven de vegetativa internodiernas antal, som i allmänhet hos Alnö-individen var 7, hos Sollefteå-individen 5. De florala axlarne syntes på hvarje skottsystem vara ungefär lika hos bägge. Bladen voro betydligt större hos de förra, i medeltal 11 cm. långa, 4 cm. breda, somliga till och med 13,5 × 5,8; hos de senare voro de i medeltal 8 × icke fullt 4 cm., det största uppmätta bladet hos dessa var 10 × 4,5 cm.

Arterna förhöllo sig olika i afseende på graden och beskaffenheten af storleksvariationerna. I allmänhet syntes den regel gälla, att de arter, som tillhöra de högsta nivåerna i lunddäldernas högörtsbestånd, äro på syenitområdet mera luxurierande i förhållande till motsvarande former från de öfriga liknande ståndorterna, än de mellersta nivåernas. De arter, som ingå i de lägsta nivåerna, synas i afseende på storleksvariationer minst påverkas af underlagets sammansättning. Det florala systemets variation går egentligen ut på förökandet af de florala axlarnes

antal; mängden af dugliga frön blir därför på syenitområdet ofta ganska betydlig. Så finnas t. ex. individ af *Anthriscus silvestris* på Långörsholmen med minst 7,500 dugliga frön. Blommorna, frukterna och fröna på syenitområdets lunddäldsväxter äro däremot, efter hvad jag kunnat finna, icke utmärkta af något anmärkningsvärdt tilltagande i storlek. Dock synas vissa arter, särskildt *Epilobium angustifolium*, vexla rätt betydligt i afseende på blommornas storlek: ju högväxtare denna art blir, desto större bli kronbladen. I allmänhet tycktes, som a priori kan väntas, de florala och vegetativa systemen förhålla sig sinsemellan öfverensstämmande i afseende på storleksvariationer. I de fall då, såsom hos *Geranium silvaticum*, bladverket på syenitområdet utmärkte sig för relativt större frodighet än det florala systemet (med hänsyn till bladskifvornas ytor, skaftens längd etc.) syntes detta, såsom ofvan antydt, ha sin grund i, att det vegetativa systemet kommit till utbildning förr än det florala, som hos de senare undersökta Sollefteå-formerna ännu ytterligare hunnit föröka sina dimensioner.

Som ofvan är nämdt, är jag icke i tillfälle att lämna någon fullständig sammanställning af de i nephelinsyenitområdet ingående florelementen. Att området i floristiskt hänseende erbjuder åtskilligt af intresse, framgår emellertid af, att åtskilliga af dess talrika arter här hafva sin nordligaste eller i det närmaste nordligaste förekomst inom Sverige. Så är fallet med bland andra *Lappa major*, *Galium Mollugo* (äfven i Ångermanland enl. HN Fl. 11 uppl.), *Campanula latifolia* (äfven i Jämtland enl. HN Fl. 11 uppl.), *Ranunculus polyanthemos* (jmf NEUMAN: Några kritiska eller sällsynta växter, hufvudsakligen från Medelpad, i akt tagna under sommaren 1887; äfven i Ångermanland enl. HN Fl. 11 uppl.), *Chelidonium majus* (i abiegnum hylocomiosum ofvan Stolpås; jmf HN Fl. 11 uppl.), *Polygala vulgaris* (äfven i Jämtland enl. HN Fl. 11 uppl.), *Iris Pseudacorus* (jmf. NEUMAN l. c.). — *Cystopteris montana* har på Alnön sin sydgräns.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 5.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 143.

Om den »multipla elektriska resonansen».

Af Nils Strindberg.

(Meddeladt den 9 Maj 1894 genom B. Hasselberg.)

Genom sina berömda, omfattande undersökningar öfver stående elektriska vågors våglängder, sådana man uppmäter dem med en Hertz'isk resonator, ha herrar Sarasin och de la Rive som bekant kommit till följande resultat:

De på detta sätt uppmätta våglängderna variera med dimensionerna på den sekundära ledaren (resonatorn), om också den primära ledaren (oscillatorn) hålles oförändrad. De variera däremot icke med den primära ledarens dimensioner, om blott den sekundära ledaren är oförändrad.

Denna lag är af stor både praktisk och teoretisk betydelse. Den användes med fördel vid kvantitativa undersökningar, såsom t. ex. Blondlot gjort i sitt prisbelönta arbete öfver de elektriska vågornas fortplantningshastighet. Det är således af vikt att undersöka, huruvida den alltid gäller eller, om så icke är fallet, under hvilka förhållanden den icke gäller.

Herrar Sarasin och de la Rive ha förklarat det af dem iakttagna fenomenet genom att antaga, att den primära ledaren utsänder elektriska vågor af alla inom ett visst område liggande våglängder. Af dessa vågor skulle då den sekundära ledaren så att säga utvälja den sort, som den är stämd i resonans med, alldeles som en stämgaffel ljuder med endast en ton af ett helt ackord, om den ton, som den själf ger, förekommer i ackordet.

En annan förklaring är gifven af d:r V. BJERKNES.[1]) Denna förklaring grundas på den olika dämpningen hos den primära och sekundära ledaren (den primäras är vanligen mycket större) och fordrar icke tillgripandet af någon särskild hypotes om sammansatt utstrålning som den förra förklaringen. Den sekundära ledarens elektriska svängningar äro egensvängningar, som delvis regleras af de från oscillatorn genom ledningstrådarne utsända vågorna. Man kan likna fenomenet vid en pendelrörelse, som regleras af en regelbundet periodisk kraft.

Af de formler, som BJERKNES uppställt,[2]) framgår, att vid tillräcklig dämpning hos den sekundära och minskad dämpning hos den primära ledaren fenomenet bör gestalta sig så, att SARASIN'S och DE LA RIVE'S lag icke följes, utan fenomenet komplicera sig, i det bägges våglängder göra sig gällande. Och slutligen, om man går tillräckligt långt i ändringen af dämpningarne, bör man få fram endast de våglängder, som motsvara den primära ledarens svängningstid, och som kunna uppmätas utan hjälp af resonator med antingen elektrometer[3]) eller direkt gnistlängdsmätning.[4])

Ändamålet med föreliggande arbete har varit att undersöka, om man verkligen genom ändrad dämpning kan få fenomenet på detta sätt ändradt.

Den försöksanordning jag användt (se fig.) liknar en af BLONDLOT[5]) först publicerad sådan. Den primära ledaren är böjd i cirkelform och ställd vertikalt med de med ebonit väl isolerade plattorna (P) upptill, rörliga på ett horisontelt bräde. Fördelen af denna anordning är dubbel: 1) minskas sannolikt dämpningen genom att oscillatorn är cirkelformig; 2) kan systemets svängningstid lätt ändras genom att förändra plattornas afstånd sinsemellan. Polkulorna äro nedsänkta i petroleum

---

[1]) BJERKNES, Wied. Ann. B. 44; S. 92; 1891.
[2]) BJERKNES, Wied. Ann. B. 44; S. 98; 1891.
[3]) BJERKNES, Arch. des sciences phys. et nat. T. XXVI, N:o 9, p. 229.
[4]) BIRKELAND, Wied. Ann. B. 47; S. 583; 1892.
[5]) BLONDLOT, Comptes Rendus 8 Feb. 1892.

(SARASINS och DE LA RIVES anordning). På ungefär 5 cm afstånd från den primära ledaren löper i en lika stor cirkel ledningstråden, i hvilken det stående vågsystemet skall uppstå. Den fortsätter upptill i en 30 m lång dubbelledning med cirka 20 cm afstånd mellan trådarne. Dessa sluta icke med fria ändar, utan äro förenade, hvilket sannolikt minskar energiutstrålningen. Den del af ledningen där de stående vågorna uppstå, d. v. s. ett område af 12 m. från trådens vändpunkt (AB på fig.) är hårdt spänd, så att resonatorn kan hvila därpå. Denna är därför konstruerad möjligast lätt, men samtidigt så, att dess svängningstid lätt kan ändras: två med hvar sin gnistpol förenade aluminiumplattor äro anbragta i den sekundära ringen så att de kunna inställas på olika afstånd, hvarigenom svängningstiden kan ändras. En klufven cirkelböjd rotting uppbär på sin yttre periferi de vid försöken använda metalltrådarne. Resonatorns metalldelar äro fästade på en träram, som i tre urhålkningar kan utan metallisk kontakt glida på ledningstrådarne så att resonatorns plan är vinkelrätt mot dessa. Till resonatorn användes följande 6 metalltrådar:

1. 1,16 mm tjock koppartråd af 140 cm längd.
2. 0,10 » » » » 140 » »
3. 0,10 » » järntråd » 140 » »
4. 1,16 » » koppartråd » 107 » »
5. 0,50 » » järntråd » 107 » »
6. 0,20 » » » » 107 » »

Nodernas afstånd, l, från trådarnes mötespunkt, A, uppmätas nu på vanligt sätt och resultaten synas i nedanstående tabeller. Tabellerade äro dessa nodernas afstånd. Rubrikerna för vertikalraderna betyda de primära plattornas afstånd, rubrikerna för horisontalraderna de sekundära plattornas afstånd

(i cm.). Mot de ständigt återkommande afstånden mellan de primära plattorna (1,3 cm af dessa afstånd är ebonit)

	20 cm	7,5 cm	3 cm	1,3 cm
svara $\lambda =$	4 m	5 m	6,8 m	10 m

där λ betecknar afståndet mellan två närliggande noder, erhållet genom direkt uppmätning af våglängden utan resonator.

1. 1,16 mm koppartråd 140 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.		Prim. platt. afst. 7,5 cm.		Prim. platt. afst. 3 cm.		Prim. platt afst. 1,3 cm.	
	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.
1 cm.	—	—	6,8	—	6,9	—	6,8	—
2 »	5,1	10,5	5,6	11,5	5,5	11,1	5,5	11,0
3 »	4,7	9,5	4,8	9,5	4,8	9,6	4,8	9,9
5,5 »	4,2	8,3	4,3	8,4	4,3	8,3	4,2	8,2

2. 0,10 mm koppartråd 140 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.		Prim. platt. afst. 7,5 cm.		Prim. platt. afst. 3 cm.		Prim. platt. afst. 1,3 cm.	
	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.
1 cm.	—	—	7,8	—	7,9	—	7,8	—
2 »	4,7	—	6,2	—	6,6	—	6,5	—
2,5 »	4,5	8,7	—	—	—	—	—	—
3 »	4,8	—	—	—	—	—	—	—
3,5 »	—	—	5,3	10,8	5,7	11,0	5,3	11,0
4,7 »	4,5	9,0	—	—	5,3	10,1	—	—
5,5 »	4,6	9,3	4,8	9,9	5,7	9,7	4,8	9,6

3. 0,10 mm järntråd 140 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.		Prim. platt. afst. 7,5 cm.		Prim. platt. afst. 3 cm.		Prim. platt. afst. 1,3 cm.	
	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.
1 cm.	—	—	—	—	—	—	—	—
2 »	4,4	—	5,2	—	6,7	—	—	—
3 »	4,5	8,6	—	—	6,5	—	—	—
3,5 »	—	—	5,2	10,3	—	—	—	—
5,5 »	4,4	8,4	5,2	10,4	6,4	—	—	—

4. 1,16 mm koppartråd 107 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.			Prim. platt. afst. 7,5 cm.			Prim. platt. afst. 3 cm.			Prim. platt. afst. 1,3 cm.		
	1:sta noden.	2:dra noden.	3:dje noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	3:dje noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	3:dje noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	3:dje noden.
1 cm.	—	—	—	5,5	11,0	—	5,6	11,2	—	5,5	11,1	—
2 »	4,7	9,2	—	4,5	9,3	—	4,6	9,2	—	4,5	9,3	—
3 »	4,0	8,1	—	4,1	8,2	—	4,1	8,1	—	4,1	8,1	—
4 »	3,7	7,7	11,2	3,7	7,6	11,0	3,6	7,5	11,1	3,7	7,6	11,0
5,5 »	3,6	7,5	10,7	3,6	7,1	10,4	3,5	7,1	10,7	3,6	7,1	10,6

5. 0,50 mm järntråd 107 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.		Prim. platt. afst. 7,5 cm.		Prim. platt. afst. 3 cm.		Prim. platt. afst. 1,3 cm.	
	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.
1 cm.	4,4	8,6	5,3	11,2	6,4	—	6,5	—
2 »	4,4	8,5	5,0	10,4	5,5	—	4,9	—
3 »	4,2	8,4	—	—	4,9	8,9	4,4	8,9
5,5 »	4,0	8,1	4,0	7,8	4,0	7,8	3,8	7,8

6. 0,20 mm järntråd 107 cm lång.

Sekund. platt. afstånd.	Prim. platt. afst. 20 cm.		Prim. platt. afst. 7,5 cm.		Prim. platt. afst. 3 cm.		Prim. platt. afst. 1,3 cm.	
	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.	1:sta noden.	2:dra noden.
1 cm.	—	—	5,5	10,7	6,8	—	—	—
2 »	4,3	8,6	5,2	10,4	6.0	—	—	—
3 »	4,3	8,3	4,9	10,0	5,6	—	5,0	10,0
5,5 »	4,2	8,4	4,7	9,8	4.2—9	—	4,5	8,5

Såsom synes af tabellerna 1 och 4 ge de 1,16 mm tjocka koppartradarne SARASINS och DE LA RIVES fenomen: de horisontela raderna äro lika, d. v. s. våglängden varierar ej med den primära ledaren, då den sekundära hålles konstant. Däremot aftager våglängden, då man går nedåt vertikalraderna, hvilket

visar, att den varierar med den sekundära ledarens svängningstid, om också den primära hålles oförändrad. Detta var således för det fall, att den sekundära ledarens dämpning var liten.

Af de andra tabellerna synes emellertid, att, då dess dämpning ökas [genom att göra resonatortråden finare (tabell 2) eller af järn (tab. 3, 5, 6), hvars dämpning är mycket större[1])], fenomenet ej alls blir så regelmessigt, utan starka afvikelser från SARASINS och DE LA RIVES lag uppträda. Tabellerna 2, 5 och 6 visa ett mellanstadium, där vid 1,3 cm afstånd mellan de prim. plattorna SARASINS och DE LA RIVES lag nästan följes; däremot inträda stora afvikelser från densamma, då de prim. plattorna stå på 20 cm afstånd.

Tabell 3 visar hur fenomenet gestaltar sig vid den starkaste använda dämpningen. Afvikelserna från SARASINS och DE LA RIVES lag äro här mycket starka: flyttningen af en nod går upp till öfver 2 meter eller 50 % af nodafståndet (4,4 m.). De uppmätta våglängderna motsvara tämligen nära de af den primära ledaren utsända vågorna (jmfr uppgiften på dessa våglängder). Genom att öka dämpningen ännu mer skulle man sannolikt kunna få fram detta fenomen ännu tydligare.

Det iakttagna öfverensstämmer således kvantitativt med BJERKNES' på förhand uttalade åsikter om dämpningarnes inflytande på fenomenet.

Huruvida öfverensstämmelsen också kvantitativt komme att visa sig tillfredsställande, specielt vid öfvergångstillfället (tab. 2, 5, 6) torde vara förhastadt att här uttala sig om.

Som allmänna resultat kunna vi uttala följande påståenden:

den af SARASIN *och* DE LA RIVE *uppställda lagen för de våglängder, man med en sekundär ledare finner vid försök af detta slag, gäller endast, om den sekundära ledarens dämpning göres tillräckligt liten, hvilket dock för koppartrådar inträffar redan vid ungefär 1 mm tjocklek.*

---

[1]) BJERKNES, Wied. Ann. B. 47, S. 69. 1892.

den af BJERKNES *uttalade åsikten, att vid större dämpning af den sekundära ledaren ett mer kompliceradt fenomen än* SARASINS *och* DE LA RIVES *skulle uppstå, har besannat sig.*

Slutligen ber jag att till d:r V. BJERKNES få uttala min tacksamhet för den hjälp, jag vid mitt arbete erhållit både i råd och dåd.

Stockholms Högskola. April 1894.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 214.)

Adelaide. *Observatory.*
Meteorological observations. Years 1886—87. Fol.
Austin. *Texas academy of science.*
Transactions. Vol. 1: N:r 2. 1893. 8:o.
Batavia. *Magnetical and meteorological observatory.*
Observations. Vol. 15(1892). Fol.
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jaarg. 14(1892). 8:o.
Bremen. *Meteorologische Station I. Ordnung.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahrg. 4(1893). 4:o.
Bucarest. *Institut météorologique de Roumanie.*
Annales. T. 6(1890)—7(1891). 4:o.
Calcutta. *Geological survey of India.*
Records. Vol. 27: P. 1. 1894. 8:o.
— *R. Botanical garden.*
Annals. Vol. 4. 1893. Fol.
Chapel Hill. *Elisha Mitchell scientific society.*
Journal. Vol. 10(1893): P. 1. 8:o.
Coimbra. *Sociedade Broteriana.*
Boletim 11(1893): Fasc. 1. 8:o.
Edinburgh. *Botanical society.*
Transactions and proceedings. Vol. 19: p. 233—636. 1892—93. 8:o.
Genova. *Musei di zoologia e anatomia comparata della R. università.*
N:o 17—21. 1893. 8:o.
Glasgow. *Geological society.*
Transactions. Vol. 9: P. 2(1890/92). 8:o.
Halle. *K. Leopoldinisch-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher.*
Nova acta. Bd 59—60. 1893—94. 4:o.
Leopoldina. H. 29(1893). 4:o.
Harlem. *Teylers Tweede Genootschap.*
Archives du Musée Teyler. (2) Vol. 4: P. 2. 1894. 8:o.
Verhandelingen rakende den natuurlijken en geopenbaarden godsdienst. N. S. D. 14. 1894. 8:o.
Kharkow. *Société des sciences expérimentales.*
Travaux de la section physico-chimique. T. 21(1893); Suppl.: Fasc. 4—6. 1892—93. 8:o.
— *Société des naturalistes à l'université impériale.*
Travaux. T. 27(1892—93). 8:o.
Kiew. *Observatoire météorologique de l'université.*
Observations. 1893: 1—9. 8:o.
Travaux du réseau météorologique du bassin du Dniéper. T. 1: N:o 5—9. 8:o.

(Forts. å sid. 257.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 5.
Stockholm.

Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus».

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 9 Maj 1894 genom D. G. LINDHAGEN.]

I äldre matematiskt-historiska arbeten förekomma i allmänhet inga bestämda upplysningar om den första användningen af tecknen + och —. CHASLES nämner 1837 blott, att de återfinnas hos STIFEL (1544), [1]) och några år senare anmärker NESSELMANN, att de begagnats redan af VIÈTE. [2]) Innan NESSELMANNS arbete hunnit blifva färdigtryckt, hade dock från två olika håll bestämdare uppgifter meddelats. I en 1840 utgifven monografi påpekade nämligen DROBISCH, att tecknen + och — blifvit använda af WIDMANN i *Behende und hubsche Rechenung auff allen Kauffmannschafft* (Leipzig 1489), [3]) och i den likaledes 1840 utgifna tredje delen af *Histoire des sciences mathématiques en Italie* uppgaf LIBRI bestämdt, att LEONARDO DA VINCI uppfunnit nämda tecken. [4]) Dessa upplysningar blefvo dock till en början icke tillräckligt uppmärksammade, och ännu

---

[1]) CHASLES, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (Bruxelles 1837), sid. 539.

[2]) NESSELMANN, *Die Algebra der Griechen* (Berlin 1842), sid. 305.

[3]) DROBISCH, *De Joan. Widmanni Egerani compendio arithmeticae mercatorum* (Leipzig 1840), sid. 20.

[4]) LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques en Italie* **3** (Paris 1840), sid. 46.

1852 påstod ARNETH uttryckligen, att tecknen + och — för första gången användes af STIFEL. [5])

Hvad angår DROBISCHS uppgift om tecknens förekomst i WIDMANNS räknebok, har ingen tvekan om dess riktighet kunnat förefinnas, då sakförhållandet omedelbart kunnat konstateras genom en blick i nämda bok, af hvilken flere exemplar äro kända. Däremot hafva tvifvelsmål uttalats, huruvida LIBRIS påstående verkligen vore exakt. Redan 1842 meddelade DE MORGAN, att han visserligen i ett manuskript af LEONARDO DA VINCI funnit tecknet + flere gånger användt, men att detta icke var något additionstecken, utan tydligen representerade siffran 4. [6]) Trettio år senare trodde sig GOVI på grund af noggrannare undersökningar kunna konstatera, att de af LIBRI omnämda tecknen icke utmärkte addition och subtraktion, utan att + var förkortning af *intra* eller *inter*, och — angaf, att någon bokstaf skulle utstrykas. [7]) För öfrigt må påpekas, att LEONARDO DA VINCI var född 1452 och dog först 1519, d. v. s. 30 år efter sedan WIDMANNS räknebok utkommit; äfven om det vore konstateradt, att LEONARDO DA VINCI i sina enskilda anteckningsböcker användt + och — såsom additions- och subtraktionstecken, så är därmed ingalunda ådagalagdt, att han *uppfunnit* dessa tecken. Tvärtom är det föga sannolikt och i alla händelser alldeles obestyrkt, att WIDMANN haft tillgång till en sådan anteckningsbok eller genom någon annan person erhållit kännedom om dess innehåll.

Emellertid hade genom DROBISCHS och LIBRIS arbeten två nya uppgifter om den första användningen af tecknen + och — blifvit i tryck framlagda, och de blefvo snart af andra matematiskt-historiska författare reproducerade. Men jämte dem träffar

---

[5]) ARNETH, *Die Geschichte der reinen Mathematik* (Stuttgart 1852), sid. 232.

[6]) DE MORGAN, *On the invention of the signs + and —; and on the sense in which the former was used by Leonardo da Vinci.* Philosophical magazine 20_3, 1842, sid. 135—137.

[7]) GOVI, *Saggio delle opere di Leonardo da Vinci* (Napoli 1872). Jag har ej haft tillgång till GOVIS arbete utan blott till den redogörelse därför, som lämnats af CH. HENRY i uppsatsen: *L'oeuvre scientifique de Léonard de Vinci* (Revue scientifique **36**, 1885, sid. 350—351).

man äfven i nyare matematiskt-historiska skrifter andra uppgifter, t. ex. att de nämda tecknen användts först af RUDOLFF i *Die Coss* (1525). [8])

I slutet af 1860-talet gjorde dock GERHARDT en upptäckt, hvarigenom det syntes ådagalagdt, att tecknen + och — varit i bruk åtminstone före både WIDMANN och LEONARDO DA VINCI. GERHARDT fann nämligen i biblioteket i Wien ett gammalt manuskript, som syntes härröra från medlet af 1400-talet, och där tecknen + och — genomgående användes. [9]) Därför finner man också i flere nyare matematiskt-historiska arbeten angifvet, att bruket af dessa tecken var kändt i Tyskland redan vid midten af 1400-talet. Ett ytterligare stöd för riktigheten af denna uppgift trodde man sig hafva däri, att PEURBACH († 1461) på ett par ställen i sin aritmetik talar om vissa »signa additionis et diminutionis», hvilkas form visserligen icke af honom angifves. [10])

Genom de sista årens matematiskt-historiska forskningar har emellertid GERHARDTS upptäckt förlorat all betydelse. WAPPLER har nämligen 1887 visat, [11]) att det ifrågavarande manuskriptet icke härrör från medlet af 1400-talet, utan är skrifvet först i början af 1500-talet. Å andra sidan har man börjat sätta i fråga, om icke de ställen i PEURBACHS aritmetik, där additions-

---

[8]) Se SUTER, *Geschichte der mathematischen Wissenschaften.* 1. *Zweite Auflage* (Zürich 1873), sid. 172. — I P. LE COURS *Historisk Mathematik* (Kjöbenhavn 1888) läses å sid. 333: »Ligeledes er vort Tegn + og vort Tegn — ikke ældre end fra Slutningen af det 16de Årh.» (*möjligen* är här 16 tryckfel för 15). — ZEUTHEN anmärker å sid. 291 i *Forelæsning over Mathematikens Historie* (Kjöbenhavn 1893) beträffande matematikens ståndpunkt vid 1400-talets slut: »Af de tekniske Hjælpemidler kjendtes almindelig Tegn for + og — nemlig $\bar{p}$ og $\bar{m}$, og enkelte andre», hvaraf synes, som om han ej ansett själfva tecknen + och — hafva varit i bruk vid 1400-talets slut.

[9]) GERHARDT, *Zur Geschichte der Algebra in Deutschland.* II. Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1870, sid. 147.

[10]) Jämför TREUTLEIN, *Die deutsche Coss.* Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 2, 1879, sid. 29.

[11]) WAPPLER, *Zur Geschichte der deutschen Algebra im XV. Jahrhundert* (Zwickau 1887), sid. 3, not. 2.

och subtraktionstecken omnämnas, äro en senare tillsats af någon utgifvare af PEURBACHS arbete.[12])

För närvarande vet man således med säkerhet blott, att tecknen + och — icke anträffats i något tryckt arbete före 1489; väl är det tämligen säkert, att WIDMANN ej själf uppfunnit tecknen,[13]) men å andra sidan hafva de ej återfunnits i någon handskrift, som med visshet härrör från tiden före 1480-talet. För öfrigt må tilläggas, att WIDMANN icke använder + och — såsom additions- och subtraktionstecken i allmänhet; de förekomma nämligen blott vid ett särskildt räknesätt, den s. k. »regula falsi», och + utmärker närmast en positiv korrektion, samt — på samma sätt en negativ korrektion. Såsom vanliga additions- och subtraktionstecken hafva + och —, så vidt kändt är, blifvit i tryck begagnade först af GRAMMATEUS i en 1518 utgifven räknebok.[14])

Om det således tills vidare får anses oafgjordt, hvem som först användt tecknen + och — såsom additions- och subtraktionstecken, så synes samma förhållande gälla äfven beträffande frågan, huruvida dessa tecken blifvit valda på måfå, eller om något sakligt skäl funnits för valet af dem. Försök att utfinna sådana skäl hafva dock icke saknats. Det första försöket i denna riktning synes hafva blifvit gjordt 1847 af DE MORGAN; [15]) denne skarpsinnige matematiker ville från inderna härleda minustecknet och medelbart äfven plustecknet. För att utmärka de

---

[12]) Jämför CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 2 (Leipzig 1892), sid. 166.

[13]) Då CANTOR (anf. arb. 2, sid. 211) af WIDMANNS uttalande: »was — ist das ist minus und das + ist mer» drager den slutsatsen, att tecknen + och — icke af WIDMANN införas såsom en nyhet, så synes mig denna slutsats ej oomtvistlig. Enligt min åsikt visa WIDMANNS ord, att termerna *minus* och *mer* varit förut använda, men icke att båda tecknen + och — redan då voro i bruk. Att tecknet — någongång förekommer i den handskrifna samling af räkneexempel, hvilken WIDMANN begagnat vid utarbetandet af sin räknebok, torde icke hafva mycket att betyda, då handskriften ganska väl kan härröra just från den tid, då WIDMANN var sysselsatt med sitt arbete.

[14]) Se GERHARDT, *Geschichte der Mathematik in Deutschland* (München 1877), sid. 54.

[15]) DE MORGAN, *Arithmetical books* (London 1847), sid. 19.

subtraktiva termerna i ett uttryck satte nämligen de indiska matematikerna punkter öfver koefficienterna till dessa termer; utdrages nu punkten, så att den bildar ett litet streck, och sättes detta streck *framför* koefficienten i stället för öfver densamma, är minustecknet färdigt, och plustecknet erhålles sedan genom att förse minustecknet med ett tvärstreck.

Denna rent ohistoriska förklaring öfvergaf dock DE MORGAN senare och framställde i stället en annan sådan,[16]) den s. k. varumagasinsteorien (*warehousetheory*). Han utgick därvid från den observationen, att tecknen + och — hos WIDMANN användes vid frågor om priserna på vissa varumängder, och att de, såsom redan förut framhållits, egentligen utmärkte korrektioner, som borde anbringas. Vissa varor, så tänkte sig nu DE MORGAN saken, såldes i kistor, hvilka borde väga t. ex. 4 centner; det visade sig emellertid ofta, att vikten af en enskild kista var något mindre än den normala, och om undervikten var t. ex. 5 marker, så angafs detta genom att å kistan först anteckna den normala vikten och sedan efter ett skiljestreck tillägga undervikten, så att anteckningen på kistan fick utseendet: 4 C — 5 M. Hade däremot kistan mer än den normala vikten, hvilket borde hafva inträffat mindre ofta, försåg man skiljetecknet med ett tvärstreck, och anteckningen fick då utseendet: 4 C + 5 M. Då således — tydligen utmärkte en negativ korrektion och + en positiv korrektion, låg det nära till hands att i allmänhet använda det förra, då ett tal skulle frándragas från ett annat, samt det senare, då ett tal skulle läggas till ett annat, och på detta sätt hade tecknen + och — blifvit allmänna tecken för addition och subtraktion.

Enligt ett tredje, mycket nära till hands liggande, förklaringssätt är + en grafisk förenkling af första bokstafven *p* i ordet plus, och — på samma sätt en grafisk förenkling af första

---

[16]) DE MORGAN, *History of the signs + and —*. The atheneum 1864, 2: sid. 376. — *On the early history of the signs + and —*. Transactions of the philosophical society of Cambridge **11**, 1866, sid. 203—212.

bokstafven *m* i ordet minus.[17]) Till stöd för denna förklaring kunde också anföras, att själfva bokstäfverna *p* och *m* användes både af CHUQUET (1484) och PACIUOLO (1494).

För ett par år sedan har LE PAIGE angifvit ett nytt förklaringssätt för tecknet +. Han har nämligen visat, att ett snarlikt tecken under medeltiden ofta användes såsom förkortning för *et*, och då å andra sidan ordet *et* under medeltiden ofta begagnades såsom additionsord, så skulle + hafva kommit att blifva additionstecken.[18]) Till detta förklaringssätt har äfven MORITZ CANTOR anslutit sig, men under det att LE PAIGE fasthåller vid DE MORGANS senare förklaring af minustecknet, har CANTOR upptagit en af ZANGEMEISTER uttalad förmodan, att — är det s. k. *obelos*, som de alexandrinska grammatikerna satte framför en versrad för att utmärka, att den var oäkta och därför borde uteslutas.[19]) Minustecknet är därför enligt CANTOR egentligen ett uteslutningstecken, som genom en obetydlig modifikation af betydelsen kommit att blifva subtraktionstecken.

Af de nu anförda förklaringssätten lämnar jag å sido DE MORGANS första försök och ZANGEMEISTERS hypotes om minustecknet; båda dessa förklaringar äro nämligen enligt min åsikt blott ohistoriska gissningar. De förklaringssätt, hvilka böra närmare pröfvas, äro alltså följande:

1) — är ursprungligen ett skiljestreck, som sattes framför en negativ korrektion, och + är ett med tvärstreck försedt skiljestreck, som sattes framför en positiv korrektion;

2) — är en grafisk förenkling af *m*, + en grafisk förenkling af *p*;

3) + är en grafisk förenkling af *et*.

---

[17]) Jämför CANTOR, anf. arb. 2, sid. 293; BALL, *A short account of the history of mathematics. Second edition* (London 1893), sid. 211. — Det är mig ej bekant hvem som först framställt denna förklaring.

[18]) LE PAIGE, *Sur l'origine de certains signes d'opération.* Annales de la société scientifique de Bruxelles 1892. Jag har ej haft tillgång till denna uppsats, utan känner LE PAIGES förklaringssätt blott genom CANTORS anf. arb. 2, sid. IV—V.

[19]) CANTOR, anf. arb. 2, sid. V.

Vid första påseendet kan det nog förefalla, som om LE PAIGES förklaring af plustecknet skulle vara att föredraga; emellertid möter vid densamma en svårighet, som först nyligen har blifvit påpekad af CANTOR.[20]) Det blir nämligen af nöden att söka på något rimligt sätt förklara, huru tecknet + kommit att kallas *plus* i stället för *et*. Samma svårighet förefinnes äfven i fråga om DE MORGANS »varumagasinsteori», där man måste kräfva en förklaring, huru positiva och negativa korrektioner kommit att utmärkas just genom orden plus och minus. Den nu framställda anmärkningen träffar tydligen icke det andra förklaringssättet, men innan detta kan godkännas, måste i stället utredas, om orden plus och minus bevisligen användts såsom tekniska termer *före* tecknen + och —, och någon sådan utredning har, så vidt jag vet, ännu ej blifvit förebrakt. De, som förklarat + och — vara grafiska förenklingar af p och m, hafva uppenbarligen utgått från den tysta förutsättningen, att orden plus och minus från början användts i den betydelse, de nu äga inom matematiken, men det är lätt att inse, att denna förutsättning icke är självklar. Ty lika litet, som det är af sig självt klart, att man på svenska skall uttrycka summan af 7 och 3 genom orden: »sju mer tre» och skilnaden mellan 7 och 3 genom orden »sju mindre tre», lika litet är det af sig självt klart, att man under medeltiden skulle begagna orden plus och minus såsom additions- och subtraktionstermer.

Innan man kan bestämma sig för något af de tre förklaringssätten för tecknen + och —, måste man således företaga en historisk undersökning om termerna plus och minus Det ligger därvid nära till hands att antaga, att dessa termer, i likhet med vissa andra matematiska uttryck, äro genom ordagrann öfversättning hämtade från grekiskan eller arabiskan. Så synes emellertid icke vara förhållandet. Åtminstone har jag ej lyckats hos grekiska eller arabiska författare finna några allmänt använda termer, af hvilka plus och minus skulle vara omedel-

[20]) CANTOR, *Question 5.* L'intermédiaire des mathématiciens **1**, 1894, sid. 2.

bara öfversättningar. DIOFANTOS använder stundom orden *προςλαβών* eller *μετά* framför den storhet, som skall adderas, och orden *λείψει* eller *παρά* (med ackusativus) framför den storhet, som skall subtraheras,[21]) men från dessa ord lära plus och minus knappast kunna vara öfversatta. Beträffande de arabiska matematikernas arbeten har jag visserligen varit hufvudsakligen hänvisad till de öfversättningar som af WOEPCKE, MARRE, m. fl. blifvit utgifna, och den omständigheten, att jag icke i dessa öfversättningar lyckats återfinna några ursprungsord till plus och minus, bevisar icke, att, sådana ord ej funnits.[22]) Mera vikt torde man få lägga därpå, att termerna plus och minus icke synas förekomma såsom vedertagna benämningar i den från medeltiden härrörande latinska öfversättning af ALKHWAREZMIS Algebra, hvilken LIBRI utgifvit i första delen af *Histoire des sciences mathématiques en Italie.*[23]) I denna öfversättning uttryckes t. ex. [24]) $100 + x^2 - 20x$ genom: »centum atque census exceptis viginti radicibus» eller: »centum et census diminutis viginti radicibus», hvadan alltså i stället för plus användas orden *atque* eller *et* och i stället för minus orden *exceptus* eller *diminutus.*[25]) Möjligt är ju dock, att en noggrannare undersökning af själfva originalen skulle kunna uppdaga några arabiska förebilder till orden plus och minus.

---

[21]) Se t. ex. DIOPHANTI *Alexandrini Opera omnia ed.* P. TANNERY **1** (Leipzig 1893) sid. 122: ὁ ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον; sid. 158: δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ α^ου καὶ γ^ου μετὰ Μ̊ιβ ποιεῖν □^ον; sid. 114: ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, λείψει τοῦ λοιποῦ; sid. 122: ὁ μείζων τοῦ ἐλασσονός ἐστι τετραπλασίων παρὰ μονάδα. — Då TANNERY å sid. 13 öfversätter orden: λεῖψις ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν med »minus in plus facit minus», så återger han därmed DIOFANTOS' mening, men någon ordagrann öfversättning har han knappast lämnat.

[22]) ALKALSADI använder visserligen ordet *illâ* (utom) såsom subtraktionsterm, men dels lär detta ord knappast kunnat på latin öfversättas med minus, dels lefde ALKALSADI på 1400-talet (han dog 1477 eller 1486), och långt dessförinnan hade minus blifvit en allmänt använd term.

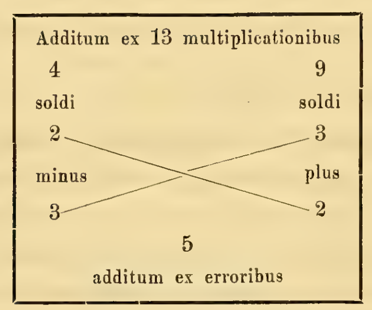
[23]) LIBRI, anf. arb. **1** (Paris 1838), sid. 253—289.

[24]) LIBRI, anf. arb. **1**, sid. 269, 273.

[25]) Undantagsvis förekommer äfven ordet minus användt såsom subtraktionsterm, t. ex. å sid. 267: »dragma minus sexta in dragmam minus sextam».

Det äldsta matematiska arbete, där jag lyckats återfinna båda orden plus och minus använda såsom särskilda termer, är LEONARDO PISANOS *Liber abbaci*, författad 1202 och ånyo genomsedd 1228. Dock äger i fråga om de två ordens användning en ej oväsentlig olikhet rum. Båda orden begagnas nämligen såsom ett slags rubriker vid »regula falsi» eller *regula elchatayn* (regeln med de två felen), såsom LEONARDO PISANO själf kallar den, och därvid betyder plus »positivt fel» och minus »negativt fel», men ordet minus begagnas dessutom på en mängd ställen såsom subtraktionsord, under det att ordet plus, då det användes för att sammanbinda två addender, alltid synes kunna öfversättas med »mera än» eller »ytterligare», och således icke egentligen är någon matematisk term.

För att åskådliggöra användningen af de båda orden vid »regula falsi», meddelar jag här nedan den sista af de tre figurer, genom hvilka LEONARDO PISANO visar tillvägagåendet vid nämda räknesätt. [26])



Frågan gäller lösningen af ett problem, som algebraiskt uttryckes genom ekvationen $5x = 13$. För att finna värdet af den obekanta storheten insätter LEONARDO PISANO försöksvis två olika värden 2 och 3; genom det förra värdet blir vänstra ledet 3 enheter för litet, genom det senare värdet åter 2 enheter för stort, eller, med andra ord; å den bekanta storheten 13 måste i förra fallet anbringas en negativ korrektion 3 och i senare

[26]) LEONARDO PISANO, *Scritti pubblicati da* B. BONCOMPAGNI 1 (Roma 1857), sid. 319.

fallet en positiv korrektion 2 för att ekvationen skall kunna äga bestånd. För att erhålla det riktiga värdet af den obekanta storheten bör man enligt LEONARDO PISANO först korsvis med hvarandra multiplicera antagandena och felen eller korrektionerna, vidare addera de båda sålunda funna produkterna och slutligen dividera summan med summan af korrektionerna. På detta sätt blir

$$x = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{2 + 3} = \frac{13}{5}.$$

Att metoden i detta särskilda fall är riktig, behöfver icke bevisas; att den åter är generellt användbar, beror därpå, att man enligt densamma ur ekvationen

$$ax = b$$

erhåller, om x_1 och x_2 äro de båda försöksvis insatta värdena,

$$x = \frac{x_1(b - ax_2) - x_2(b - ax_1)}{b - ax_2 - (b - ax_1)},$$

där uttrycket till höger om likhetstecknet efter vederbörliga reduktioner befinnes vara just $\frac{b}{a}$.

Vid redogörelsen för tillvägagåendet kallar LEONARDO PISANO det under plus stående talet »error additus» och det under minus stående talet »error diminutus». Man kan således med skäl återgifva orden plus och minus med »positivt fel» och »negativt fel» eller, hvilket i sak är detsamma, »positiv korrektion» och »negativ korrektion».

Såsom egentligt subtraktionsord begagnas ordet minus, enligt hvad jag ofvan anmärkt, af LEONARDO PISANO på ett stort antal ställen. För att blott anföra ett enda exempel, läses i sjunde delen af *Liber abbaci*:[27]) »$\frac{1}{1}\frac{3}{2}$ unius piscis, minus denariis 13, equantur duobus piscibus, minus denariis 7: quare si comuniter addantur denarii 13, ueniet quod $\frac{1}{1}\frac{3}{2}$ unius piscis equantur duobus piscibus, et denariis 6». Här kan man tydligen ej öfversätta

[27]) LEONARDO PISANO, anf. arb. sid. 277.

minus med »mindre än», enär i sådant fall meningen skulle blifva att 13 denarier — $\frac{13}{12}$ fiskar vore lika med 7 denarier — 2 fiskar; af de följande orden framgår dock, att $\frac{13}{12}$ fiskar — 13 denarier skola sättas lika med 2 fiskar — 7 denarier. Å andra sidan förekommer visserligen ordet minus på några ställen utan att vara subtraktionsterm, t. ex. i uttrycket: [28]) »quibus insimul iunctis, faciunt 15; que sunt 1, minus de 16», hvilket uttryck tydligen måste öfversättas med: »om dessa adderas, uppkommer 15, som är 1 mindre än 16» (icke 1 — 16!).

Hvad angår ordet plus, begagnas det af LEONARDO PISANO, så vidt jag kunnat finna, aldrig såsom särskild teknisk term. Vanligen betyder ordet »mer än», t. ex. i uttrycket: [29]) »Proponatur diuidere 11 in duas partes, quarum secunda multiplicata per 10 faciet $\frac{1}{4}$30, plus multiplicatione prime partis in 9», där man tydligen bör öfversätta: Det begäres att dela 11 i två sådana delar a och b, att $10b$ är $30\frac{1}{4}$ mer än $9a$, d. v. s. $10b = 9a + 30\frac{1}{4}$. Såsom additionsord begagnas i stället vanligen *et*, stundom *cum*, t. ex.: [30]) »erunt $\frac{9}{16}$ census, et denarii 25, que equantur censui, et rebus $\frac{1}{2}$4», d. v. s. $\frac{9}{16}(x^2 + 25) = x^2 + 4\frac{1}{2}x$, och: »$\frac{1}{8}$ eiusdem summe cum denariis 5». Någongång finner man hos LEONARDO PISANO såsom additionsterm *et plus*, hvarvid *et* utan tvifvel är det egentliga additionsordet, och *plus* bör öfversättas med »ytterligare», t. ex. i uttrycket: [31]) »ergo habet $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6, et plus $\frac{5}{6}$ unius denarii».

Men om således ordet plus icke af LEONARDO PISANO begagnades såsom matematisk term, användes det dock i sådan ställning, att det lätt nog kunde öfvergå till en dylik term, och då å andra sidan ordet minus förekom såsom subtraktionsterm, låg det säkerligen nära till hands att låta det motsvarande ordet plus[32]) blifva ett verkligt additionsord. Hvem som först användt

---

[28]) LEONARDO PISANO, anf. arb. sid. 309.

[29]) LEONARDO PISANO, anf. arb. sid. 208.

[30]) LEONARDO PISANO, anf. arb. sid. 421, 193.

[31]) LEONARDO PISANO, anf. arb. sid. 194.

[32]) Någongång begagnar LEONARDO (se t. ex. anf. arb. sid. 208) ordet *magis* för »mer än».

ordet i denna egenskap, är mig ej bekant; hos LEONARDO PISANOS yngre samtida JORDANUS NEMORARIUS synes det ej förekomma.[33]) Det äldsta arbete, där jag funnit ordet plus, eller rättare sagdt dess italienska form *più*, såsom additionsord, är en italiensk algebra af okänd författare; handskriften härtill ägdes på 1840-talet af LIBRI, hvilken uppgaf den härröra från 1300-talet och aftryckte den i ett tillägg till sitt förut citerade matematiskt-historiska arbete.[34]) I denna algebra finner man jämte ordet *meno* äfven ordet *più* såsom teknisk term; så t. ex. förekommer på ett ställe uttrycket:[35]) »la sua radice vale la cosa più il dimezzamento de li censi». Dock användes äfven här *e* vanligen såsom additionsord, och detta ord, eller dess synonymer *et* och *und*, bibehöll sig under hela medeltiden, samt började först mot slutet af 1400-talet att undanträngas af ordet plus;[36]) icke ens REGIOMONTANUS synes hafva användt sistnämda ord.[37]) Först CHUQUET (1484) och PACIUOLO (1494) begagna, den förre orden *plus* och *moins*, den senare orden *più* och *meno* såsom additions- och subtraktionsord.[38]) WIDMANN (1489) an-

[33]) I skriften *De numeris datis* använder JORDANUS NEMORARIUS orden *et* eller *cum* såsom additionsord; ordet *minus* förekommer någongång såsom subtraktionsord; se t. ex. CURTZE, *Commentar zu dem »Tractatus de numeris datis» des Jordanus Nemorarius.* Zeitschr. für Mathem. **36**, 1891; Hist. Abth. sid. 136: »$\frac{3}{4}$ quadrati et $4\frac{1}{2}$ radicis minus $\frac{1}{2}$ radicis et 3 valent 25», d. v. s. $\frac{3}{4}x^2+4\frac{1}{2}x-(\frac{1}{2}x+3)=25$.

[34]) Se LIBRI, anf. arb. **3**, sid. 302–349.

[35]) LIBRI, anf. arb. **3**, sid. 309.

[36]) I den handskrifna samling af räkneexempel, hvilka WIDMANN begagnat, och om hvilken här ofvan (se s. 246, not. 13) talats, förekommer ordet *minner* såsom subtraktionsord, men såsom additionsord begagnas alltid *vnnd* (jfr. CANTOR, anf. arb. **2**, sid. 221). På samma sätt användes i den s. k. Bamberg-räkneboken af år 1483 visserligen ordet *minner* (närmast i betydelse af tara eller afdrag) men icke ordet plus eller dess motsvarande tyska ord (se CANTOR, anf. arb. **2**, sid. 205).

[37]) I arbetet *De triangulis omnimodis* använder REGIOMONTANUS *et* såsom additionsord. Såsom subtraktionsord förekommer stundom minus begagnadt; se t. ex. L. II prop. 12: »linea *be* erit 20. demptis duabus rebus, et ejus medietas *bd* 10. minus 1. re, reliqua vero *dg* erit 10. et una res» (jfr NESSELMANN, anf. arb. s. 56).

[38]) I *Le triparty en les sciences* begagnar CHUQUET utan åtskilnad ordet *plus* och förkortningen $\bar{p}$, samt ordet *moins* och förkortningen $\bar{m}$ — förkortningarna dock oftare än orden. Såsom prof på användningen af orden må anföras

vänder, såsom i not. 13 å s. 246 framhållits, orden *mer* och *minus* liksom tecknen + och —, men egentligen blott för att utmärka positiva och negativa korrektioner.[39]) En påminnelse om, att orden och tecknen ursprungligen haft en sådan betydelse, torde för öfrigt äfven ligga i följande förklaring, hvilken så sent som 1540 gifves i RECORDES *Grounde of artes*: »+ betokeneth too muche, as this line —, plaine without a crosse line, betokeneth too little».[40])

Af den nu verkställda undersökningen framgår, att orden plus och minus under medeltiden begagnades dels för att vid »regula falsi» utmärka positiva och negativa korrektioner, dels såsom additions- och subtraktionsord. Såsom subtraktionsord vann minus redan tidigt insteg, under det att det egentliga additionsordet ända inemot medeltidens slut var *et*, så att ordet plus eller dess synonymer (*più*, *mer*) först vid 1400-talets utgång erhöll allmännare användning.[41]) I alla händelser är det

uttrycken: »14. plus R². 180 dont sa racine seconde si est .3. p̄. R².5», och: »Si R².48. et R².80 estoient notees de ce vocable *moins* . . . la racine . . . seroit .2. m̄ R².3. m̄ .R².5» (se Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **13**, 1880, sid. 655, 708). — I *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita* begagnar PACIUOLO likaledes orden *piu* och *meno* jämte förkortningarna *p̄* och *m̄*. I de hos LIBRI, anf. arb. **3**, sid. 287, 294 aftryckta styckena förekomma t. ex. uttrycken: »24. piu 8 cose» och »28 men R. 464». Jfr äfven CANTOR, anf. arb. **2**, sid. 322, 292.

[39]) Redan DE MORGAN har påpekat, att hos WIDMANN förekomma uttryck sådana som: »addir + vnd —», hvarmed menas, att vid förenklingen af ekvationen $12x + 37 = 15x - 44$, de efter tecknen + och — följande talen 37 och 44 borde adderas. Tecknen + och — utmärka således i detta uttryck närmast »den positiva korrektionen» och »den negativa korrektionen» (jfr DE MORGAN, *On the early history of the signs + and —*. Transactions of the philosophical society of Cambridge **11**, 1866, sid. 207).

[40]) Se BALL, anf. arb. sid. 218.

[41]) I Sverige synes det hafva dröjt långt in på 1600-talet, innan orden plus och minus började begagnas. Väl använde RIZANESANDER i förbigående tecknet + på ett ställe i sin handskrifna räknebok (1601), men ordet plus förekommer ej, och i stället för »minus 1» säger han »itt ringare». På samma sätt förekomma visserligen tecknen + och — vid redogörelsen för »regula falsi» i AURELII räknebok (första upplagan 1614), men icke häller AURELIUS använder orden plus och minus, utan säger, att + betyder *excess* och — *defect*. Däremot återfinnas båda orden plus och minus i tryck i AGRELII räknebok (första upplagan 1655); möjligen äro de använda äfven af någon bland AGRELII föregångare. I STIERNHJELMS handskrifna *Algebra suethica*

dock konstateradt, att orden plus och minus varit i bruk långt före den första kända användningen af tecknen + och —. Den tysta förutsättning, som man gjort, då man förklarat dessa tecken såsom grafiska förenklingar af p och m, är således riktig. Däremot har undersökningen icke gifvit något direkt stöd för detta förklaringssätt, men den har å andra sidan icke häller lämnat någon ledning för besvarande af frågan, på hvilket sätt tecknen + och —, om de icke anses vara förkortningar af p och m, kunnat få *namnen* plus och minus. På grund häraf synes det mig svårt att för närvarande acceptera LE PAIGES hypotes för plustecknets uppkomst. Mindre betänkligheter hyser jag däremot i fråga om DE MORGANS förklaringssätt, och jag är därför böjd att i viss mån ansluta mig till detsamma, dock så att jag vill lämna oafgjordt, om tecknen + och — bildats på det af honom angifna sättet eller på annan väg, t. ex. genom grafisk förenkling af p och m. Saken skulle således förhålla sig på följande sätt.

Under 1400-talet kommo tecknen + och — af någon anledning att användas för att vid »regula falsi» utmärka positiva och negativa korrektioner, och då vid »regula falsi» dessa korrektioner ända sedan 1200-talet betecknades med orden plus och minus, samt då å andra sidan dessa samma ord nästan lika länge användts såsom additions- och subtraktionsord, kommo tecknen + och — att blifva additions- och subtraktionstecken. Möjligen kan den definitiva formen för plustecknet i någon mån hafva tagit intryck af förkortningstecknet för *et*, därför att sistnämda ord under medeltiden äfven användes såsom additionsord.

(1639) begagnas orden *mer* och *mindre* i st. f. plus och minus (se HULTMAN, *Svenska aritmetikens historia*; Tidskrift för matematik och fysik **3**, 1870, sid. 68). I sammanhang härmed må påpekas, att den första svenska lärobok, där tecknen + och — användes, icke är STIERNHIELMS *Algebra suethica*, såsom HULTMAN uppgifver i *Svenska aritmetikens historia* (se nyss anf. ställe **3**, 1870, sid. 67). Redan två år tidigare brukades båda tecknen i tryck i GESTRINII *In geometriam Euclidis demonstrationum libri sex* (Upsala 1637; se t. ex. sid. 128, 131), och de förekomma äfven i GESTRINII handskrifna föreläsningskurser (jfr DAHLIN, *Bidrag till de matematiska vetenskapernas historia i Sverige före 1679*. Upsala universitets årsskrift 1875, sid. 95, 99, 105).

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 242.)

Kjöbenhavn. *Commissionen for Ledelsen af de geologiske og geographiske Undersögelser i Grönland.*
Meddelelser om Grönland. H. 3: Forts. 3—4; 7; 11: Suppl.; 13. 1890—94. 8:o.
— *Naturhistorisk Forening.*
Videnskabelige Meddelelser. (5) Aarg. 5(1893). 8:o.
— *Dansk meteorologisk Institut.*
Meteorologisk Aarbog. 1892: D. 3. Fol.
Lansing. *Michigan mining school.*
WADSWORTH, M. E., A paper on the Michigan mining school. 1894. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 14: N:o 5. 1894. 8:o.
London. *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 5. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 65—66(1894): 4. 8:o.
Proceedings. Session 1893/94: N:o 136—137. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 50(1894): P. 2. 8:o.
— *Microscopical society.*
Journal. 1894: P. 2. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 55(1894/95): N:o 332. 8:o.
— *Zoological society.*
Transactions. Vol. 13: P. 8. 1894. 4:o.
Proceedings. 1893: P. 4. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 88. 8:o.
London, Ont. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 26(1894): N:o 4. 8:o.
Marseille. *Faculté des sciences.*
Annales. T. 3: Fasc. 4. 1893. 4:o.
Melbourne. *Royal society of Victoria.*
Proceedings. N. S. Vol. 6. 1894. 8:o.
México. *Sociedad científica »Antonio Alzate».*
Memorias y revista. T. 7(1893/94): N:o 7—10. 8:o.
Middelburg. *Zeeuwsch genootschap der wetenschappen.*
Archief. D. 7: St. 3. 1893. 8:o.
Levensberichten van Zeeuwen. Afl. 4. 1893. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1893: Bd 2: H. 4. 8:o.
Odessa. *Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.*
Mémoires. T. 18: P. 1. 1893. 8:o.
Mémoires de la section mathématique. T. 15. 1893. 8:o.

Paris. *Observatoire municipal de Montsouris.*
Annuaire. Année 1894. 12:o.

Philadelphia. *Geographical club.*
Bulletin. Vol. 1: N:o 2. 1894. 8:o.
Charter, by-laws, list of members. 1894, Jan. 8:o.

Pisa. *Società Toscana di scienze naturali.*
Atti. Memorie. Vol. 13. 1894. 8:o.
» Processi verbali. Vol. 9(1894—96): p. 1—62. 8:o.

Port-of-Spain. *Victoria institute of Trinidad.*
Proceedings. P. 1. 1894. 8:o.
Guppy, R. J. L., The Microzoa of the tertiary and other rocks of Trinidad and the West Indies. 1893. 8:o.

Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 1(1893): P. 2: 11. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 3(1894): Fasc. 1—2. 8:o.
» Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 3(1894): Sem. 1: Fasc. 5—7. 4:o.

St. Petersburg. *Physikalisches Centralobservatorium.*
Repertorium für Meteorologie. Bd 16. 1893. 4:o.
— *Bibliothèque de l'université impériale.*
Scripta botanica Horti universitatis imperialis Petropolitanæ. T. 1: Fasc. 1—2; 2: 1—3; 3: 1—3; 4: 1. 1886—93. 8:o.
Записки историко-филологическаго факультета. Ч. 33—34. 1893—94. 8:o.
— *Observatoire central Nicolas, Poulkova.*
Publications. (2) Vol. 1. 1893. 4:o.
Observations de Poulkovo. Vol. 10. 1893. 4:o.
Russische Expedition zur Beobachtung des Venusdurchgangs 1874. Abth. 1. 1891. 4:o.
Wittram, Th., Tables auxiliaires pour la détermination de l'heure par des hauteurs correspondantes de différentes étoiles. 1892. 8:o.

Strassburg. *K. Universität.*
Akademiskt tryck. 1892/93. 92 st.

Sydney. *Australian museum.*
Catalogue of the Australian birds. P. 4. 1894. 8:o.
— *Government observatory.*
Results of rain, river, and evaporation observations made in New South Wales. 1892. 8:o.
Russell, H. C., 4 småskrifter. 8:o.

Trieste. *Osservatorio astronomico-meteorologico.*
Rapporto annuale. Vol. 8(1891). 4:o.

Tufts College, Mass. *Tufts college library.*
Studies. N:o 1. 1894. 8:o.

Washington. *U. S. Coast and geodetic survey.*
Report of the superintendent. Year 1890/91: P. 2. 8:o.

Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Denkschriften. Philos.-hist. Cl. Bd 42. 1893. 4:o.
Sitzungsberichte. Philos.-hist. Cl. Bd 129(1893). 8:o.

Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Math.-naturwiss. Cl. 1893. 8:o.
Abth. 1. Bd 102: H. 1—7.
» 2a. Bd 102: H. 1—7.
» 2b. Bd 102: H. 1—7.
» 3. Bd 102: H. 1—7.
Archiv für österreichische Geschichte. Bd 78: H. 2; 79: 1—2; 80: 1. 1892—93. 8:o.
Mittheilungen der prähistorischen Commission. Bd 1: N:o 3. 1893. 4:o.
Almanach. Jahrg. 43(1893). 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1894: N:o 1—4. 8:o.
— *K. K. Gradmessungs-Bureau.*
Astronomische Arbeiten. Bd 5. 1893. 4:o.
Zürich. *Schweizerische geodätische Commission.*
Das schweizerische Dreiecknetz. Bd 6. 1894. 4:o.

Af Hr Dr O. Nordstedt:
Separater ur Botaniska notiser. 1893.
Af frih. A. E. Nordenskiöld:
Olaus Magnus, Opera breve. [Facsimile.] Sthlm 1887. 4:o.
Af M:rs Carvill Lewis:
Lewis, H. C., Papers and notes on the glacial geology of Great Britain and Ireland. Lond. 1894. 8:o.

Af författarne:
Arnell, H. W., Moss-studier. Lund 1894. 8:o.
Aurivillius, Chr., Svenska fåglarna. Sthlm 1894. 8:o.
Dahlstedt, H., Anteckningar till kännedomen om Skandinaviens Hieracium-flora. 1. Sthlm 1894. 4:o.
Nathorst, A. G., Zur fossilen Flora der Polarländer. Th. 1: Lief. 1. Sthlm 1894. 4:o.
Nyrén, M., Déclinaisons moyennes des étoiles principales pour l'époque 1885.0. St.-Pétersb. 1893. 4:o.
Hale, G. E., Spectroscopic notes from the Kenwood observatory. 1893. 8:o.
Macfarlane, A., The principles of elliptic and hyperbolic analysis. Boston 1894. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS

FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 6.

Onsdagen den 6 Juni.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot Professorn i statsvetenskap vid universitetet i Leipzig WILHELM ROSCHER med döden afgått.

Friherre NORDENSKIÖLD lemnade redogörelse för resultatet af den borrning i urberget, som utförts på Lotsverkets bekostnad å Arkö lotsstation vid inloppet till Bråviken, och som närmast haft till ändamål att åt lotspersonalen derstädes förskaffa njutbart vatten, hvilket också på ett djup af 34 meter erhållits i mer än tillräcklig mängd. Äfven ur vetenskaplig synpunkt erbjuder de vunna resultaten ett ej ringa intresse.

Sekreteraren meddelade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar: 1:o) »Zur kinetischen Theorie der Gase», af Docenten H. PETRINI*; 2:o) »Om upptäckten af sättet att medels differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll», af Amanuensen G. ENESTRÖM*.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

Martius, C. F. Ph., Eichler, A. G., Urban, I., Flora Brasiliensis. Fasc. 115—116. Lips. 1894. Fol.

Stockholm. *Kongl. Biblioteket.*

Handlingar. 2(1879), 6(1883)—16(1893). 8:o.

— *Geologiska föreningen.*

Credner, H., Die Stegocephalen und Saurier aus dem Rothliegenden des Plauen'schen Grundes. Th. 10. Berl. 1894. 8:o.

Göteborg. *K. Vetenskaps och Vitterhets samhället.*

Handlingar. H. 26—29. 1891—94. 8:o.

Amsterdam. *Société mathématique.*

Revue semestrielle de publications mathématiques. T. 1(1893): P. 1—2; 2(1894): 1. 8:o.

Basel. *Naturforschende Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd 9: H. 3. 1893. 8:o.

Belfast. *Natural history and philosophical society*

Report and proceedings. Session 1892/93. 8:o.

Berlin. *K. Preussisches meteorologisches Institut.*

Ergebnisse der Niederschlags-Beobachtungen i. J. 1892. 4:o.

— *K. Preussische geologische Landesanstalt.*

Jahrbuch. Bd 13(1892). 8:o.

Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Bulletin. (3) T. 27(1894): N:o 3—4. 8:o.

— *Société Belge de microscopie.*

Annales. T. 18: Fasc. 1. 1894. 8:o.

Bulletin. Année 20(1893/94): N:o 5—6. 8:o.

Budapest. *K. Ungarische geologische Anstalt.*

Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). Kötet 24(1894): 1—5. 8:o.

Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*

Anales. T. 35(1893): Entr. 6; 36(1893): 1—2. 8:o.

Chapel Hill. *Elisha Mitchell scientific society.*

Journal. Year 4(1887): P. 1; 5(1888): 1; 8(1891): 1. 8:o.

Erlangen. *Physikalisch-medicinische Societät.*

Sitzungsberichte. H. 25(1893). 8:o.

Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*

Nachrichten. Philol.-hist. Kl. 1894: N:r 1. 8:o.

Harlem. *Société hollandaise des sciences.*

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 27: Livr. 4—5; 28: Livr. 1. 1894. 8:o.

(Forts. å sid. 306.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 6.
Stockholm.

Zur kinetischen Theorie der Gase.

Von H. PETRINI.

(Mitgetheilt den 6 Juni 1894 durch M. FALK.)

Bei der Darstellung der kinetischen Theorie der Körper scheint man sich nicht bemüht zu haben die mechanischen Begriffe selbst kinematisch zu fassen, und das gilt insbesondere von dem *Drucke* und der *Temperatur*. Wenn die Mechanik eine mathematisch logische und nicht eine empirische Wissenschaft zu werden strebt, so müssen die Grundprincipien, welche ursprünglich empirisch gefunden sind, so weit wie möglich rein mathematisch gefasst werden. Man hat daher bei der ursprünglich empirisch gegebenen Fassung der Grundbegriffe das Wesentliche abzusondern und dasselbe als apriorische Forderungen, welche diese Begriffe erfüllen sollen, aufzufassen. Sodann hat man in der — hier kinetischen — Theorie zu suchen, ob es irgend welche mathematisch bestimmte Quantitäten giebt, die die nämlichen Forderungen erfüllen, und in wie weit diese Quantitäten mit denjenigen der empirisch gegebenen Theorie übereinstimmen.

Um die Methode klarer darlegen zu können, will ich dieselbe auf die einfachste Form der kinetischen Gastheorie anwenden, wobei es auch einleuchtend wird, in wie weit diese elementare Theorie mit der Erfahrung übereinstimmt.

Die einfachsten Annahmen über die Natur der Gase von kinetischem Standpunkte aus scheinen die folgenden zu sein:

1:o) Das Gas besteht aus Molekülen, die sich wie gleich grosse, glatte, vollkommen elastische, unendlich kleine Kugeln verhalten.

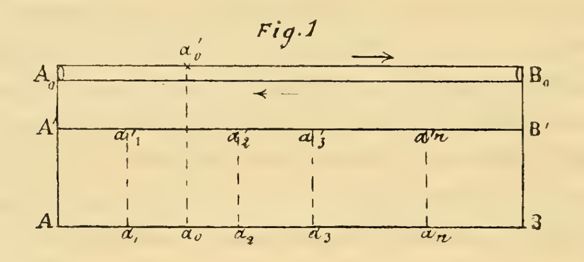
2:o) Die gegenseitige Einwirkung der Moleküle ist dieselbe wie beim geraden Stoss.

Auf Grund der Annahme 2:o muss sich jedes Partikelchen immer in einer Geraden bewegen, wodurch nur ein-dimensionale Bewegung untersucht zu werden braucht.

Einige Probleme bezüglich den Stoss elastischer Kugeln werden vorausgeschickt.

§ 1. **Stoss elastischer Kugeln.**

Problem 1. Zwei Kugeln mit gleicher Masse stossen gegen einander; die Bewegung zu bestimmen. Bekanntlich tauschen die Kugeln ihre Geschwindigkeiten aus.



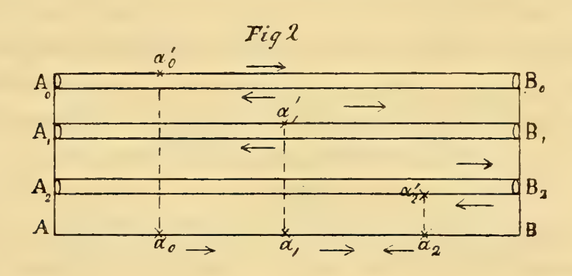
Problem 2. Mehrere Kugeln befinden sich zwischen zwei elastischen festen Wänden. Alle befinden sich anfangs in Ruhe mit Ausnahme von einer. Den Bewegungszustand in jedem folgenden Augenblicke zu bestimmen. Die Kugeln werden als unendlich klein angesehen und ihre Massen sind gleich.

Auf Grund des Problemes 1 wird unmittelbar einleuchtend, dass die Bewegung dieselbe wird, als ob die ursprünglich in Bewegung gesetzte Kugel sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegte (ganz wie wenn die übrigen Kugeln nicht existirten), gegen die Wand reflektirt würde und in derselben Weise zurückkehrte. Die Bewegung kann durch das folgende Diagramm veranschaulicht werden.

Es seien A_0 und B_0 (Fig. 1.) zwei unendlich kleine Rollen, über welche eine endlose Kette, welche die unendlich kleine Kugel

α'_0 trägt, sich mit der Geschwindigkeit v_0 in der Richtung des Pfeiles bewegt. Es sei $A'B'$ eine Gerade, die gleich und $\parallel A_0B_0$ ist; auf $A'B'$ befinden sich die unendlich kleinen Kugeln $\alpha'_1\alpha'_2 \ldots \alpha'_n$ in Ruhe. Endlich sei $A\alpha_1\alpha_0\alpha_2 \ldots \alpha_n B$ die Projektion von $A_0\alpha'_1\alpha'_0\alpha'_2 \ldots \alpha'_n B_0$ auf eine mit $A_0B_0 \parallel$ Gerade. Die Figur $A\alpha_1\alpha_0\alpha_2 \ldots \alpha_n B$ verhält sich dann, als ob A und B zwei fixe elastische Wände wären, $\alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_n$ elastische Kugeln, die sich anfangs in Ruhe befanden, und α_0 eine mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 versehene elastische Kugel.

Problem 3. Die Lagen und Geschwindigkeiten mehrerer Kugeln sind in einem gewissen Augenblicke bekannt; die Kugeln sind unendlich klein, ihre Massen sind gleich und ihre Bewegungen sind durch zwei feste elastische Wände begrenzt. Den Bewegungszustand in jedem folgenden Augenblicke zu bestimmen. Man

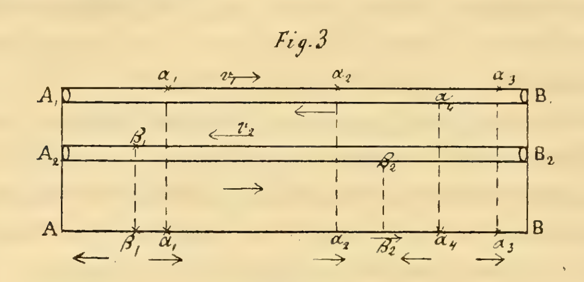


ersieht unmittelbar auf Grund des vorigen, dass der Bewegungszustand durch folgendes Diagramm repräsentirt werden kann. A_0A und B_0B (Fig. 2) sind zwei $\parallel$ Geraden, die Geraden A_0B_0, $A_1B_1, \ldots A_nB_n$ sind $\perp A_0A$; $A_0B_0 \ldots A_nB_n$ sind $n+1$ Paare kleine Rollen, je mit einer Kette versehen, worauf sich je ein Partikelchen $\alpha'_0\alpha'_1\alpha'_2 \ldots \alpha'_n$ befindet, und welche sich mit einer konstanten Geschwindigkeit v_ν $(\nu = 0, 1, 2 \ldots n)$ bewegt. Die Projectionen auf AB der Punkte $\alpha'_0 \ldots \alpha'_n$ stellen die augenblicklichen Lagen der Kugeln dar, und die Geschwindigkeit jeder Kugel ist gleich der Geschwindigkeit desjenigen Punktes, dessen Projection die augenblickliche Lage der Kugel darstellt.

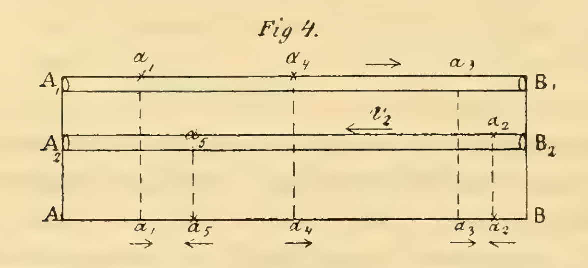
Specialfall: Die Kugeln haben nur zwei verschiedene Geschwindigkeiten und zwar so, dass sie in zwei Gruppen mit je

gleicher Geschwindigkeit vertheilt werden können. Der Bewegungszustand wird durch die Projektionen von zwei Ketten dargestellt, die mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegt werden und worauf je eine Gruppe befestigt ist.

Problem 4. Es seien die Wände nicht elastisch, sondern so beschaffen, dass die Kugeln mit konstanter aber für die beiden



Wände verschiedener Geschwindigkeit zurückgestossen werden. Der Bewegungszustand wird durch folgendes Diagramm dargestellt. Es seien (fig. 4) A_1B_1, A_2B_2, AB wie vorher zwei sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegende endlose Ketten



und deren Projektionen; die Partikelchen befinden sich nur auf dem oberen Theile jeder Kette und werden bei den Endpunkten augenblicklich von der einen Kette auf die andere übertragen.

§ 2. Druck.

Der Druck wird gewöhnlich als die Änderung an Bewegungsmenge definirt, welche von der Wand dem Körper in der Zeiteinheit zugetheilt wird. Bekanntlich ist dann

$$p = \frac{1}{3} Nmu^2 \tag{1}$$

wo p der Druck, N die Zahl der Moleküle der Volumeneinheit, m der Mittelwerth der Masse der Moleküle und u der Mittelwerth ihrer Geschwindigkeiten ist.

Diese Definition giebt doch nicht einen direkten Ausdruck der unmittelbaren Wirkung des Druckes, welcher in einem Streben besteht die Berührungsfläche zwischen zwei Körpern zu versetzen. Wenn man jedoch immer diese Definition beibehalten will, muss man sich erst davon überzeugen, dass stets die diesbezügliche Anforderung erfüllt sei.

Apriorische Anforderung an den Druck: Wenn ein ruhender Körper von einem anderen Körper in der Weise berührt wird, dass die Berührungsfläche unbeweglich ist, so haben die beiden Körper denselben Druck; wenn aber die Berührungsfläche sich nach dem einen Körper zu bewegt, so hat dieser anfangs einen kleineren Druck.

Um die von den Gasen geltenden Ausdrücke gebrauchen zu können werden wir ein System gleicher Kugeln, die sich längs einer Gerade bewegen, einen *eindimensionalen* Gas nennen. Der Einfachheit wegen werden wir anfangs annehmen, dass alle gleich grosse Geschwindigkeit haben, und dass alle Zusammenstösse gleichzeitig geschehen. Es sei ein so beschaffenes Gas zwischen zwei völlig elastischen (»adiathermanen») Wänden eingeschlossen; m und u seien die Masse und die Geschwindigkeit der einzelnen Moleküle, N deren Anzahl, M und U die Gesammtmasse und totale lebendige Kraft (»innere Energi») des Systems. Dann ist

$$\begin{cases} M = Nm \\ U = \frac{1}{2} Nmu^2 . \end{cases} \tag{2}$$

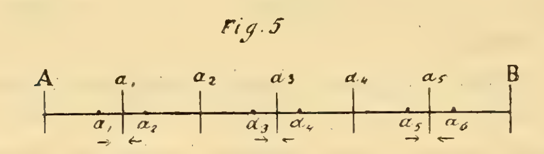
Gesetzt, es bewege sich die halbe Anzahl der Moleküle in jeder Richtung, und es seien v das (lineare) Volumen des Systems, λ der Abstand zwischen zwei benachbarten Molekülen von derselben Geschwindigkeitsrichtung, τ die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstössen verflossene Zeit. Wenn der Be-

wegungszustand vollkommen regelmässig ist, wie Fig. 5 andeutet, ist

$$(3) \qquad \left| \begin{array}{l} v = \frac{1}{2} N\lambda \\ \tau = \frac{\lambda}{u}. \end{array} \right.$$

In der Figur 5 sind $Aa_1 a_2 \ldots a_5 B$ diejenigen Punkte, wo die Zusammenstösse geschehen, $\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_6$ sind die Moleküle, von denen je zwei benachbarte sich in entgegengesetzter Richtung bewegen.

Es ist jetzt leicht zu ersehen, wie die genannte Anforderung an den Druck für derartige Systeme erfüllt werden soll. Wenn nämlich jenseits B sich ein anderes gleichartiges System befindet, und wenn man die Wand B entfernt, so kann der Punkt B



fortwährend als ein Grenzpunkt der Systeme betrachtet werden, wenn in einem gewissen Augenblicke ein Zusammenstoss zwischen den äussersten Kugeln der beiden Systeme da geschieht, und wenn

$$\tau' = \tau$$

ist, wo τ' der dem zweiten System entsprechende Werth von τ bezeichnet. Denn wie gross auch die Geschwindigkeit der Grenzkugel α_6 nach dem Zusammenstosse sei, so wird doch die Kugel α_5 ihre Geschwindigkeit der Kugel α_6 nach einem Stosse abgeben, so dass diese Kugel exakt nach der Zeit τ wieder in den Punkt B eintrifft, und dies gilt, bis *alle* Kugeln des Systems ihre Geschwindigkeit wegen des Austauschs an B geändert haben; da dasselbe von dem zweiten Systeme gilt, so wird man die Richtigkeit der Behauptung einsehen. Die apriorische Anforderung an den Druck kann also folgendermassen ausgesprochen werden:

$$(4) \qquad \begin{cases} p' \gtreqless p & \text{je nachdem} \\ \tau' \lesseqgtr \tau \end{cases}$$

wo die Bedeutung der Ungleichheiten unmittelbar ersichtlich ist. Dass diese Forderung mit der gewöhnlichen Anschauung von dem Drucke übereinstimmt, wird ferner unten (S. 273) gezeigt werden.

§ 3. Arbeit.

Definition 1. Arbeit ist die Energie, welche einem System dadurch zugeführt wird, dass die Lage der Begrenzung geändert wird.

Gesetzt, es sei ein System zwischen den Wänden A und B (Fig. 5) eingeschlossen. Wenn die Wand B unmittelbar nach einem Zusammenstosse mit dem Moleküle α_6 mit einer Geschwindigkeit, die kleiner als u ist, gegen α_5 verschoben und in ihre neue Lage fixirt wird, ehe α_6 nach dem Zusammenstosse mit α_5 die Wand zum zweiten Mal getroffen hat, so wird dabei die Geschwindigkeit keines Moleküls geändert. Die Gesammtenergie des Systems ist also unverändert, obschon das Volumen verringert und der Druck vergrössert worden ist. Keine äussere Arbeit ist also bei dieser Verkleinerung des Volumens geleistet worden. Auf diese Weise kan man das Volumen beliebig verkleinern, wie aus einem Diagramme (vgl. § 1) leicht ersichtlich ist, ohne äussere Arbeit zu leisten.[1]) Obschon eine derartige Verfahrungsweise in abstracto denkbar ist, so wird sie sich kaum wirklich realisiren, wenn die Anzahl der Moleküle sehr gross ist. Man hat statt dessen anzunehmen, dass die Verkleinerung des Volumens dadurch geschieht, dass die Grenze B sich mit einer kontinuirlichen Geschwindigkeit bewegt, die während einer kurzen Zeit als konstant angenommen werden kann.

---

[1]) Diese Bemerkung, die eine der Voraussetzungen des ersten Hauptsatzes betrifft, ist analog der bekannten Maxwell'schen betreffend das Clausius'sche Princip, das eine Voraussetzung für den zweiten Hauptsatz ist.

Bewegt sich also B während der Zeit δt mit der Geschwindigkeit δu den Weg δv gegen A, so ist

$$\delta u = \frac{\delta v}{\delta t}.$$

Jedes Partikelchen, das an die Wand B stösst, bekommt eine Vermehrung an Geschwindigkeit von

$$2\delta u$$

weil die relative Geschwindigkeit nach wie vor dem Zusammenstosse dieselbe ist. Die Anzahl derjenigen Partikelchen, die diesen Zuwachs bekommen, ist, wie man an einem Diagramme leicht sieht, gleich

$$\frac{1}{2} N \frac{\delta v}{v} + \frac{\delta t}{\tau}.$$

Der Zuwachs an lebendiger Kraft des Systems ist also

$$\delta U = \frac{1}{2} m \left[(u + 2\delta u)^2 - u^2\right]\left(\frac{1}{2} N \frac{\delta v}{v} + \frac{\delta t}{\tau}\right)$$

oder gemäss (2) und (3)

$$(5) \qquad \delta U = M (u + \delta u)^2 \frac{\delta v}{v}.$$

Wenn δu unendlich klein gegen u angenommen wird, so ist die Arbeit

$$(5^*) \qquad \delta U = M u^2 \frac{\delta v}{v}$$

also unabhängig von der Geschwindigkeit der Grenze und nur abhängig von der Grösse der Verschiebung derselben.

Wird die Grösse des Druckes in gewöhnlicher Weise berechnet, so ist an der Wand B

der Zuwachs an Bewegungsgrösse $= 2m(u + \delta u)$,

die Anzahl der Stösse in der Zeiteinheit $= \frac{1}{2} N \frac{\delta v}{v} \cdot \frac{1}{\delta t} + \frac{1}{\tau}$

und also der Druck

$$p = 2m(u + \delta u) \cdot \left(\frac{1}{2} N \frac{\delta v}{v} \cdot \frac{1}{\delta t} + \frac{1}{\tau}\right)$$

oder

(6) $$p = \frac{M(u + \delta u)^2}{v}.$$

Die in der gewöhnlichen Weise definirte Arbeit wird, wenn man

$$\delta v = - dv$$

setzt,

(7) $$\delta A = - p dv$$

was mit dem Ausdrucke (5) übereinstimmt. Ist δu unendlich klein im Vergleich zu u, so kann man (6) auch schreiben:

(6*) $$p = \frac{Mu^2}{v}.$$

§ 4. Wärme.

Definition 2. Wärme ist die Energie, welche einem System zugeführt wird, wenn die Lage der Grenze unverändert wird.

Gesetzt, die Wände A und B seien fest und so beschaffen, dass alle Kügelchen, die gegen A stossen, mit derselben Geschwindigkeit u_1 zurückgestossen werden, und dass bei B die Kügelchen in derselben Weise mit der Geschwindigkeit u_2 zurückkehren. Der Einfachheit wegen wird angenommen, dass alle benachbarten Kugeln, welche dieselbe Geschwindigkeit haben, gleich entfernt von einander sind. Der Bewegungszustand kann durch ein Diagramm (Fig. 6) repräsentirt werden.

Es sei n_1, bzw. n_2 die Anzahl derjenigen Partikelchen, welche die Geschwindigkeit u_1 resp. u_2 haben. Dann ist mit selbstverständlicher Benennung

$$n = n_1 + n_2, \quad n_1 = \frac{v}{\lambda_1}, \quad n_2 = \frac{v}{\lambda_2}, \quad \tau_1 = \frac{\lambda_1}{u_1}, \quad \tau_2 = \frac{\lambda_2}{u_2}.$$

Da bei stationärem Bewegungszustand nothwendig

$$\tau_1 = \tau_2$$

so wird

$$\lambda_1 = \frac{u_1 + u_2}{u_2} \cdot \frac{v}{n}, \quad \lambda_2 = \frac{u_1 + u_2}{u_1} \cdot \frac{v}{n}$$

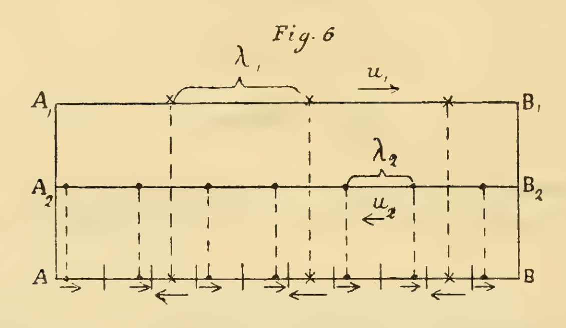
$$n_1 = \frac{u_2}{u_1 + u_2} \cdot n, \quad n_2 = \frac{u_1}{u_1 + u_2} \cdot n$$

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{u_1 + u_2}{u_1 u_2} \cdot \frac{v}{n} = \tau.$$

Der Druck ist

$$p = m(u_1 + u_2)\frac{1}{\tau} \tag{8}$$

$$\therefore p = M\frac{u_1 u_2}{v}. \tag{8*}$$



Diejenige Energiemenge, welche während der Zeitenheit dem Systeme durch die Wand A mitgetheilt wird, ist ebenso gross wie diejenige, welche durch die Wand B abgeleitet ist. Ihre Grösse ist

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{1}{2}m\left(u_1^2 - u_2^2\right)\frac{1}{\tau}$$

oder gemäss (8)

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{1}{2}p(u_1 - u_2) \tag{9}$$

und folglich von v unabhängig. Die totale Energie des Systems ist

$$U = \frac{1}{2}m\left(n_1 u_1^2 + n_2 u_2^2\right)$$

$$\therefore U = \frac{1}{2}pv. \tag{10}$$

Ist U_1, bzw. U_2 die totale Energie der sich mit der Geschwindigkeit u_1 resp. u_2 bewegenden Kugeln, so ist

$$U_1 = \frac{1}{2} m n_1 u_1^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} m n_2 u_2^2$$

$$(11) \qquad \left| \begin{array}{l} \therefore U_1 = \dfrac{u_1}{u_1 + u_2} U \\ U_2 = \dfrac{u_2}{u_1 + u_2} U. \end{array} \right.$$

Denkt man sich die Wände A und B weggenommen, so bleibt der Zustand des Gases derselbe, wenn es bei A und B an andere Gaze grenzt, welche von derselben Natur sind und für welche τ denselben Werth hat. Der Druck dieser Gase ist auch durch (8) repräsentirt und hat denselben Werth wie denjenigen des zwischen A und B befindlichen Gases. Wenn aber für ein Gas, z. B. dasjenige, welches sich hinter B befindet, $\tau' \mp \tau$ ist, so wird der Druck

$$(8:1) \qquad p' = m(u_1 + u_2) \frac{1}{\tau'}.$$

Wenn

$$\tau < \tau'$$

ist, so wird sich die Grenze B rechts bewegen; aber dann ist auch laut (8) und (8 : 1)

$$p > p'.$$

Die ursprüngliche Definition des Druckes stimmt also mit der apriorischen Anforderung überein, dass ein höherer Druck eine Bewegung der Grenze in der Richtung nach dem niedrigeren Drucke bedingt.

§ 5. Temperatur.

Apriorische Anforderung. Wenn zwei Systeme sich berühren und in relativem Gleichgewicht sind, d. h. gleichen Druck haben, so haben sie gleiche Temperatur, wenn keine Energie von dem einen auf das andere übergeführt wird; wenn aber Energie von dem einen auf das andere übergeführt wird, so hat das erste eine höhere Temperatur als das zweite. Wird die Temperatur mit T_1 bzw. T_2 bezeichnet, so ist infolge (9)

$$T_1 \gtreqless T_2$$

je nachdem

$$u_1 \gtreqless u_2$$

ist.

Da jedoch die beiden Systeme einander gleich sind, so können sie als ein einziges betrachtet werden, woraus erfolgen würde, dass Energie (»Wärme») sich in einem System in einer gewissen Richtung fortpflanzen könnte, obschon das System in dieser Richtung in der Weise homogen ist, dass die Temperatur konstant ist. Dies streit scheinbar gegen die obige Definition der Temperatur, dieser Umstand ist aber so zu erklären, dass der Körper in jedem Punkte in der That zwei Temperaturen hat, welche den Geschwindigkeiten u_1 und u_2 entsprechen. Die Partikelchen werden also ihre resp. Temperaturen austauschen, wie sie beim Zusammenstosse auch ihre Geschwindigkeiten austauschen. Der angegebene Paradoxus streitet also nicht gegen die Definition, sondern gegen den Erfahrungssatz — wenn man diese Resultate auf wirkliche Körper überträgt — dass ein Körper von niedrigerer Temperatur nach der Wärmemittheilung nicht höhere Temperatur bekommen kann als diejenige, welche die höhere Wärmequelle *nach* der Wärmemittheilung hat; da aber dieser Erfahrungssatz dem ganzen Körper und der genannte Umstand nur den einzelnen Molekülen gilt, so kann der letztere nicht als gegen den ersteren streitend angesehen werden. Man muss also ansehen, es sei der Körper einigermassen polarisirt, so

dass er verschiedene Temperaturen in verschiedenen Richtungen hat. Ein derartiges Phänomen ist noch nicht erfahrungsmässig bekannt worden, was seine Ursache darin haben muss, dass die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 im Inneren des Körpers ausgeglichen werden. Wir werden jetzt zu einigen generellen Betrachtungen übergehen.

§ 6. Verschiedenartige Media.

1. *Stoss zweier Kugeln.* Wenn zwei Partikelchen von den Massen m und m' sich gegen einander mit den Geschwindigkeiten u_1 und u'_1 bewegen und nach dem Stosse die Geschwindigkeiten u_2 und u'_2 in entgegengesetzten Richtungen bekommen, so ist bekanntlich

$$(13)\qquad \begin{cases} u_2 = u_1 - 2V \\ u'_2 = u'_1 + 2V \\ V = \dfrac{mu_1 - m'u'_1}{m + m'} . \end{cases}$$

2. *Druck.* Für zwei Systeme, deren Kugeln die Massen m und m' haben, ist nach (8)

$$p = m\frac{(u_1 + u_2)}{\tau}, \quad p' = \frac{m'\left(u'_1 + u'_2\right)}{\tau} .$$

Nach (13) ist

$$m(u_1 + u_2) = \frac{2mm'}{m + m'}\left(u_1 + u'_1\right) = m'\left(u'_1 + u'_2\right)$$

folglich

$$(14)\qquad p\tau = p'\tau' = \frac{2mm'}{m + m'}\left(u_1 + u'_1\right) .$$

Wenn die Systeme einander berühren und im Gleichgewicht sind, so ist

$$\tau = \tau'$$

also nach (14)

$$p = p' .$$

Wenn aber

$$\tau > \tau'$$

ist, so wird die Grenze sich gegen das Innere desjenigen Mediums bewegen, dessen Kugeln die Masse m haben; dann ist also nach (14)

$$p < p'.$$

Die apriorische Anforderung an den Druck (S. 267) ist folglich auch in diesem Falle erfüllt.

3. *Wärme.* Die vom Partikelchen m an m' bei einem Stosse abgegebene Energie ist

$$\delta U = \frac{1}{2} m u_1^2 - \frac{1}{2} m u_2^2 = \frac{2mm'}{m+m'} \left(u_1 + u_1'\right) V.$$

Wenn die beiden Systeme im Gleichgewicht sind, so ist $\tau = \tau'$, und folglich ist die während der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{\delta U}{\tau}$$

also nach (14)

$$\therefore \left(\frac{dU}{dt}\right) = p V. \tag{15}$$

4. *Temperatur.* Nach der Definition der Temperatur T muss

$$T \gtreqless T'$$

sein, je nachdem

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) \gtreqless 0$$

ist, d. h., da p immer als positiv anzusehen ist, je nachdem

$$V \gtreqless 0$$

ist oder nach (13) je nachdem

$$m u_1 \gtreqless m' u_1'$$

ist. Man kann daher

$$T_1 = F(m u_1) \tag{16}$$

setzen, wo F eine mit der Veränderlichen wachsende Funktion ist, u_1 die Geschwindigkeit derjenigen Partikelchen, welche sich gegen das andere System bewegen, und T_1 die entsprechende Temperatur. In derselben Weise ist für die andere Richtung die Temperatur

$$T_2 = F(mu_2) \tag{16:1}$$

wo dieselbe Funktionsform wie in (16) zu wählen ist, denn, wenn $u_1 = u_2$ ist, so muss auch $T_1 = T_2$ sein.

5. *Der sogenannte zweite Hauptsatz und die Temperaturskala.* Wenn einem Systeme Wärme zugeführt wird und die Grenzen zugleich geändert werden, d. h. äussere Arbeit geleistet wird, so ist nach dem Prinzipe der lebendigen Kraft

$$dU = \delta Q + \delta A \tag{17}$$

wo dU der Zuwachs an Energie des Systems, δQ die zugeführte Wärme und δA die auf das System ausgeübte äussere Arbeit ist. Hierdurch ist eine Erweiterung der vorigen (S. 271) Definition der Wärme auf den Fall, dass die Grenzen geändert sind, eingeführt, wobei die Wärme δQ diejenige Energiemenge ist, welche einem Systeme zugeführt wird, mit Abzug von der auf dasselbe System ausgeübten äusseren Arbeit.

Nach (7) (10) (17) ist

$$\delta Q = \frac{1}{2} d(pv) + pdv = \frac{1}{2} vdp + \frac{3}{2} pdv = \frac{1}{2} pvdl(pv^3) \tag{17:1}$$

woraus hervorgeht, dass

$$(T) = pvF(pv^3) \tag{18}$$

der allgemeine integrirende Divisor in δQ ist, wo F eine willkürliche Funktionsform bedeutet. Nennt man

$$S = \int \frac{\delta Q}{T} \tag{19}$$

die *Entropie*, so wird

$$S = \frac{1}{2} \int \frac{dpv^3}{pv^3 F(pv^3)} = F_1(pv^3) . \tag{20}$$

Für eine adiabatische Veränderung — wo $\delta Q = 0$ ist — muss nach (17 : 1)

$$pv^3 = \text{konst.} \tag{21}$$

sein.

Von den integrirenden Divisoren ist derjenige besonders bemerkenswerth, wo F gleich einer Konstante C ist. Dann erhält man nach (8*)

$$(T) = CMu_1u_2 \,.$$

Wenn

$$u_1 = u_2 = u$$

ist, so ist

$$(T) = CMu^2$$

und nach (16) und (16 : 1)

$$T_1 = T_2 = T = F(mu) \,.$$

Hieraus geht hervor, dass man die Temperaturskala so wählen kann, dass

$$T = (T)$$

wird, indem man

$$F(mu) = \varkappa(mu)^2 \tag{22}$$

wählt, wo $\varkappa$ eine von m unabhängige Konstante ist.

Wir werden allgemein die willkürliche Funktion F gemäss (22) specializiren, was darauf hinauskommt, dass die Temperaturskala in der Weise bestimmt wird, dass T, wenn $u_1 = u_2$, ein integrirender Divisor in δQ wird. Man ersieht unmittelbar, dass dies nur dann möglich ist, wenn $F(vp^3) =$ Konst. ist wie oben. Man hat dann

$$\left\{\begin{aligned} pv &= Mu_1u_2 \\ T_1 &= \varkappa m^2u_1^2 \\ T_2 &= \varkappa m^2u_2^2 \\ T &= \sqrt{T_1T_2} = \varkappa m^2u_1u_2 \\ \therefore \frac{pv}{T} &= \frac{M}{\varkappa m^2} = \frac{n}{\varkappa m} \end{aligned}\right. \tag{23}$$

Der geometrische Mittelwerth T zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 für die beiden Richtungen wird zweckmässig die Temperatur des ganzen Systems genannt, obschon diese Quantität nicht die Anforderung (S. 274) erfüllt. Die Einheit der Temperatur wird dann zweckmässig so gewählt, dass

$$\varkappa = 1 \tag{23:1}$$

wird. Dagegen ist der zweite Hauptsatz durch diese Definition von dem Mittelwerth der Temperatur erfüllt, indem

$$\frac{\delta Q}{T}$$

eine exakte Differentiale ist. Die letzte Formel in (23) stimmt mit der Mariotte-Gay-Lussac'schen Regel überein.

6. *Veränderte Avogadro'sche Regel.* Wir können aber noch einen Schritt weiter gehen. Wenn zwei Körper denselben Druck, dasselbe Volumen und dieselbe Temperatur haben, so ist

$$\frac{pv}{T} = \frac{p'v'}{T'}$$

und folglich nach (23)

$$\frac{n}{m} = \frac{n'}{m'} \tag{24}$$

ein Resultat, welches gegen die für dreidimensionale ideelle Gase geltende Avogadro'sche Regel

$$n = n' \tag{24*}$$

völlig streitet.

7. *Specifische Wärme.* Nach (10) und (23) ist

$$U = \frac{1}{2}\frac{M}{m^2}T. \tag{25}$$

Für die specifischen Wärmen gelten bekanntlich folgende Formeln

$$\left\{\begin{aligned} c_v &= \frac{1}{M}\frac{\partial U}{\partial T} \\ c_p &= c_v + \frac{T}{M\dfrac{\partial T}{\partial v}\cdot\dfrac{\partial T}{\partial p}} \end{aligned}\right. \tag{26}$$

woraus man erhält

$$(27)\qquad \begin{cases} c_v = \dfrac{1}{2m^2} \\[2ex] c_p = \dfrac{3}{2m^2} \\[2ex] \therefore \dfrac{c_p}{c_v} = 3\,. \end{cases}$$

Die Gleichung (21) kann also auch so geschrieben werden

$$(21\,{}^*)\qquad p v^{\frac{c_p}{c_v}} = \text{konst.}$$

Die letzte der Gleichungen (23) kann man schreiben

$$(23^*)\qquad \frac{pv}{T} = M(c_p - c_v)\,.$$

Die Formeln (21*) und (23*) stimmen mit bekannten Formeln aus der allgemeinen Gastheorie überein.

8. *Wärmeleitungskoefficienten.* Wenn das Gas in wärmeleitender Verbindung mit einem anderen Gase steht, und die Temperaturen der Gase in der Richtung gegen ihre gemeinsame Grenze T_1 und T'_1 sind, so ist nach (13) und (23)

$$(28)\qquad \begin{aligned} u_2 &= u_1 - 2V \\ V &= \frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T'_1}}{m + m'}\,. \end{aligned}$$

Nach (9) ist die dem ersten Systeme mitgetheilte Wärmemenge

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{1}{2} p(u_1 - u_2)$$

$$(29)\qquad \therefore \left(\frac{dU}{dt}\right) = pV$$

und folglich nach (28)

$$(29^*)\qquad \left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{p}{m + m'}\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T'_1}\right)\,.$$

Will man den geometrischen Mittelwerth T (Gl. (23)) der Temperaturen T_1 und T_2 einführen, so hat man

$$T = m^2 u_1 u_2$$
$$T' = m'^2 u_1' u_2'$$
$$u_2 = u_1 - 2V$$
$$u_2' = u_1' + 2V$$
$$(m + m')V = mu_1 - m'u_1'$$

woraus sich ergiebt

$$T - T' = (m'^2 - m^2)V^2 . \tag{30}$$

Aus (29) erhält man also

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{p}{\sqrt{m'^2 - m^2}} \cdot \sqrt{T - T'} \tag{29**}$$

welche Formel jedoch für $m' = m$ unbrauchbar wird. Schreibt man die Formel (29*)

$$\left\{\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dt}\right) &= h(T_1 - T_1') \\ h &= \frac{p}{m + m'} \cdot \frac{1}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_1'}} \end{aligned}\right. \tag{31}$$

so ist h der äussere Wärmeleitungskoefficient.

Nach (9) und (23) ist diejenige Wärmemenge, welche während der Zeiteinheit ein Medium durchmacht,

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \frac{1}{2}\frac{p}{m}(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}) \tag{32}$$

oder

$$\left\{\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dt}\right) &= k(T_1 - T_2) \\ k &= \frac{p}{2m} \cdot \frac{1}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}} \end{aligned}\right. \tag{32*}$$

wo k eine Art innerer Wärmeleitungskoefficient ist.

§ 7. Unregelmässige Systeme.

1. *Stabilität.* Wenn zwei verschiedene Systeme von demselben Drucke aber von verschiedener Temperatur mit einander in Berührung sind, und wenn ihre gemeinsame Grenze ein wenig verschoben wird, so bekommt diese eine Tendenz in ihre ursprüngliche Lage zurückzukehren oder um dieselbe zu oscilliren, was a priori schon daraus hervorgeht, dass es keine andere Gleichgewichtslage giebt, und die Verschiebung nicht ins Unendliche fortgehen kann, woraus folgt, dass diese Gleichgewichtslage, als die einzige, stabil sein muss. Ein direkter Beweis der Stabilität kann folgendermassen dargestellt werden.

Es sei B die Grenze zwischen den Systemen AB und BC, welche mit einander im Gleichgewicht sind. Wenn B gegen A verschoben wird, welches dadurch geschehen kann, dass das dem Systeme BC zugehörige Grenzpartikelchen ein wenig in das Gebiet des Systemes AB verschoben wird, so werden die Zusammenstösse der AB-Partikel häufiger vorkommen, wodurch das fragliche Grenzpartikelchen häufiger in Richtung nach C gestossen wird als vorher; auf ähnliche Weise wird es weniger häufig in der Richtung nach A gestossen. Hieraus geht hervor, dass es eine Tendenz hat nach seiner Gleichgewichtslage zurückzukehren, und folglich ist das Gleichgewicht oder, exacter ausgedrückt, der stationäre Bewegungszustand stabil. Dieser Vorgang kann folgendermassen bildlich veranschaulicht werden: die fragliche Verschiebung von B nach A zu hat eine Verdichtung im Systeme AB in der Nähe von B verursacht, die sich wie eine Welle nach A fortpflanzt und dort reflektirt wird, worauf sie wieder nach B zurückkehrt und das Grenzpartikelchen gegen seine ursprüngliche Lage zurückstösst. In derselben Weise entsteht im Systeme BC eine Verdünnung, die sich nach C fortpflanzt, in C reflektirt wird und nach B zurückkommt um B in der Richtung gegen C, d. h. gegen seine ursprüngliche Lage, zu bewegen. Man ersieht leicht, dass B auf diese Weise um seine Gleichgewichtslage zu oscilliren beginnt.

2. *Die Krönig'sche Theorie.* Auf Grund der obigen Betrachtungen über die Stabilität findet man leicht, dass die Bedingung an vollständiger Regelmässigkeit der im Vorigen betrachteten Systeme fortfallen kann und die hergeleiteten Formeln ganz allgemein von unregelmässigen linearen Systemen gelten, wenn nur die Zahl der Moleküle gross ist, und man Mittelwerthe von den $\lambda_1 \lambda_2 \tau_1 \tau_2$ nimmt, während die einem Systeme zugehörigen Massen fortwährend gleich gross angenommen werden.

Wenn man aber die Theorie linearer Systeme auf ein System von drei Dimensionen erweitern will, hat man nur anzunehmen, dass die Partikelchen dieses Systems in drei gleiche Gruppen eingetheilt sind, deren Geschwindigkeiten $\perp$ sind; in jeder Gruppe werden die Partikelchen in Reihen geordnet angenommen. Allgemeiner kann angenommen werden, dass die Reihen symmetrisch nach allen Richtungen hin geordnet sind. Auf jede Reihe einzeln kann die Theorie linearer Systeme angewandt werden. Wenn wir der Einfachheit wegen nur drei $\perp$ Richtungen annehmen, so ist die totalmasse eines Würfels von der Seitenfläche $\omega = a^2$

$$\mathfrak{M} = 3M\nu$$

wo M die Masse einer Reihe ist und ν die Anzahl der Reihen von jeder einzelnen Richtung. Der totale Druck auf ω ist nach (8)

$$P = M\nu \frac{u_1 u_2}{a} = \frac{1}{3} \mathfrak{M} \frac{u_1 u_2}{a}$$

wo a die Länge einer Kante des Würfels ist. Es sei

$$p = \frac{P}{\omega}$$

der Druck auf der Flächeneinheit

$$\because \; p = \frac{1}{3} \mathfrak{M} \frac{u_1 u_2}{v} \tag{33}$$

weil das Volumen

$$v = a^3$$

ist. Wie oben (S. 280) erhält man für $u_1 = u_2 = u$

$$(34)\quad \left\{ \begin{aligned} & U = \frac{1}{2} Mu^2 \\ & c_v = \frac{1}{2m^2} \\ & c_p = \frac{5}{6m^2} \\ & \frac{c_p}{c_v} = {}^5/_3 \\ & \frac{vp}{T} = \frac{1}{3}\frac{M}{m^2} = M(c_p - c_v)\,. \end{aligned} \right.$$

Der Werth von $\frac{c_p}{c_v}$ stimmt mit demjenigen einatomiger Gase (Hg) überein.

3. *Nicht stationäre Zustände.* Im § 1 haben wir gesehen, wie sich der Bewegungszustand eines beliebigen linearen Systems ändert, wenn dieses von zwei festen elastischen Wänden begrenzt wird. In diesem Falle wird der Bewegungszustand den allgemeinen Karakter des Anfangszustandes immer beibehalten, so dass er sich keinem bestimmten Endzustand nähert. In § 4 haben wir angenommen, dass die Wände so eingerichtet sind, dass die Partikelchen mit konstanter Geschwindigkeit zurückgestossen werden, so dass ein stationärer Endzustand bald eintritt; wie es aber möglich ist solche Wände herzustellen ist nicht gezeigt. Wir werden jetzt zeigen, dass der Bewegungszustand sich einem solchen von dem anfänglichen Bewegungszustande unabhängigen Endzustand dann wirklich unbegrenzt nähert, wenn das System AB von zwei anderen Systemen begrenzt ist, die in der Richtung nach AB konstante Temperaturen besitzen. Der Einfachheit wegen werden wir erst einen spezielleren Fall behandeln.

a. Gesetzt, es sei ein System AB einerseits von einer festen elastischen Wand A und andererseits, bei B, von einem Systeme BC von konstanter Temperatur T', in der Richtung nach B,

d. h. dessen sich gegen B bewegende Partikelchen eine konstante Geschwindigkeit u' haben, begrenzt. Der anfängliche Bewegungszustand des Systemes AB ist willkürlich angenommen. Wir werden beweisen, dass das System AB nach einem Zustande strebt, wo alle Partikelchen gleich grosse Geschwindigkeit haben, und dass diese Geschwindigkeit so bestimmt ist, dass die beiden Systeme im Temperaturgleichgewicht sind.

Das zu AB gehörige Grenzpartikelchen habe anfangs die nach B gerichtete Geschwindigkeit u_1. Nach dem Zusammenstosse mit dem zu dem Systeme BC gehörigen Grenzpartikelchen wird seine Geschwindigkeit nach A gerichtet und gleich u_2, wo

$$(35) \qquad \begin{cases} u_2 = au_1 + bu' \\ a = 1 - \dfrac{2m}{m + m'} \\ b = \dfrac{2m'}{m + m'} \end{cases}$$

wo m und m' die Massen der Partikelchen sind. Diese Geschwindigkeit u_2 wird dem nächsten Partikelchen des Systemes AB mitgetheilt, pflanzt sich von Partikel zu Partikel nach A fort und wird dort reflektirt; nach einer gewissen Zeit

$$(36) \qquad t_1 = \frac{2v}{u_2}$$

wo v das (lineare) Volumen des Systems AB ist, hat das betreffende Grenzpartikelchen die Geschwindigkeit u_2, aber jetzt nach B gerichtet, zurückbekommen. Durch den nächsten Stoss wird u_2 gegen eine andere Geschwindigkeit u_3 ausgetauscht. Ähnlich wie in *Gl.* (35) erhält man

$$u_3 = au_2 + bu' = a^2u_1 + abu' + bu' .$$

Ferner wird

$$u_4 = au_3 + bu' = a^3u_1 + a^2bu' + abu' + bu'$$

und allgemein

$$u_{n+1} = au_n + bu' = a^nu_1 + a^{n-1}bu' + a^{n-2}bu' + \ldots + abu' + bu'$$

oder

$$(37) \qquad u_{n+1} = a^nu_1 + \frac{1 - a^n}{1 - a} bu' .$$

Nach (35) ist

$$a = \frac{m' - m}{m + m'}$$

$$\therefore \; |a| < 1$$

$$\lim_{n=\infty} u_{n+1} = \frac{b}{1-a} u' = \frac{m'u'}{m}.$$

Wird dieser Grenzwerth $\bar{u}$ genannt, so ist also

$$m\bar{u} = m'u'. \tag{38}$$

Da dieselbe Gleichung (38) erhalten wird, mit welcher Geschwindigkeit u_1 des Grenzpartikelchens man auch bei der Betrachtung beginnt, so sind die anfangs gemachten Behauptungen durch die Ableitung der Gleichung (38) bewiesen. Die Zeit, nach welcher die Geschwindigkeit u_1 in u_{n+1} reducirt worden ist, erhält man aus (36) und die ähnlichen,

$$\therefore \; t = t_1 + t_2 + \ldots + t_n = 2v\left(\frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \ldots + \frac{1}{u_{n+1}}\right)$$

$$\therefore \; t = 2v \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{a^\nu u_1 + \frac{1-a^\nu}{1-a} bu'}$$

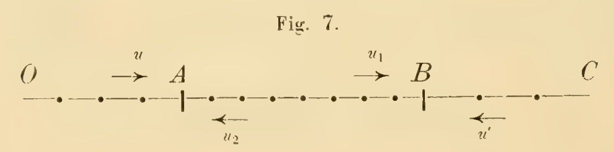
oder

$$\left\{\begin{aligned} t &= 2v \cdot \frac{m}{mu_1 - m'u'} \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{a^\nu + c} \\ c &= \frac{m'u'}{mu_1 - m'u'}. \end{aligned}\right. \tag{39}$$

Da $|a| < 1$ ist, so ist $\lim_{n=\infty} t = \infty$, was auch a priori selbstverständlich ist.

b. Gehen wir jetzt zu dem generelleren Falle über, wo das System AB (mu_1u_2v) (Fig. 7) zwischen den Systemen OA (m^0u^0) und BC $(m'u')$ eingeschlossen ist.

Fig. 7.



In einem gewissen Augenblicke habe die Grenzkugel bei B die Geschwindigkeit u_1 nach B gerichtet. Nach dem nächsten Stosse bekommt er die Geschwindigkeit u_2, dessen Werth wie im vorigen Falle durch (35) bestimmt ist. Diese Geschwindigkeit wird nach A fortgepflanzt. Die Grenzkugel bei A bekommt in derselben Weise nach dem Zusammenstosse mit der Grenzkugel des Systems OA die nach B gerichtete Geschwindigkeit

$$u_3 = a_0 u_2 + b_0 u_0 = a_0 a u_1 + a_0 b u' + b_0 u_0$$

$$a_0 = 1 - \frac{2m}{m + m_0}$$

$$b_0 = \frac{2m_0}{m + m_0}.$$

Die folgende nach A gerichtete Geschwindigkeit wird

$$u_4 = a u_3 + b u' = a a_0 u_2 + a b_0 u_0 + b u'.$$

Allgemein wird also

$$(40)\quad \begin{cases} u_{2n+1} = (a_0 a)^n u_1 + \dfrac{1 - (a_0 a)^n}{1 - a_0 a}(a_0 b u' + b_0 u_0) \\[2ex] u_{2n+2} = (a a_0)^n u_2 + \dfrac{1 - (a a_0)^n}{1 - a a_0}(a b_0 u_0 + b u'). \end{cases}$$

Da

$$|a| < 1, \quad |a_0| < 1$$

ist, so wird, wenn

$$(41)\quad \begin{cases} \lim\limits_{n=\infty} u_{2n+1} = \bar{u}_1 \\ \lim\limits_{n=\infty} u_{2n+2} = \bar{u}_2 \end{cases}$$

gesetzt worden ist,

$$(42)\quad \begin{cases} \bar{u}_1 = \dfrac{1}{1 - a_0 a}(a_0 b u' + b_0 u_0) \\[2ex] \bar{u}_2 = \dfrac{1}{1 - a_0 a}(a b_0 u_0 + b u') \\[2ex] a = 1 - \dfrac{2m}{m + m'}, \quad a_0 = 1 - \dfrac{2m}{m + m_0} \\[2ex] b = \dfrac{2m'}{m + m'}, \quad b_0 = \dfrac{2m_0}{m + m_0}. \end{cases}$$

Die Systeme sind nicht im Allgemeinen im Temperaturgleichgewicht, aber da ein stationärer Zustand eingetreten ist, so wird ebensoviel Energie bei A gewonnen wie bei B abgegeben. Diese Energiemenge ist für jeden Stoss

$$\delta\bar{U} = \frac{1}{2} m\bar{u}_1^2 - \frac{1}{2} m\bar{u}_2^2 .$$

Wenn man beachtet, dass

$$(42:1) \qquad \begin{cases} 1 - aa_0 = \dfrac{2m(m_0 + m')}{(m + m_0)(m + m')} \\ \bar{u}_1 - \bar{u}_2 = 2 V_{01} \\ V_{01} = \dfrac{m_0 u_0 - m'u'}{m_0 + m'} \end{cases}$$

ist, so ergiebt sich nach einiger Reduktion

$$(43) \qquad \delta\bar{U} = m(\bar{u}_1 + \bar{u}_2) V_{01}$$

so dass die Wärme in der Richtung von der Wärmequelle, deren Temperatur höher ist, zu derjenigen, deren Temperatur niedriger ist, übertragen wird. In der Zeiteinheit geht durch das System die Wärmemenge

$$\left(\frac{d\bar{U}}{dt}\right) = \frac{1}{2} m(\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2) \frac{1}{\tau}$$

oder (vgl. S. 275)

$$(44) \qquad \left(\frac{d\bar{U}}{dt}\right) = \bar{p} V_{01}$$

wo $\bar{p}$ der gemeinsame Druck der drei Systeme ist (vgl. Gl. (9)).

4. *Gleichgewicht der Systeme.* Es seien A und B zwei völlig elastische Wände, zwischen denen eine beliebige Anzahl von Systemen sich befinden. Wenn dieselben anfangs nicht gleichen Druck haben, so werden die Grenzen sich derart ändern, dass der Mittelwerth des Druckes aller Systeme derselbe wird. Durch ähnliche Betrachtungen wie in N:o 3 a geht hervor, dass die Systeme zu einer Gleichgewichtslage streben, wo die Temperatur konstant und dieselbe für alle Systeme ist.

Während des Wärmeaustausches zwischen den verschiedenen Systemen wird im Allgemeinen der Druck jedes einzelnen Systems sich allmählig ändern, wodurch bewirkt wird, dass die Grenzen ihre Lagen ändern, bis der Mittelwerth des Druckes wieder ausgeglichen wird. Während des inneren Wärmeaustausches der Systeme kann daher der Druck als für alle Systeme gemeinsam angesehen werden. Wir werden jetzt beweisen, dass dieser gemeinsame Druck konstant ist.

Es ist (Gl. 23*)

$$pv_\nu = M_\nu c_{v_\nu}(n_\nu - 1)T_\nu$$

$$n_\nu = \frac{c_{p_\nu}}{c_{v_\nu}} .$$

Ferner ist (vgl. Gl. (17) (25) (27))

$$\delta Q_\nu = M_\nu c_{v_\nu} dT_\nu + pdv_\nu = \frac{1}{n_\nu - 1} d(pv_\nu) + pdv_\nu$$

$$\therefore \ \Sigma dQ_\nu = p\Sigma \frac{n_\nu}{n_\nu - 1} dv_\nu + dp\Sigma \frac{1}{n_\nu - 1} v_\nu .$$

Aber alle n_ν sind gleich; es ist nähmlich

$$n_\nu = 3$$

$$\therefore \ \Sigma\delta Q_\nu = \frac{n}{n-1} p\Sigma dv + \frac{1}{n-1} dp\Sigma v .$$

Das Gesammtvolumen ist konstant

$$\therefore \ \Sigma dv = 0 .$$

Ferner giebt es keine äussere Wärmezufuhr, folglich ist

$$\Sigma\delta Q_\nu = 0$$

woraus folgt

$$dp = 0 .$$

Bemerkung. Dieser Satz von der Konstanz des Druckes gilt auch von Gasen in drei Dimensionen, wenn nur n_ν für alle Gase denselben Werth hat.

Betrachten wir jetzt den Endzustand, wo die Temperatur und der Druck konstant und für alle Systeme dieselben sind.

Wenn dem Gesammtsysteme eine Wärmemenge δQ zuertheilt wird, so wird in dem neuen Gleichgewichtszustand

$$\delta Q = \delta U + \Sigma p_\nu dv_\nu = dT \Sigma M_\nu c_{v_\nu} + T \Sigma M_\nu c_{v_\nu} (n_\nu - 1) \frac{dv_\nu}{v_\nu}$$

$$\because \frac{\delta Q}{T} = \text{eine exakte Differentiale}$$

wobei nicht nothwendig ist, dass alle p_ν einander gleich seien.

Wenn umgekehrt alle p_ν, aber nicht alle T_ν einander gleich sind, so ist

$$\delta Q = \Sigma \frac{1}{n_\nu - 1} d(pv_\nu) + \Sigma p dv_\nu = p \Sigma \frac{n_\nu}{n_\nu - 1} dv_\nu + dp \Sigma \frac{v_\nu}{n_\nu - 1}.$$

Da alle n_ν gleich sind, so wird

$$\delta Q = \frac{n}{n-1} p dV + \frac{1}{n-1} V dp$$

wo V das Gesammtvolumen bezeichnet.

$$\because \frac{\delta Q}{pV} = \text{eine exakte Differentiale.}$$

Diese Gleichung kann also in der Form

$$\frac{\delta Q}{T_m} = \text{eine exakte Differentiale}$$

$$T_m = \frac{\Sigma M_\nu c_{v_\nu} T_\nu}{\Sigma M_\nu c_{v_\nu}}$$

gesetzt werden, wo T_m als die mittlere Temperatur des Systemes zu betrachten ist.

Der zweite Hauptsatz gilt also auch für die hier betrachteten zusammengesetzten Systeme.

Bemerkung. Auch diese Sätze gelten für gewöhnliche Gase, wenn nur alle n_ν gleich sind.

§ 8. Chemische Zusammensetzungen.

Aus der Gleichung (24) geht hervor, dass die Avogadro'sche Regel für Systeme dieser Art nicht gilt. Es frägt sich nun, ob diese Regel für die Erklärung chemischer Vorgänge unumgänglich

ist. Bei einer näheren Betrachtung findet man schon, dass die chemischen Vorgänge sich erklären lassen, wenn die Gleichung (24) statt (24*) gilt, dass aber die Erklärung so komplicirt wird, dass es rathsam ist anzusehen, dass die wirklichen Gase sich nicht wie die hier betrachteten Systeme verhalten, dass also die *elementaren* Betrachtungen über die kinetische Theorie der Gase nicht streng urgirt werden können, wenn von der Wärmeleitung die Frage ist. Um den Unterschied auf einfachste Weise darzulegen wollen wir die Erklärung des Vorganges bei der chemischen Zusammensetzung durch ein Beispiel darlegen, und wählen wir dazu die Zusammensetzung von zwei Volumstheilen Wasserstoff und einem Volumstheile Sauerstoff zu zwei Volumstheilen Wasserdampf.

1:o) Wenn der Avogadro'sche Satz (Gl. (24*)) als giltig angenommen wird, d. h. wenn unabhängig von der Art der Gase in gleichen Volumina eine gleichgrosse Anzahl von Molekülen sich befindet, so hat man nach gewöhnlicher Schreibweise allgemein den Verlauf so zu schreiben

$$2n_1 H_\nu + n_2 O_{2\mu} = 2n_3 H_{\nu'} O_{\mu'}$$

wo die Indices angeben, wie viele Atome in jedem Moleküle zu denken sind, und n die Anzahl der Moleküle, die sich in der Volumeneinheit befinden. Nach dem Avogadro'schen Satze ist

$$n_1 = n_2 = n_3$$

$$\therefore 2H_\nu + O_{2\mu} = 2H_\nu O_\mu \,.$$

2:o) Wenn aber die Gleichung (24) als richtig angenommen wird, so ist

$$2n_1(H) + n_2(O) = 2n_3(HO)$$

wo $(H)(O)(HO)$ nicht Equivalente sondern die Massen $m_1 m_2 m_0$ der Moleküle der Gase bezeichnen. Nach (24) ist

$$\frac{n_1}{m_1} = \frac{n_2}{m_2} = \frac{n_3}{m_3} = \lambda$$

$$\therefore 2\lambda m_1^2 + \lambda m_2^2 = 2\lambda m_3^2$$

$$\therefore 2m_1^2 + m_2^2 = 2m_3^2 \,.$$

Die Massen der einzelnen Moleküle setzen sich also in diesem Falle so zu sagen quadratisch zusammen, während sie im vorigen Falle sich linear zusammensetzen sollten. Den Vorgang kann man sich in der Weise veranschaulichen, dass man die Moleküle für gleichförmige Flächen, z. B. Kugeln, hält, welche mit einem gleichförmig vertheilten incompressiblen Fluidum belegt sind, und dass die Massen durch die linearen Dimensionen der Moleküle, z. B. die Radien der Kugeln, repräsentirt werden. Denn ist ε die Dichtigkeit der Fluida und ist $m = \varrho r$, wo r der Radius ist und ϱ irgend ein konstanter Faktor, so sind die Masse des Fluidums, welche sich an je einer Kugel befindet

$$4\pi\varepsilon r_1^2, \ 4\pi\varepsilon r_2^2, \ 4\pi\varepsilon r_3^2$$

und da die Massen der Fluida von zwei Kugeln (H) und einer Kugel (O) nach der Zusammensetzung die Belegungen zweier Kugeln (HO) ausmachen, so muss

$$2 \cdot 4\pi\varepsilon r_1^2 + 4\pi\varepsilon r_2^2 = 2 \cdot 4\pi\varepsilon r_3^2$$

sein, wodurch r_3 bestimmt wird; hieraus ergiebt sich

$$2m_1^2 + m_2^2 = 2m_3^2 .$$

Dieser Vorgang, obschon möglich, ist doch zu komplicirt, als dass man ohne weiteres annehmen könne, dass die Gleichung (24) für wirkliche Gase stattfinde.

§ 9. Elasticität der Moleküle.

Bisher haben wir nicht über die Erklärung der Elasticität der Moleküle gesprochen. Man wird leicht finden, dass ihre Bewegungen im Ganzen dieselben werden, es sei denn, dass man sie als vollkommen elastische Kugeln oder als Kraftcentra betrachtet, deren Anziehung nur in kurzem Abstande merkbar ist. Gesetzt z. B., es sei das Anziehungsgesetz das NEWTON'sche. Wenn wir jetzt zwei Partikelchen betrachten, die zusammenstossen, so können wir wegen des relativ grossen Abstandes zu den übrigen

Partikelchen des Gases die Einwirkung dieser vernachlässigen. Die beiden Partikelchen beschreiben bekanntlich Bahnen um den gemeinsamen Schwerpunkt, gerade als wenn derselbe ein festes Anziehungscentrum und seine Masse gleich der Summe der Massen der beiden Partikelchen wäre. Die Bahn jedes Partikelchens um den gemeinsamen Schwerpunkt ist eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel, je nachdem

$$v_0^2 \lesseqgtr \frac{2k}{r_0}$$

ist, wenn $v_0 =$ die Geschwindigkeit und r_0 der Radius in irgend einem Punkte ist; k ist die scheinbare Attraktionskonstante. In Polarkoordinaten ist die Gleichung der Bahn

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \delta}$$

$$p = \frac{c^2}{k}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{2c^2}{r_0} + \frac{c^2 v_0^2}{k}}$$

wo p der halbe Parameter, e die Excentricität und c die doppelte Flächengeschwindigkeit ist. Für Gase wird v_0 so gross angenommen, dass die Bahn nicht geschlossen wird. Wir haben also nur zwei Fälle zu unterscheiden.

1:o) *Parabolische Bahn.* Dieser Fall tritt ein, wenn

$$v_0^2 = \frac{2k}{r_0}$$

ist. Wenn wir in der Gleichung der Parabel

$$y^2 = 2px$$

die Abscisse x unendlich wachsen lassen, so wird y unendlich, da p endlich und $\neq$ Null ist. Wollen wir das Aussehen der Parabel für solche x-Werthe untersuchen, so können wir die Koordinaten auf endliche Dimensionen reduciren dadurch, dass wir die Längeneinheit unendlich gross von derselben Grössenordnung wie x wählen. Setzt man also

$$x = \lambda\zeta, \; y = \lambda\eta, \; p = \lambda p'$$

wo λ unendlich gross in der Weise gewählt ist, dass ζ endlich wird, so wird p unendlich klein von der Grössenordnung $\frac{1}{\lambda}$, und wegen der Gleichung

$$\eta^2 = 2p'\zeta$$

wird η unendlich klein von der Grössenordnung $\frac{1}{\lambda^{1/2}}$. Die Parabel hat also approximativ die Form zweier Geraden, die mit der positiven x-Achse parallel sind und unendlich nahe daran auf beide Seiten derselben fallen; die Geraden hat man sich durch eine kleine durch den Anfangspunkt der Koordinatenachsen gehende halbcirkelförmige Linie vereinigt zu denken. Nehmen wir also an, dass der Parameter im Vergleich zu dem Mittelwerth des Abstandes zwischen den Molekülen unendlich klein ist, so wird die parabolische Bahn approximativ dieselbe, als ob die Partikelchen mit völlig elastischem geraden centralen Stosse zusammengestossen hätten. Ebenso wird die Geschwindigkeit in den beiden Fällen dieselbe, denn die Geschwindigkeiten der beiden Partikelchen können in den beiden Fällen durch die Principien der lebendigen Kraft und der Bewegung des Schwerpunktes vollständig bestimmt werden.

2:o) *Hyperbolische Bahn.* Dieser Fall tritt ein, wenn

$$v_0^2 > \frac{2k}{r_0}.$$

Bezeichnet man den Winkel der Asymptoten mit $2\,\alpha$, so ist, wie man leicht findet,

$$tg\alpha = \frac{c}{\sqrt{k}}\sqrt{v_0^2 - \frac{2k}{r_0}}.$$

Wird auch hier der Parameter unendlich klein im Verhältniss zum Mittelabstande der Moleküle angenommen, so wird die Bahn approximativ eine gebrochene Gerade mit dem Winkel 2α. Diese Bewegung entspricht einem vollkommen elastischen schiefen centralen Stosse, und in beiden Fällen sind die Geschwindigkeiten durch den Winkel α und die Principien der lebendigen Kraft und

der Bewegung des Schwerpunktes bestimmt, wenn die Massen und Anfangsgeschwindigkeiten gegeben sind.

§ 10. Schlussbemerkungen.

Im Vorigen habe ich dargelegt, welche wesentliche apriorische Anforderung der Begriff des Druckes erfüllen muss, und bewiesen, dass derjenige Ausdruck für den Druck, den man von der gewöhnlichen Anschauung ausgehend herleitet, damit übereinstimmt; von einer analogen Betrachtung hinsichtlich der Temperatur ausgehend habe ich einen Ausdruck für die Temperatur hergeleitet, die jedoch mit der gewöhnlichen kinetischen Darstellung des Begriffes Temperatur und mit dem Avogadro'schen Satze in Widerspruch kommt. Hierdurch wird die Erklärung der chemischen Vorgänge freilich nicht unmöglich, aber so verwickelt und unnatürlich, dass wir schon daraus folgern können, dass die elementare kinetische Theorie der Gase, welche ich hier dargestellt habe, nicht geeignet ist den Übergang der Wärme von einem Körper zu einem anderen zu erklären.

Die hier betrachteten Systeme können als ein Beispiel derjenigen Systeme dienen, bei welchen das Clausius'sche Princip nicht gelten würde, wenn man, wie sonst gewöhnlich, die Temperatur als der lebendigen Kraft proportional annimmt. Denn gesetzt, es berühren sich zwei Gase G_1 und G_2 von den Temperaturen t_1 und t_2, und es sei

$$t_1 = Km_1v_1^2\,, \quad t_2 = Km_2v_2^2\,.$$

Wir haben schon bewiesen, dass Wärmemittheilung von G_1 zu G_2 stattfindet, wenn

$$m_1^2v_1^2 > m_2^2v_2^2$$

d. h. wenn

$$m_1t_1 > m_2t_2$$

ist. Diese Ungleichung kann stattfinden obgleich

$$t_1 < t_2$$

ist, wenn nur

$$\frac{m_1}{m_2} > \frac{t_2}{t_1}$$

ist. In diesem Falle wird also Wärme von dem kälteren zu dem wärmeren Körper übertragen. POINCARÉ hat ja auch bewiesen,[1]) dass das Clausius'sche Princip sich nicht aus den v. Helmholtz'-schen Gleichungen herleiten lässt; ob aber seine Behauptung, dass dieses Princip mit einer rein mechanischen Anschauungsweise überhaupt unvereinbar ist — eine Ansicht die auch von dem Herrn C. NEUMANN getheilt ist[2]) — richtig sei, dürfte wohl noch nicht zu entscheiden sein. Dazu wird eine specielle Untersuchung desjenigen Falles, der dem schiefen Stosse oder der hyperbolischen Centralbewegung (S. 294) entspricht, erforderlich sein.

---

[1]) »Thermodynamique.» Paris 1892. S. 422.

[2]) »Beiträge zu einzelnen Theilen der mathematischen Physik.» Leipzig 1893. S. III.

Berichtigung.

S. 272 Fig. 6: Die der untersten Geraden gehörigen Pfeile werden sämmtlich ihre Richtungen vertauschen.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 6.
Stockholm.

Om upptäckten af sättet att medelst differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 6 Juni 1894 genom D. G. LINDHAGEN.]

Till differentialkalkylens mest elementära användningar hör bland annat att bestämma värdet af en bråkfunktion $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ för sådana x-värden, hvilka göra både $f_1(x)$ och $f_2(x)$ lika med noll, och för hvilka funktionen således antager den obestämda formen $\frac{0}{0}$. Den bekanta regeln, enligt hvilken funktionens värde i detta fall är lika med kvoten mellan täljarens och nämnarens derivator, offentliggjordes för första gången af markis DE L'HÔPITAL i art. 163 af *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Paris 1696); någon upptäckare af regeln namngafs där icke. I inledningen till denna bok förklarade HÔPITAL emellertid, att han vid utarbetandet dragit stor nytta af LEIBNIZ' och de båda BERNOULLIERNAS, särskildt den yngres, upptäckter; dessa finge alltså afgöra, huru mycket af innehållet de ville för sin del återbörda, och huru mycket de ville räkna utgifvaren till godo.[1]) Af denna förklaring följer,

[1]) »Je reconnais devoir beaucoup aux lumières de MM. BERNOULLI, surtout à celles du jeune, présentement professeur à Groningue. Je me suis servi sans façon de leurs découvertes et de celle de M. LEIBNIS. C'est pourquoi je consens qu'ils en revendiquent tout ce qu'il leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudront bien me laisser».

att regelns förekomst i *Analyse des infiniment petits* ingalunda berättigar till den slutsatsen, att författaren själf funnit densamma. Möjligen hade dock HÔPITAL enskildt fällt något yttrande, som kunde tolkas på detta sätt, ty redan tidigt började man anse honom såsom regelns upphofsman. Såsom sådan betecknades han också 1702 af SAURIN i en tidskriftsartikel, hvilken närmast hade till uppgift att försvara differentialkalkylen mot ROLLES anfall.[1]) Med anledning häraf lät JOHAN BERNOULLI, dock först efter HÔPITALS 1704 timade död, i Acta Eruditorum införa en liten afhandling, hvari han uttryckligen angaf sig såsom regelns upptäckare, och tillade, att han omkring 10 år tidigare meddelat HÔPITAL icke blott självfva regeln, utan äfven det i *Analyse des infiniment petits* införda exemplet på dess användning.[2])

Det synes emellertid, som om detta JOHAN BERNOULLIS påstående redan från början mottagits med en viss misstrogenhet, beroende dels därpå, att hans meddelanden om sina upptäckter icke alltid visat sig fullt tillförlitliga, dels därpå, att han först efter HÔPITALS död framkommit med sin reklamation. Visserligen accepterades hans förklaring utan reservation af MONTUCLA,[3]) men regeln fortfor att kallas »HÔPITALS *formel*»,[4]) och ännu i de nyaste framställningarna af matematikens historia uttalas tvifvelsmål, huruvida den ej rätteligen bör tillerkännas HÔPITAL.[5])

---

[1]) Se Journal des savants för den 6 augusti 1702: »L'illustre auteur [d. v. s. HÔPITAL] résout ce problème avec cette adresse et cette facilité qui luy est particulière».

[2]) JOH. BERNOULLI, *Perfectio regulæ suæ pro determinando valore fractionis, cujus numerator et denominator certo casu evanescunt.* Acta Eruditorum 1704, sid. 375—380.

[3]) MONTUCLA, *Histoire des mathématiques* (Paris 1758), **2**, sid. 366.

[4]) Se FORESTIER, *Notice sur la formule de l'Hôpital.* Mémoires de l'académie des sciences de Toulouse $\mathbf{10}_7$, 1878, 482—489. — MARIE, *Histoire des sciences mathématiques et physiques* **7** (Paris 1885), sid. 145.

[5]) Se t. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3** (Leipzig 1894), sid. 216, 240—241. — BALL angifver i *A short account of the history of mathematics* (second edition, London 1893, sid. 376), att *Analyse des infiniment petits* innehåller »a partial investigation of the limiting value

Onekligt är också, att de aktstycken, hvilka hittills varit tillgängliga, icke äro tillräckliga för att definitivt afgöra frågan, men lyckligtvis föreligga andra sådana, genom hvilkas användning tvisten kan fullständigt slitas; dessa aktstycken finnas i JOHAN BERNOULLIS outgifna brefväxling med HÔPITAL och VARIGNON, hvilken som bekant förvaras i svenska vetenskapsakademiens bibliotek. [1])

Frågan om sättet att bestämma värdet af funktionen $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ för de x-värden, som göra både $f_1(x)$ och $f_2(x)$ lika med noll, synes hafva blifvit berörd af JOHAN BERNOULLI först i ett numera förkommet bref till VARIGNON, skrifvet under förra hälften af år 1693. På detta bref svarade VARIGNON den 29 juni 1693 bland annat: [2])

Pour votre équation

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = y,$$

lorsque faisant $x = a$, il vient

$$y = \frac{0a}{0},$$

je trouve qu'en ce cas $0 = 0$, et par conséquent $y = a$. Car faisant $x = a$, l'équation se réduit à

$$y = \frac{a^2 - a^2}{a - a} = \frac{a \times \overline{a - a}}{1 \times \overline{a - a}} = \frac{a \times 0}{1 \times 0} = \frac{a0}{0},$$

où vous voyez que de part et d'autre 0 est $= a - a$. Donc icy $0 = 0$; et par conséquent aussy $y = a$. Voila ce que

of the ratio of functions which for a certain value of the variable take the indeterminate form $0:0$, *a problem solved by John Bernoulli in 1704*»; det af mig kursiverade tillägget synes antyda, att BALL icke anser HÔPITALS framställning härröra från JOHAN BERNOULLI.

[1]) Se t. ex. ENESTRÖM, *Notice sur la correspondance de Jean Ier Bernoulli*. Bullett. di bibliogr. delle scienze matematiche **12**, 1879, sid. 313—314. — Af JOHAN BERNOULLI's bref till HÔPITAL och VARIGNON finnes blott en ofullständig samling afskrifter; originalen äro förkomna.

[2]) I de utdrag, som här nedan meddelas, har jag tillsatt accenter och rättat ett eller annat skriffel.

donne la considération de $\frac{a^2 - a^2}{a - a}$ comme $\frac{a \times \overline{a - a}}{1 \times \overline{a - a}}$; mais si on le considère comme $\frac{\overline{a + a} \times \overline{a - a}}{a - a}$, on aura

$$y = \frac{\overline{a + a} \times \overline{a - a}}{a - a} = a + a = 2a .$$

Enfin si l'on considère

$$0 = a^2 - a^2 = a - a = 0$$

dans $\frac{a^2 - a^2}{a - a}$, on aura

$$y = \frac{a^2 - a^2}{a - a} = \frac{0}{0} = 1 .$$

Choisissez, et me dites comment vous vous serez déterminé.

Af detta utdrag framgår, att VARIGNON ej synnerligen mycket hade tänkt sig in i frågan och icke häller speciellt intresserade sig för densamma. Huruvida JOHAN BERNOULLI under sådana förhållanden fann skäl att meddela VARIGNON sin lösning, torde vara osäkert. Åtminstone beröres frågan icke, så vidt jag kunnat finna, i VARIGNONS följande bref, och JOHAN BERNOULLI egna bref från denna tid äro förkomna.

Emellertid hade VARIGNON, innan han skref sitt ofvan citerade bref, vid ett sammanträffande med HÔPITAL omnämt, att frågan blifvit bragt å bane af JOHAN BERNOULLI. Härom skrifver HÔPITAL till den senare i ett bref af den 20 juni 1693.

Mr VARIGNON . . . me donna un petit papier où est la question suivante qu'il m'a dit que vous lui avez envoyée. Soit l'équation

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = y ,$$

qui exprime la nature d'une courbe dont l'abscisse est x et l'ordonnée y; on demande la valeur de y lorsque x devient égal à la constante a.

Sol. $y = 2a$, car en ce cas

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = \frac{aa - aa}{a - a} = a + a\,.$$

JOHAN BERNOULLIS svar härå är förkommet, men säkerligen underlät han ej att påpeka det felaktiga i HÔPITALS tillvägagående. Förmodligen med anledning däraf skrifver HÔPITAL till honom den 2 sept. 1693:

Je vous avoue que je ne me suis pas fort appliqué à résoudre l'équation:

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = y$$

lorsque $x = a$, car ne voyant point de jour pour y réussir puisque toutes les solutions qui se présentent d'abord, ne sont pas exactes, je n'ai pas voulu y perdre de temps inutilement et j'aime mieux l'apprendre de vous quand vous m'en voudrez faire part.

Då JOHAN BERNOULLIS följande bref är förkommet, är det ej med visshet kändt, hvad svar han lämnade på HÔPITALS indirekta begäran, men af HÔPITALS bref den 7 oktober 1693 synes det, som om BERNOULLI skulle hafva dels meddelat honom en metod för problemets lösning, grundad på rotmärkenas bortskaffande medelst dignitetsupphöjning, dels förklarat sig äga en vida allmännare metod härför.[1]) Under nyss nämda datum skrifver nämligen HÔPITAL:

La méthode dont vous vous servez pour résoudre l'équation

$$\frac{aa - ax}{a - \sqrt{ax}} = y$$

lorsque $x = a$, est générale. Mais elle n'est pas praticable, comme vous le remarquez vous même, dans l'équation pro-

[1]) Detta bestyrkes också af den redogörelse för sakens förlopp, som JOHAN BERNOULLI meddelade i den ofvan å sid. 298 citerade afhandlingen i Acta Eruditorum 1704.

posée, et ainsi quoi que j'eusse pensé qu'il falloit ôter les incommensurables, je ne poussai pas cette pensée plus loin voyant qu'il était impossible d'en venir à bout dans cet exemple. Je ne me fais point de doute que votre dernière méthode ne contienne quelque chose de fort curieux puisqu'elle s'étend sur tous les irrationnels, c'est pourquoi si vous m'en voulez faire part, je vous serai obligé.

Af det föregående framgår, att HÔPITAL till en början icke visade något särskildt intresse för frågan; småningom ändrade sig emellertid hans håg, och mer än en gång uppmanade han JOHAN BERNOULLI att meddela den allmänna lösningen af problemet. Så skrifver han t. ex. den 2 december 1693:

Je vous prie de vous ressouvenir de votre promesse sur . . . la résolution de l'équation

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = y$$

lorsque $x = a$;

och den 7 juni 1694:

Je vous prie de m'envoyer dans votre réponse la manière de . . . résoudre l'équation

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = y$$

lorsque $x = a$.

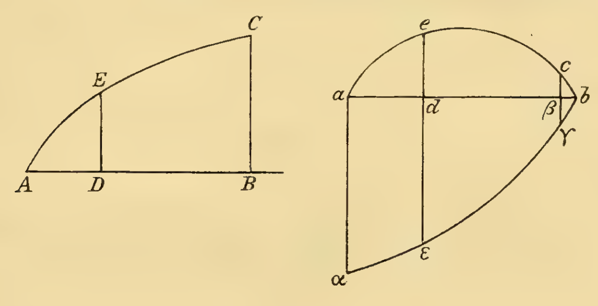
I sitt bref af den 27 juni 1694 [1]) lofvade också JOHAN BERNOULLI att med snaraste lämna den begärda lösningen, och detta löfte infriade han genom en bilaga till sitt bref af den 22 juli 1694. Utom lösningen af ett annat problem, hvarom här icke är fråga, innehöll denna bilaga följande: [2])

[1]) En afskrift af JOHAN BERNOULLIS egen hand finnes i vetenskapsakademiens bibliotek.

[2]) Af brefvet och bilagan finnas afskrifter af JOHAN BERNOULLIS egen hand i vetenskapsakademiens bibliotek.

Probl. Etant donnée une courbe dont la nature s'exprime par une fraction égale à y qui en certain cas a le numérateur et le dénominateur égaux à zéro: on en demande la valeur, c'est à dire la grandeur de l'appliquée.

Sol. Soit AEC la courbe donnée, $AD = x$, $DE = y$, $AB =$ à une constante telle que BC devient égale à une fonction dont le numérateur et le dénominateur sont égaux à zéro; pour trouver donc la grandeur de l'appliquée BC, je construis sur le même axe adb deux autres courbes aeb et $\alpha\varepsilon b$ de telle nature qu'ayant pris des abscisses égales AD, ad, les ordonnées de soient en raison du numérateur de la fraction générale qui exprime les ordonnées DE; et $d\varepsilon$ soient en raison du dénominateur de la même fraction.



Cela étant fait, il est clair que de divisé par $d\varepsilon$ peut être supposé égal à DE; le problème se réduit donc à trouver la valeur de de divisé par $d\varepsilon$ au cas que ab est égal à AB, or je vois que dans ce cas de et $d\varepsilon$ évanouissent parce que les deux termes de la fraction évanouissent, et ainsi les deux courbes aeb, $\alpha\varepsilon b$ se coupent au point b. Il n'y a donc qu'à prendre les dernières différentielles βc, $\beta\gamma$, dont l'une divisée par l'autre me marquera la grandeur cherchée de BC. C'est ce qui me fournit cette règle générale: *Pour avoir la valeur de l'appliquée de la dite courbe au dit cas, il faut diviser la différentielle du numérateur de la fraction générale par la différentielle du dénominateur; le quotient, après avoir fait x égal à la supposition de AB, sera la grandeur de BC.*

Exemple. La courbe AEC a pour son équation

$$\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt{ax^3}} = y;$$

donc si AB est $= a$, on aura $BC = \frac{0a}{0}$; on en demande la véritable valeur. Selon la règle je prends la différentielle du numérateur

$$\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}$$

qui est

$$\frac{a^3dx - 2x^3dx}{\sqrt{2a^3x - x^4}} - \frac{a^2dx}{3\sqrt[3]{axx}},$$

et la différentielle du dénominateur

$$a - \sqrt[4]{ax^3}$$

qui est

$$\frac{-3adx}{4\sqrt[4]{a^3x}};$$

ayant maintenant substitué à la place de x la supposition a, on trouve pour la première différentielle celle-cy:

$$-\frac{4}{3}adx$$

et pour la seconde celle-cy:

$$-\frac{3}{4}dx;$$

donc

$$\frac{-\frac{4a}{3}dx}{-\frac{3}{4}dx} \text{ ou } \frac{16}{9}a = BC.$$

Pour vérifier cette méthode, on pourra prendre un exemple fort aisé comme est celui-cy:

$$\frac{a\sqrt{ax} - x^2}{a - \sqrt{ax}} = y,$$

qu'on peut aussy résoudre quoique très difficilement par géométrie commune en ôtant l'irrationnalité; car on trouvera par l'une et l'autre $BC = 3a$.

Denna utförliga framställning af den allmänna metoden synes hafva fullt tillfredsställt HÔPITAL, ty i sitt bref till JOHAN BERNOULLI af den 18 augusti 1694 yttrar han blott:

> J'ai reçu, Monsieur, la solution des deux problèmes que je vous demandois, dont je vous suis très obligé et dont je suis fort content.

Af de nu meddelade aktstyckena [1]) framgår, att JOHAN BERNOULLI år 1694 på HÔPITALS enträgna begäran meddelade denne metoden att genom differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då både täljare och nämnare blifva noll. Då därtill kommer, att det af BERNOULLI i meddelandet valda exemplet är alldeles detsamma som i art. 163 af *Analyse des infiniment petits*, [2]) så är det omedelbart klart, att den af BERNOULLI 1704 framställda förklaringen verkligen är fullt korrekt, och att han i detta fall blifvit orättvist misstänkt för oriktig uppgift. Att hans förklaring afgafs först efter HÔPITALS död, kan ju bero därpå, att han under åren 1702—1704 hade många andra järn i elden. Att, såsom han i sitt bref af den 18 juli 1705 till VARIGNON angifver, SAURINS uppsats först efter HÔPITALS död skulle kommit till hans kännedom, [3]) är väl möjligt men enligt min åsikt mindre sannolikt, enär JOHAN BERNOULLI själf under striden om det isoperimetriska problemet flitigt begagnade Journal des savants såsom språkrör och därför icke borde hafva saknat tillgång till denna tidskrift.

---

[1]) Flera af dessa aktstycken åberopas och citeras af JOHAN BERNOULLI i ett bref, som han den 18 juli 1705 skref till VARIGNON, och af hvilket bref en afskrift af hans hand finnes i vetenskapsakademiens bibliotek.

[2]) Jfr CANTOR, anf. arb. sid. 240.

[3]) Äfven till LEIBNIZ gjorde JOHAN BERNOULLI en dylik antydan; se t. ex. CANTOR, anf. arb. sid. 241.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 262.)

Ithaca, N. Y. *Cornell university library.*
Library bulletin. Vol. 3: N:o 6. 1894. 8:o.
Catalogue of the Rhaeto-Romanic collection presented by W. FISKE. 1894. 8:o.

Kristiania. *Universitets-Bibliotheket.*
Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd 15(1892): H. 4; 16 (1893): 1—4. 8:o.
Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd 32: H. 4; 33: 1—5; 34: 1—2. 1892—93. 8:o.
Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts. 1891. 4:o.
JOHANNESSEN, A., Die epidemische Verbreitung des Scharlachfiebers in Norwegen. 1884. 8:o.
KJERULF, TH., Beskrivelse af en Række norske Bergarter. 1892. 4:o.

Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 30: N:o 114. 1894. 8:o.

Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 21: N:o 1. 1894. 8:o.
Berichte » » » 1894: 1. 8:o.

— *Verein für Erdkunde.*
Mitteilungen. Jahr 1893. 8:o.

Liége. *Société géologique de Belgique.*
Annales. T. 21(1893/94): L. 2. 8:o.

Lisboa. *Academia R. das sciencias.*
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. (2) T. 3: N. 11. 1894. 8:o.

London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 13: P. 7. 1894. 8:o.

— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 6. 8:o.

— *Chemical society.*
Journal. Vol. 65—66(1894): 5. 8:o.
Proceedings. Session 1893/94: N:o 138—139. 8:o.

— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 55(1894/95): N:o 333. 8:o.

— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 89. 8:o.

London, Ont. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 26(1894): N:o 5. 8:o.

Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 8(1893/94): N:o 2. 8:o.

Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de la compañia de Jesús.*
Observaciones. 1892: 7. Fol.

Mauritius. *R. Alfred observatory.*
Annual report. Year 1892. Fol.
México. *Observatorio meteorológico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 3(1893/94): N. 4—7. 8:o.
Milano. *Società Italiana di scienze naturali.*
Atti. Vol. 15(1872): Fasc. 1; 19(1876/77): 1—3; 20(1878): 1; 21 (1878): 1; 27(1884—85): 1-4; 34(1894): 4. 8:o.
Moscou. *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. Année 1893: N:o 4. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Math.-physikal. Cl. 1894: H. 1. 8:o.
Nantes. *Société des sciences naturelles de l'ouest de la France.*
Bulletin. T. 1(1891)—3(1893). 8:o.
New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 10(1894): N:o 2. 8:o.
Ottawa. *Field-naturalists' club.*
The Ottawa naturalist. Vol. 8(1894/95): N:o 1—2. 8:o.
Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 8(1894): Fasc. 1—3. 8:o.
Paris. *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 14(1893): Trim. 4. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 7—11. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 22(1894): N:o 1. 8:o.
Compte-rendu des séances. 1894: N:o 6—10. 8:o.
Richmond. *Kew observatory.*
Report. Year 1893. 8:o.
Santiago. *Société scientifique du Chili.*
Actes. T. 3(1893): Livr. 3. 8:o.
St. Petersburg. *Société astronomique Russe.*
Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1894 von W. Döllen. Dorpat 1893. 8:o.
— *Société Imp. Russe de géographie.*
Извѣстія. — Bulletin. T. 29(1893): 6; 30(1894): 1. 8:o.
Stettin. *Entomologischer Verein.*
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 54(1883): N:o 10—12. 8:o.
Sydney. *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. Vol. 8(1893): P. 2—3. 8:o.
Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 29(1893/94): Disp. 5—10. 8:o.
Osservazioni meteorologiche. Anno 1893. 8:o.
Toronto. *Canadian institute.*
Transactions. Vol. 4: P. 1. 1894. 8:o.
Annual report. 7(1893/94). 8:o.
Wien. *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Abhandlungen. Bd 6: H. 2: Text & Atlas; 15: H. 6. 1893. Fol.
Jahrbuch. Bd 43(1893): H. 3—4. 8:o.
— *Naturwissenschaftlicher Verein an der Universität.*
Mittheilungen. 1(1892—93). 8:o.

Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 39(1894): H. 1. 8:o.

Af utgifvaren:

Annaes de sciencias naturaes publ. por A. Nobre. Anno 1(1894): N:o 1—2. Porto. 8:o.

Af författarne:

Cronstedt, R., Tal hållet vid aftäckningen af Nils Ericsons staty. Sthlm 1894. 8:o.

Nathorst, A. G., Über die palæozoische Flora der arktischen Zone. Wien 1894. 8:o.

Foslie, M., New or critical Norwegian Algæ. Trondhj. 1894. 8:o.

Scudder, S. H., Tertiary Tipulidæ, with special reference to those of Florissant, Colorado. Boston 1894. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 7.

Onsdagen den 12 September.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att bland Akademiens svenska och norska ledamöter Öfverläkaren vid Lungegårds-hospitalet i Bergen DANIEL CORNELIUS DANIELSEN, och bland dess utländska ledamöter Professorn i Fysik vid universitetet i Berlin HERMAN LUDVIG FERDINAND VON HELMHOLTZ med döden afgått.

Med anledning af från Royal Society i London ingånget cirkulär om en internationel samverkan för åstadkommande af en möjligast fullständig litteratur-katalog i de mathematiska och naturvetenskapliga ämnena hade Herrar LINDSTRÖM och HASSELBERG samt Bibliothekarien DAHLGREN afgifvit infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

Från de Regnellska stipendiaterna Lektor C. A. M. LINDMAN och Doktor G. A:SON MALME hade ingått fortsatta meddelanden om fortgången af deras resor i Södra Amerika; och anmäldes, att den förre redan återkommit till fäderneslandet.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande inlemnade afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar: 1:o) »Om sekundära anatomiska förändringar i fanerogamernas florala region, II», af Filos. Doktor A. G. ELIASSON; 2:o) »Iakttagelser under en ballongfärd den 26 Februari 1894», af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE.

Friherre NORDENSKIÖLD redogjorde för apofyllitens sammansättning med anledning af en kritik, som af Franske kemisten FRIEDEL blifvit framställd angående den analys, som BERZELIUS omkring år 1820 utfört på detta mineral, en kritik som vore fullkomligt oberättigad. Derjemte lemnade Frih. NORDENSKIÖLD en redogörelse för de bergborrningar, som under den förflutna sommaren utförts för erhållande af njutbart vatten, hvaraf framgick, att man med lika framgång numera borrat på fyra olika ställen, nämligen på Arkö, vid Saltsjöbaden, Täcka udden å Djurgården samt vid Dalbyö i Södermanlands skärgård.

Sekreteraren öfverlemnade för införande i denna tidskrift följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Sur un théorème de la théorie des groupes continus de transformation», af Docenten vid Stockholms Högskola H. VON KOCH*; 2:o) »List of birds from northern Australia, New Zealand, Southern Pacific and Southern Atlantic Oceans», af Läroverksadjunkten C. FRISTEDT*.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 8 häften. 4:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. 1894: N:r 3—7. 8:o.
Halmstad. *Hallands län hushållnings-sällskap.*
Handlingar. 1893: H. 3. 8:o.
Lund. *Universitets-biblioteket.*
Akademiskt tryck. 17 st. 8:o & 4:o.
— *Högre allmänna läroverket.*
Redogörelse. 1893/94. 4:o.
Vesterås. *Högre allmänna läroverket.*
Redogörelse. 1893/94. 4:o.

(Forts. å sid. 324.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 7.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 143.

Sur un théorème de la théorie des groupes continus de transformations.

Par Helge von Koch.

[Communiqué le 12 Septembre 1894 par D. G. Lindhagen.]

Dans sa belle théorie des groupes continus de transformations,[1]) M. Lie prend pour point de départ trois théorèmes qui sont particulièrement importants pour toute la théorie et auxquels il attribue en conséquence le nom de *théorèmes fondamentaux.*[2]) Chacun d'eux consiste en deux parties dont l'une peut être considérée comme la réciproque de l'autre. Ainsi, le premier théorème fondamental s'énonce de la manière suivante:

1:o) *Si les équations analytiques*

$$(1) \qquad x'_i = f_i(x_1 \,.\,.\, x_n;\ a_1 \,.\,.\, a_r) \quad (i=1 \,.\,.\, n)$$

constituent un groupe à r paramètres essentiels $a_1 \,.\,.\, a_r$, *les* x'_i, *considérés comme fonctions des x et des a, satisfont nécessairement à un système d'équations aux dérivées partielles de la forme*

$$(2) \qquad \frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a_1 \,.\,.\, a_r)\xi_{ji}(x'_1 \,.\,.\, x'_n) \quad (i=1 \,.\,.\, n;\ k=1 \,.\,.\, r)$$

le déterminant des ψ_{jk} *ne s'annulant pas identiquement et les* ξ_{ji} *étant tels que les r* symboles

[1]) Theorie der Transformationsgruppen; Abschn. I, 1888; II, 1890; III, 1893. Leipzig, Teubner.

[2]) Ibid. Abschn. III, kap. 25, p. 545. Voir aussi: Sophus Lie, Vorlesungen über continuirliche Gruppen, bearbeitet und herausgegeben von G. Scheffers, kap. 15, p. 366. Leipzig, Teubner, 1893.

$$(3) \qquad X_k f = \sum_{i=1}^{n} \xi_{ki}(x_1 \ldots x_n) \frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad (k=1 \ldots r)$$

sont linéairement indépendants.

2:o) *Réciproquement, si un ensemble de transformations* (1) *à r paramètres essentiels* $a_1 \ldots a_r$ *vérifie un système d'équations de la forme* (2); *si cet ensemble comprend la transformation identique d'une manière régulière pour un système de valeurs* $a_1^0 \ldots a_r^0$ *des* $a_1 \ldots a_r$; [1]) *si enfin le déterminant des* $\psi_{jk}(a)$ *ne s'annule pas pour ces valeurs des* a, [2]) *l'ensemble* (1) *représente nécessairement un groupe à r paramètres qui peut être considéré comme engendré par les r transformations infinitésimales* (3).

On peut donc dire qu'un ensemble de transformations (1) qui comprend la transformation identique de la manière indiquée et qui vérifie le système (2), constitue un groupe engendré par les transformations infinitésimales (3), *pourvu que le déterminant des* ψ_{jk} *ne s'annule pas pour* $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$.

Le but de cette note est de montrer que cette dernière condition est inutile, c'est-à-dire que la seconde partie du

---

[1]) Pour abréger, nous disons qu'un ensemble (1) comprend la transformation identique d'une manière régulière pour $a_1 = a_1^0 \ldots a_r = a_r^0$, si à ces valeurs on peut faire correspondre un système au moins de valeurs $x_1^0 \ldots x_n^0$ tel que les fonctions (1) soient holomorphes par rapport aux x et aux a dans le voisinage du point $x_1 = x_1^0, \ldots, x_n = x_n^0$; $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$ et que, de plus, on ait *identiquement*

$$x'_i = x_i \text{ pour } a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0 \ (i=1 \ldots n).$$

[2]) Dans sa démonstration, M. Lie suppose encore que les $\psi_{jk}(a)$ soient holomorphes dans le voisinage du point $a_1 = a_1^0 \ldots a_r = a_r^0$. (Il a, en effet, besoin de cette hypothèse pour pouvoir intégrer le système d'équations

$$\sum \psi_{jk}(a) \frac{da_k}{dt} = \lambda_j \quad (j=1 \ldots r)$$

avec les conditions initiales $a_k = a_k^0$ pour $t=0$; voir: Theorie der Transformationsgruppen, III, p. 559 et 562). Comme nous allons le voir dans la suite, cette hypothèse n'est pas nécessaire car elle se trouve *toujours* vérifiée.

théorème énoncé subsiste même dans le cas où le déterminant des ψ_{jk} s'annule pour les valeurs dont il s'agit.

Considérons donc un ensemble de transformations à n variables et r paramètres

$$x'_i = f_i(x_1 \,.\,.\, x_n\,;\; a_1 \,.\,.\, a_r)\,;\; (i=1 \,.\,.\, n); \tag{4}$$

supposons que les x'_i vérifient le système d'équations

$$\frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a_1 \,.\,.\, a_r)\xi_{ji}(x'_1 \,.\,.\, x'_n) \;\; (i=1 \,.\,.\, n\,;\; k=1 \,.\,.\, r)\,; \tag{5}$$

et que l'on ait identiquement

$$f_i\left(x_1 \,.\,.\, x_n\,;\; a_1^0 \,.\,.\, a_r^0\right) = x_i \;\; (i=1 \,.\,.\, n)$$

les a_k^0 étant un système de valeurs telles que l'on peut y faire correspondre un système au moins de valeurs $x_1^0 \,.\,.\, x_n^0$ de telle manière que les fonctions $f_i(x\,;\, a)$ soient holomorphes dans le voisinage de

$$x_1 = x_1^0\,,\; .\,.\,,\; x_n = x_n^0\,;\; a_1 = a_1^0\,,\; .\,.\,,\; a_r = a_r^0\,. \tag{6}$$

Dans ces conditions, il est facile de voir que, dans (5), le déterminant des $\psi_{jk}(a)$ ne peut pas s'annuler *identiquement*; car si ce déterminant s'annulait identiquement, on pourrait trouver r fonctions $\chi_1(a)\,,\; .\,.\,,\; \chi_r(a)$ des a pour lesquelles on aurait identiquement

$$\chi_1(a)\frac{\partial x'_i}{\partial a_1} + \,.\,.\, + \chi_r(a)\frac{\partial x'_i}{\partial a_r} = 0 \quad (i=1 \,.\,.\, n) \tag{7}$$

ce qui n'est pas compatible avec l'hypothèse que les paramètres a sont *essentiels* dans les fonctions x'_i.[1])

Par la même raison, les r symboles

$$X_k f = \sum_{i=1}^{n} \xi_{ki}(x)\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (k=1 \,.\,.\, r) \tag{8}$$

[1]) Voir, p. ex., Theorie d. Transformationsgr., Abschn. I, p. 13.

sont linéairement indépendants, c'est-à-dire, il n'existe pas de constantes $c_1 \ldots c_r$ (sauf $c_1 = 0, \ldots, c_r = 0$) pour lesquelles on ait identiquement

$$(8') \qquad c_1 \xi_{1i} + c_2 \xi_{2i} + \ldots + c_r \xi_{ri} = 0 \quad (i = 1 \ldots n).$$

Les fonctions $\xi_{ji}(x'_1 \ldots x'_n)$ sont nécessairement holomorphes dans le voisinage du point

$$(9) \qquad x'_1 = x_1^0, \ldots, x'_n = x_n^0;$$

en effet, d'après les hypothèses faites, on pourra écrire, dans un certain voisinage du point (6):

$$(9') \qquad x'_i = x_i + \mathfrak{P}_i(x - x^0;\ a - a^0) \quad (i = 1 \ldots n)$$

les $\mathfrak{P}_i$ désignant des séries convergentes procédant selon les puissances entières et positives de

$$(10) \qquad x_1 - x_1^0, \ldots, x_n - x_n^0;\ a_1 - a_1^0, \ldots, a_r - a_r^0$$

et s'annulant identiquement par rapport aux x quand on y fait $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$. Mais de là, en vertu d'un théorème bien connu de la théorie des fonctions, on conclut qu'on peut écrire aussi

$$(11) \qquad x_i = x'_i + \overline{\mathfrak{P}}_i(x' - x^0;\ a - a^0),$$

les $\overline{\mathfrak{P}}$ désignant des séries semblables par rapport aux quantités

$$(12) \qquad x'_1 - x_1^0, \ldots, x'_n - x_n^0;\ a_1 - a_1^0, \ldots, a_r - a_r^0.$$

Portant ces expressions dans les formules

$$\frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = \frac{\partial \mathfrak{P}_i(x - x^0,\ a - a^0)}{\partial a_k} \quad (i = 1 \ldots n;\ k = 1 \ldots r),$$

obtenues par la différentiation des formules (9'), on voit donc que les $\frac{\partial x'_i}{\partial a_k}$, considérés comme fonctions des variables x' et a, sont holomorphes dans le voisinage de

$$(13) \qquad x'_1 = x_0, \ldots, x'_n = x_n;\ a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0.$$

Donc, le déterminant des $\psi_{jk}(a)$ ne s'annulant pas identiquement, les équations (5) permettent d'exprimer les $\xi_{ji}(x')$ sous la forme de séries convergentes procédant selon les puissances croissantes des arguments

(14) $$x'_1 - x_1^0, \ldots, x'_n - x_n^0$$

et ayant pour coefficients certaines fonctions des paramètres a; or ces fonctions des a se réduisent nécessairement à des constantes puisque les ξ_{ji} ne contiennent pas les paramètres a; ce qui prouve bien que les ξ_{ji} sont holomorphes dans le voisinage du point (9).

Mais il y a plus: les fonctions $\psi_{jk}(a)$ figurant dans les équations (5) sont nécessairement holomorphes dans le voisinage du point

(15) $$a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0.$$

En effet, soient

$$\xi_{ji}(x') = \sum_{\mu_1 \ldots \mu_n} \xi_{ji;\, \mu_1 \ldots \mu_n} (x'_1 - x_1^0)^{\mu_1} \ldots (x'_n - x_n^0)^{\mu_n}$$

$$\frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = \sum_{\mu_1 \ldots \mu_n} \eta_{ik;\, \mu_1 \ldots \mu_n} (x'_1 - x_1^0)^{\mu_1} \ldots (x'_n - x_n^0)^{\mu_n}$$

les développements de $\xi_{ji}(x')$ et de $\dfrac{\partial x'_i}{\partial a_k}$ selon les puissances positives des quantités (14). Le système (5) nous donne:

(16) $$\sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a) \xi_{ji;\, \mu_1 \ldots \mu_n} = \eta_{ik;\, \mu_1 \ldots \mu_n}$$

$$(i = 1 \ldots n;\ k = 1 \ldots r;\ \mu_1 \ldots \mu_n = 0, 1, \ldots + \infty).$$

Or, dans la matrice infinie

(17) $$| \xi_{1i;\, \mu_1 \ldots \mu_n}\ \xi_{2i;\, \mu_1 \ldots \mu_n} \ldots \xi_{ri;\, \mu_1 \ldots \mu_n} |$$

$$(i = 1 \ldots n;\ \mu_1 \ldots \mu_n = 0, 1, \ldots, + \infty)$$

on peut trouver un déterminant non nul de degré r; car, si tous les déterminants de degré r de la matrice (17) étaient nuls, on pourrait trouver r constantes $c_1 \ldots c_r$, non toutes nulles, pour

lesquelles les relations (8') seraient vraies identiquement, ce qui est impossible.

Donc, se rappelant que les coefficients $\xi_{ji;\,\mu_1..\mu_n}$ sont des constantes (indépendantes des a) et que les $\eta_{ik;\,\mu_1..\mu_n}$ sont des fonctions des a holomorphes dans le voisinage du point (15), on voit bien que les équations (16) permettent d'exprimer les $\psi_{jk}(a)$ comme des fonctions des a, holomorphes dans le voisinage du point (15).

Ces remarques faites, nous pouvons passer au point essentiel de notre démonstration. Nous avons vu que, dans les équations (5), les fonctions $\psi_{jk}(a)$ sont nécessairement holomorphes dans le voisinage du point (15); il en est donc de même de leur déterminant

$$\begin{vmatrix} \psi_{11} & .. & \psi_{1r} \\ . & . & . \\ \psi_{r1} & .. & \psi_{rr} \end{vmatrix}$$

que nous désignerons par $\varDelta$. Si ce déterminant ne s'annule pas pour

$$a_1 = a_1^0\,,\ ..\,,\ a_r = a_r^0\,,$$

le théorème de M. LIE nous affirme que les transformations (4) forment un groupe. Plaçons nous dans le cas contraire et supposons que $\varDelta$ s'annule au point (15); pour simplifier l'écriture, nous supposerons en outre

$$a_1^0 = 0\,,\ ..\,,\ a_r^0 = 0\,. \tag{18}$$

Dans tout domaine autour du point (18) à l'intérieur duquel les $\psi_{jk}(a)$ sont holomorphes, il y a une infinité de points pour lesquels $\varDelta$ ne s'annule pas; soit $\bar{a}_1 .. \bar{a}_r$ un tel point. Désignons les seconds membres des formules (11) par $\Phi_i(x'\,;\,a)$ et posons

$$y_i = \Phi_i(x_1 \,..\, x_n\,;\ \bar{a}_1 \,..\, \bar{a}_r) \tag{19}$$

$$z_i = f_i(y_1 \,..\, y_n\,;\ c_1 \,..\, c_r)\,, \tag{20}$$

$c_1 .. c_r$ désignant r paramètres nouveaux. Les y étant regardés comme des constantes arbitraires, les z_i, considérés comme fonc-

tions des c, satisfont, nous le savons, aux équations suivantes

$$(21) \qquad \frac{\partial z_i}{\partial c_k} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(c) \xi_{ji}(z) \quad (i = 1 \ldots n\,;\ k = 1 \ldots r)$$

les ψ et ξ étant les mêmes fonctions que dans le système (5). Les $\Phi_i(x'\,;\ a)$ étant par définition les fonctions inverses des $f_i(x;\ a)$, on a nécessairement,

$$(22) \qquad z_i = x_i \quad \text{pour } a_1 = \bar{a}_1\,,\ \ldots,\ a_r = \bar{a}_r \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)\,.$$

Définissons maintenant les c en fonctions des a par le système d'équations

$$(23) \qquad \sum_{k=1}^{r} \psi_{jk}(c) \frac{\partial c_k}{\partial a_\lambda} = \psi_{j\lambda}(a) \quad (j\,,\ \lambda = 1 \ldots r)$$

ou, ce qui revient au même,

$$(24) \qquad \frac{\partial c_k}{\partial a_\lambda} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{j\lambda}(a) \alpha_{jk}(c) \quad (k\,,\ \lambda = 1 \ldots r)$$

les α_{jk} étant des fonctions de $c_1 \ldots c_r$ définies par les identités suivantes:

$$(25) \qquad \sum_{j=1}^{r} \alpha_{jk}(c) \psi_{jl}(c) = \varepsilon_{kl} \quad (k\,,\ l = 1 \ldots r)$$

$$\varepsilon_{kl} = 0 \text{ pour } k \gtrless l\,;\ \varepsilon_{kk} = 1\,.$$

Ce système (24) est complètement intégrable, c'est-à-dire, les conditions d'intégrabilité sont vérifiées *identiquement* par rapport aux c et aux a; c'est ce qui résulte, en effet, de ce que le système (21) est complètement intégrable.[1]). Dans les seconds membres des équations (24), les $\psi_{j\lambda}(a)$ sont holomorphes dans le voisinage du point (18) et il est facile de voir que les $\alpha_{jk}(c)$ sont holomorphes dans le voisinage du point

$$(26) \qquad c_1 = \bar{a}_1\,,\ \ldots,\ c_r = \bar{a}_r\,.$$

[1]) Voir: F. SCHUR, Zur Theorie der endlichen Transformationsgruppen, p. 265. Mathematische Annalen, t. 38; 1891.

Donc, d'après un théorème bien connu de la théorie des équations aux dérivées partielles,[1]) il existe r fonctions

$$(27) \qquad c_1 = \varphi_1(a_1 \ldots a_r), \ldots, c_r = \varphi_r(a_1 \ldots a_r)$$

satisfaisant aux équations (24), holomorphes dans le voisinage du point (18) et prenant, dans ce point, les valeurs initiales (26).

Ces fonctions sont d'ailleurs indépendantes, car leur déterminant fonctionnel est, en vertu du système (24), égal au produit des deux déterminants

$$\begin{vmatrix} \psi_{11}(a) \ldots \psi_{1r}(a) \\ \ldots\ldots \\ \psi_{r1}(a) \ldots \psi_{rr}(a) \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} \alpha_{11}(c) \ldots \alpha_{1r}(c) \\ \ldots\ldots \\ \alpha_{r1}(c) \ldots \alpha_{rr}(c) \end{vmatrix}$$

dont aucun ne s'annule identiquement par rapport aux a.

Par la transformation (27), nos fonctions z déviennent des fonctions des a satisfaisant, en vertu du système (21), aux équations suivantes

$$(28) \qquad \frac{\partial z_i}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a) \xi_{ji}(z) \quad (i = 1 \ldots n;\ k = 1 \ldots r).$$

Pour $a_1 = 0, \ldots, a_r = 0$, les c prennent les valeurs (26) de sorte que les z_i deviennent respectivement égaux aux x_i. Or, nous avons déjà un système de r fonctions, à savoir

$$f_1(x;\ a) \ldots f_n(x;\ a),$$

satisfaisant à ce même système (28), holomorphes dans le voisinage du point $a_1 = 0, \ldots, a_r = 0$ et prenant, dans ce point, les mêmes valeurs initiales $x_1 \ldots x_n$. Donc, une solution de (28) définie par ces conditions étant nécessairement *unique*, nous devons avoir identiquement

$$(29) \qquad z_i = f_i(x_1 \ldots x_n;\ a_1 \ldots a_r) \quad (i = 1 \ldots n).$$

Or, d'après le théorème de M. Lie énoncé au début, les z_i, considérés comme fonctions des x et des c, forment un *groupe* à r paramètres; il en est donc de même des fonctions (4).

---

[1]) Voir, p. ex., Goursat, Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre, p. 70. Paris, Hermann, 1891.

De plus, le groupe défini par les z_i est engendré par les r transformations infinitésimales

(30) $$X_k f = \xi_{k1}(x)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + \xi_{kn}\frac{\partial f}{\partial x_n} \quad (k = 1 \ldots r)$$

ce qui veut dire que, par un changement convenable de paramètres:

(31) $$c_k = \theta_k(e_1 \ldots e_r)\,, \quad (k = 1 \ldots r)$$

les fonctions z_i prennent la forme

(32) $$z_i = x_i + \frac{1}{\underline{|1}} X x_i + \frac{1}{\underline{|2}} XX x_i + \ldots \quad (i = 1 \ldots n)$$

Xf désignant, pour abréger, l'opération suivante

(33) $$Xf = e_1 X_1 f + \ldots + e_r X_r f\,.$$

On sait, du reste, que le changement de paramètres (31) est tel que les θ sont holomorphes dans le voisinage du point:

(34) $$e_1 = 0\,, \ldots, e_r = 0$$

et que l'on a,[1]) dans ce point:

$$c_1 = \bar{a}_1\,, \ldots, c_r = \bar{a}_r$$

et

$$\frac{\partial(\theta_1 \ldots \theta_r)}{\partial(e_1 \ldots e_r)} \neq 0\,.$$

Les formules (31) permettent donc d'exprimer les e en fonctions des c:

(34) $$e_k = \delta_k(c_1 \ldots c_r) \quad (k = 1 \ldots r)$$

les δ étant des fonctions holomorphes des c dans le voisinage du point (26) et s'annulant pour ces valeurs (26). Donc, d'après les formules (27), les e_k s'expriment en fonction des a_k:

$$e_k = \omega_k(a_1 \ldots a_r)\,,$$

les ω_k étant des fonctions holomorphes des a dans le voisinage des valeurs $a_1 = 0 \ldots a_r = 0$ et s'annulant pour ces valeurs.

---

[1]) Voir: Theorie der Transformationsgruppen, III, p. 561.

Donc, désignant les seconds membres des formules (32) par $F_i(x_1 \,..\, x_n;\ e_1 \,..\, e_r)$, nous pouvons écrire, en vertu de (29), les fonctions (4) sous la forme

$$x'_i = F_i\big(x_1 \,..\, x_n\,;\ \omega_1(a) \,..\, \omega_r(a)\big)$$

ce qui prouve bien que *l'ensemble* (4) *constitue un groupe à r paramètres, engendré par les r transformations infinitésimales* (30). c. q. f. d.

Nous pouvons donc, en particulier, énoncer les théorèmes suivants:

I. *Tout groupe continu de transformations à r paramètres qui comprend la transformation identique d'une manière régulière, est engendré par r transformations infinitésimales linéairement indépendantes.*[1])

II. *Tout ensemble de transformations* (4) *à r paramètres qui comprend la transformation identique d'une manière régulière et qui vérifie un système d'équations de la forme* (5), *constitue un groupe continu à r paramètres, engendré par les r transformations infinitésimales* (8).

III. *Pour qu'un ensemble de transformations* (4) *à r paramètres qui comprend la transformation identique d'une manière régulière, constitue un groupe, il faut et il suffit que cet ensemble vérifie un système d'équations de la forme* (5). [2])

En terminant, je dois citer deux mémoires de M. SCHUR [3]) qui ont pour objet l'étude des théorèmes fondamentaux de la théorie des groupes. M. SCHUR y a présenté le premier théorème fondamental sous une forme qui est, en apparence, déba-

[1]) Autant que je sais, ce théorème n'a pas été démontré auparavant que dans deux cas: 1:o si le groupe vérifie un système d'équations de la forme (5) où le déterminant des $\psi_{jk}(a)$ ne s'annule pas pour les valeurs des paramètres correspondant à la transformation identique (c'est là le théorème enoncé au début); 2:o si l'on sait *a priori* que les transformations du groupe sont deux à deux inverses (Voir: Theorie der Transformationsgruppen, III, p. 566).

[2]) C'est le premier théorème fondamental de M. LIE, débarassé de la restriction relative au déterminant des ψ_{jk}.

[3]) Mathematische Annalen, t. 35, p. 161; t. 38, p. 263.

rassée de la restriction relative au déterminant des $\psi_{jk}(a)$. Je dis *en apparence*, car il est facile de voir que, en réalité, M. SCHUR n'a démontré plus que M. LIE lui-même. En effet, l'énoncé que donne M. SCHUR au premier théorème fondamental est le suivant: [1])

Soll die Schaar von Transformationen

$$(A) \qquad x'_a = f_a(x_1 \,..\, x_n \,;\, u_1 \,..\, u_n) \quad (a = 1 \,..\, n)$$

eine Gruppe bilden, soll also sein

$$(B) \qquad f_a(f(x\,;\,u)\,;\,v) = f_a(x\,;\,\varphi(u\,;\,v))$$

so sind hierfür die nothwendigen und hinreichenden Bedingungen die, dass die Functionen $f_a(x;\,u)$ und $\varphi_a(x:\,v)$ den Differentialgleichungen

$$(C) \qquad \omega_a^b(\varphi(u\,;\,v)) = \sum_{c=1}^{r} \frac{\partial \varphi_a(u\,;\,v)}{\partial v_c}\,\omega_c^b(v)$$

und

$$(D) \qquad \xi_a^b(f(x\,;\,u)) = \sum_{c=1}^{r} \frac{\partial f_a(x\,;\,u)}{\partial u_c}\,\omega_c^b(u)$$

genügen, und es ist die Gruppe durch die Functionen $\xi_a^b(x)$ und $\omega_a^b(u)$, welche letzteren den Anfangsbedingungen $\omega_a^b(0) = \delta_{ab}$ genügen, vollständig bestimmt ($\delta_{ab} = 0 (a \lesseqgtr b)\,;\ \delta_{aa} = 1$). [2])

Plus tard, M. SCHUR a complété cet énoncé en y ajoutant la condition que les $\xi_a^b(x)$ ne s'annulent pas toutes identiquement.[3])

Mais, même avec cette restriction, le théorème énoncé par M. SCHUR n'est pas exact. Considérons, en effet, le groupe très simple défini par les équations suivantes

$$x'_1 = x_1 + u_1 \;;\; x'_2 = x_2 + u_2^2 \,.$$

---

[1]) Voir: Math. Ann. t. 35, p. 168; t. 38, p. 264.

[2]) Les fonctions $f_a(x;\,u)$ sont supposées holomorphes dans le voisinage des valeurs $u_1 = u_2 = . = u_r = 0$ et se réduisant respectivement à x_a pour ces valeurs des u.

[3]) Voir: Math. Ann., t. 41, p. 523. Voir aussi: LIE, Theorie der Transformationsgruppen, III, p. 789.

Ce groupe est à deux paramètres $u_1 u_2$ et comprend la transformation identique (pour $u_1 = u_2 = 0$). On a de plus

$$\varphi_1(u\,;\; v) = u_1 + v_1\;;\; \varphi_2(u\,;\; v) = \sqrt{u_2^2 + v_2^2}$$

d'où

$$\frac{\partial \varphi_1(u\,;\; v)}{\partial v_1} = 1\,, \quad \frac{\partial \varphi_1(u\,;\; v)}{\partial v_2} = 0$$

$$\frac{\partial \varphi_2(u\,;\; v)}{\partial v_1} = 0\,, \quad \frac{\partial \varphi_2(u\,;\; v)}{\partial v_2} = \frac{v_2}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}}\,.$$

D'après les formules (C), nous devons donc avoir

$$\omega_1^1(\varphi(u\,;\; v)) \equiv \frac{\partial \varphi_1(u\,;\; v)}{\partial v_1}\,\omega_1^1(v) \equiv \omega_1^1(v)$$

$$\omega_1^2(\varphi(u\,;\; v)) \equiv \frac{\partial \varphi_1(u\,;\; v)}{\partial v_1}\,\omega_1^2(v) \equiv \omega_1^2(v)$$

$$\omega_2^1(\varphi(u\,;\; v)) \equiv \frac{\partial \varphi_2(u\,;\; v)}{\partial v_2}\,\omega_2^1(v) \equiv \frac{v_2 \cdot \omega_2^1(v)}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}}$$

$$\omega_2^2(\varphi(u\,;\; v)) \equiv \frac{\partial \varphi_2(u\,;\; v)}{\partial v_2}\,\omega_2^2(v) \equiv \frac{v_2 \cdot \omega_2^2(v)}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}}$$

c'est-à-dire (eu égard les conditions $\omega_a^b(0) = \delta_{ab}$)

$$\omega_1^1(v_1\,,\; v_2) \equiv 1\,, \quad \omega_1^2(v_1\,,\; v_2) \equiv 0$$

$$\omega_2^1(v_1\,,\; v_2) \equiv 0\,, \quad \omega_2^2(v_1\,,\; v_2) \equiv 0\,,$$

ce qui est contraire à la condition $\omega_2^2(0) = 1$.

Faisons maintenant abstraction des équations (C) et voyons si les x'_a peuvent vérifier un système de la forme (D), les $\omega_a^b(u)$ n'étant assujettis qu'aux conditions $\omega_a^b(0) = \delta_{ab}$. Nous avons

$$\frac{\partial f_1(x\,;\; u)}{\partial u_1} \equiv 1\,, \quad \frac{\partial f_1(x\,;\; u)}{\partial u_2} \equiv 0$$

$$\frac{\partial f_2(x\,;\; u)}{\partial u_1} \equiv 0\,, \quad \frac{\partial f_2(x\,;\; u)}{\partial u_2} \equiv 2u_2$$

ce qui nous donne

$$\xi_1^1(x') \equiv \omega_1^1(u) \qquad \xi_1^2(x') \equiv \omega_1^2(u)$$

$$\xi_2^1(x') \equiv 2u_2\omega_2^1(u) \quad \xi_2^2(x') \equiv 2u_2\omega_2^2(u)$$

d'où:

$$\xi_1^1 \equiv 1 \quad \xi_1^2 \equiv 0 \qquad \xi_2^1 \equiv 0 \quad \xi_2^2 \equiv 0$$

$$\omega_1^1 \equiv 1 \quad \omega_1^2 \equiv 0 \qquad \omega_2^1 \equiv 0 \quad \omega_2^2 \equiv 0$$

ce qui est encore contraire à la condition $\omega_2^2(0) = 0$. L'énoncé de M. SCHUR n'est donc pas exact pour le cas envisagé, et ne peut donc, par conséquent, ètre vrai dans le cas général. Il est d'ailleurs facile à voir ce qu'il faut ajouter à cet énoncé pour le rendre exact. C'est qu'on se borne a priori à un ensemble de transformations (A) tel que les r symboles

$$\sum_{a=1}^{r} \xi_a^b \frac{\partial f}{\partial x_a} \; (b=1\,.\,.\,r)$$

où l'on a posé

$$\xi_a^b = \left(\frac{\partial f_a(x\,;\,u)}{\partial u_b}\right)_{u_1 = \,.\,.\, = u_r = 0}$$

soient linéarement indépendantes. Mais il est facile de voir que cette condition est équivalente à celle dont nous venons de parler, à savoir que le déterminant des $\psi_{jk}(a)$ dans le système (5) ne s'annule pas pour les valeurs des paramètres correspondant à la transformation identique. Le théorème énoncé par M. SCHUR ne nous apprend donc plus que celui de M. LIE énoncé au début.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 310.)

Albany. *New York state museum.*
Report. 45(1891)—46(1892). 8:o.
Amsterdam. *Société mathématique.*
Revue semestrielle des publications mathématiques. T. 2(1894): P. 2. 8:o.
Wiskundige opgaven met de oplossingen. D. 6: St. 3. 1894. 8:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
American chemical journal. Vol. 15(1893): N:o 8; 16(1894): 1—6. 8:o.
American journal of mathematics. Vol. 16(1894): N:o 1—3. 4:o.
The American journal of philology. Vol. 14(1893): 4; 15(1894): 1. 8:o.
Studies in historical and political science. Ser. 11(1893): 11—12; 12(1894): 1—7. 8:o.
University circulars. Vol. 13: N:o 111—114. 1894. 4:o.
— *Peabody institute.*
Annual report. 27(1893/94). 8:o.
Batavia. *K. Natuurkundige vereeniging in Nederlandsch-Indië.*
Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. D. 53(1893). 8:o.
Berlin. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. 1893. 4:o.
Sitzungsberichte. 1894: 1—23. 8:o.
Acta Borussica. Behördenorganisation. Bd. 1. 1894. 8:o.
— *Physicalisch-technische Reichsanstalt.*
Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd 1. 1894. 4:o.
— *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Bericht über die Thätigkeit. 1893. 8:o.
— *Entomologischer Verein.*
Berliner entomologische Zeitschrift. Bd 39(1894): H. 1—2. 8:o.
Bern. *Naturforschende Gesellschaft.*
Mittheilungen. Jahr 1893. 8:o.
Compte rendu des travaux présentés à la Société Helvétique des sciences naturelles. Session 76(1893). Lausanne. 8:o.
Actes de la Société Helvétique. Session 76(1893). 8:o.
Bonn. *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande . . .*
Verhandlungen. Jahrg. 50(1893): H. 2. 8:o.
Boston. *American academy of arts and sciences.*
Proceedings. Vol. 28(1892/93). 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, de lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 27(1894): N:o 5—6; 28(1894): 7. 8:o.
— *Société R. de botanique de Belgique.*
Bulletin. T. 30—32. 1891—94. 8:o.

(Forts. å sid. 332.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 7.
Stockholm.

List of birds from northern Australia, New Zealand, Southern Pacific and Southern Atlantic Oceans.

By CONRAD FRISTEDT.

[Communicated 1894, September 12, by F. A. SMITT.]

During my stay in Australia I spent the most time on the coast of Cape York peninsula in the neighbourhood of the small township of Cardwell for the purpose of studying the aboriginals of Queensland. Meantime I collected some birdskins and other zoological specimens, and will now give a list of those birds as well as of some others I collected in New Zealand and the Pacific and the Atlantic Oceans. In Australia I got my collections from the country west and north from Cardwell and in New Zealand I only visited the North Island.

All the specimens are now belonging to the zoological State-museum at Stockholm.

Astur approximans, VIG. & HORSF.

1 ♀ Hinchinbrookisland, Queensland.

Haliastur girrenera, VIEILL. & OUD. (SHARPE).

1 ♀ Cardwell, »

H. Sphenurus, VIEILL. (GRAY).

2 ♀ » »

Milvus affinis, GOULD.

1 ♂ » »

Pandion leucocephalus, GOULD.

1 ♂ » »

Caprimulgus macrurus, HORSF. (GOULD).

1 ♀ » »

Collocalia terræ reginæ, RAMSAY.

2 ♂ Cardwell, Queensland.

Merops ornatus, LATH.

1 ♀ Hull river, »

Dacelo gigas, BODD. (GRAY).

1 ♀ Cardwell, »

D. Leachii, VIG. & HORSF.

1 ♀ » »

Cyanalcyon Mac Leayi, JARD. & SELB. (CAB. & HEIN.).

2 ♂, 2 ♀ Cardwell, Queensland.

These three kingfishers are all very common in the southern part of Cape York-peninsula. I often saw D. gigas and D. Leachii perching on the same branch of a tree and I believe the one is as common in tropical Australia as the other. They are both closely allied to each other and as to the colouring I have seen many varieties standing between them both.

Many specimens of D. gigas, which I shot near Cardwell, had a tint of azureblue on the rump quite as D. Leachii and my examples of D. gigas are a good deal smaller than specimens of the same bird from New South Wales. Of course the great difference in the sizes of the bills is quite enough to make them separated species, but at the same time I am inclined to believe that there may be some varieties between them both.

Artamus leucogaster, GRAY.

1 ♂ Hinchinbrookisland, Queensland.

Dicæum hirundinaceum, SCHAW. & NODD. (GRAY).

1 ♂ Cardwell, Queensland.

Graucalus Swainsonii, GOULD.

1 ♂ Tully river, »

G. mentalis, VIG. & HORSF.

1 ♂, 1 ♀ Cardwell, »

1 ♂ Hull river, »

Lalage leucomelæna, VIG. & HORSF. (SHARPE).

1 ♂ Cardwell, »

The above-mentioned G. mentalis is to be found sparingly in the mangroves, bordering the rivers and creeks near Cardwell. Lalage leucomelæna seems to be a very rare bird in this part of tropical Australia. The only one I ever saw, was the specimen I shot.

Micrœca flavigaster, GOULD.

1 ♂ Hull river, Queensland.

M. flavovirescens, GRAY.

3 ♂ Cardwell, »

The specimens I got of M. flavovirescens differ a little from SHARPE'S description of the bird. SHARPE says: "round the eye a circlet of pale yellow feathers; bill dusky hornbrown, the lower mandible yellow." As to my specimens the circlet round the eye is yellowish rufous and the bill uniform black.

Malurus dorsalis, LEWIN (SHARPE).

2 ♂, 2 ♀ Cardwell, Queensland.

The specimens I collected of this little beautiful warbler were all shot in the open forest west from Cardwell. According to SHARPE'S description of the bird, the back should be dark crimson, but the back of another species, *M. melanocephalus* VIG. & HORFS., scarlet-vermilion. In my opinion this colouring will change after the seasons and different localities. At least 4 males of a bird, now belonging to the zoological State Museum at Stockholm and received from a collection of birds from New South Wales and labelled as M. melanocephalus have their backs of the same colouring as two males of M. dorsalis from Queensland. The only character, that would really make these birds from New South Wales and Queensland two distinct species is, I believe, the light fulvous colouring of the axillaris," only to be found in M. melanocephalus. M. dorsalis seems to be a little smaller than M. melanocephalus, depending upon the length of the tail, but that is not a good character, as GOULD says that the tail of Malurus is very changeable: the young birds have a longer tail than the fullgrown.

To make 3 species of redbacked Maluri, as SHARPE seems to be inclined to, is without doubt rather too much. I think two species are quite enough, perhaps they are all only varieties of one species.

Riphidura rufifrons, LATH. (VIG. & HORSF.).
1 ♀ Cardwell, Queensland.

R. setosa, QUOY. (GRAY).
1 ♂ » »

Arses kaupi, GOULD.
1 ♂ » »

Piezorhynchus nitidus, GOULD.
1 ♂, 1 ♀ Tully river, »

P. Gouldi, GRAY.
1 ♂ Cardwell, »

Monarcha melanopsis, VIEILL. (VIG. & Horsf.).
1 ♂ Hull river, »

Anthus novæ zealandiæ, GM. (GRAY).
1 ♀ North island, New Zealand.

Sphecotheres flaviventris, GOULD.
1 ♂, 1 ♀ Cardwell, Queensland.

Pinarolestes rufigaster, GOULD (SHARPE).
4 ♂ Cardwell, »

Callyriocincla pallidirostris, SHARPE.
2 ♀ » »

This bird is very common in the open forests of ti- and gumtrees near the ranges south from Cardwell and it seems to differ only very little from *C. harmonica*, LATH. (GRAY). The most important difference is according to SHARPE the lighter colouring of the bill of C. pallidirostris, but the length and the colour of the feathers of the two birds are so alike that I am inclined to think that they are only varieties of the same species.

The iris of C. pallidirostris is brown with a very perspicuous tint of red.

Ailurœdus Smithii, LATH. (CAB.).

1 ♂ Hull river, Queensland.

Pacycephala rufiventris, LATH.

2 ♀ Cardwell, »

Myzomela obscura, GOULD.

2 ♀ » »

Zosterops Westernensis, REICH.

1 ♂, 2 ♀ Hull river, »

Ptilotis flavistriata, GOULD.

1 ♀ Hinchinbrookisland, »

Tropidorhynchus buceroides, SWAINS.

1 ♂ Cardwell, »

Prosthemadera novœ Zealandiœ, GM. (CAB.).

2 ♂ Wangaroa, New Zealand.

Calornis metallica, GRAY.

1 ♂, 1 ♀ Hinchinbrookisland, Queensland.

Ægintha temporalis, LATH. (GOULD).

1 ♂ Cardwell, »

Centropus phasianus, LATH. (TEMM.).

2 ♂, 1 ♀ » »

Cacatua galerita, LATH. (VIEILL.).

2 ♂, 1 ♀ » »

Calyptorhynchus Banksii, LATH. (VIG. & HORSF.).

2 ♂, 2 ♀ Cardwell, Queensland.

Aprosmictus scapulatus, BECHST. (GOULD).

1 ♂ Hull river, »

Trichoglossus chlorolepidotus, KUHL (WAGL.).

1 ♂, 1 ♀ Cardwell, »

T. multicolor, GM. (WAGL.).

1 ♂, 2 ♀ » »

Chalcophaps chrysochora, GOULD.

1 ♂ » »

Geopelia tranquilla, GOULD.

1 ♂, 1 ♀ » »

Stictopelia cuneata, REICH.

1 ♂, 1 ♀ Hull river, Queensland.

Chionis alba, QUOI & GUIMARD.

1 ♂ Cape Horn, South Amer.

Of this interesting bird two specimens one day perched on the riggings of the vessel about a hundred miles from the coast. I was happy enough to get one of them. It was a very fat bird and afforded a splendid eating. The stomach was filled with eggshells and some vegetable matter.

Apteryx mantelli, BART.

1 ♀ Wangaroa, New Zealand.

Charadrius Geoffroyi, WAGL.

1 ♀ Cardwell, Queensland.

Limosa uropygialis, GOULD.

2 ♀ Hinchinbrookisland, »

Limnocinclus acuminatus, HORSF. (GOULD).

1 ♂ Cardwell, »

Totanus brevipes, CUV. (VIEILL.).

1 ♀ » »

Numenius uropygoides, GOULD.

2 ♂ » »

Carphibis spinicollis, *Jam.* (GOULD).

2 ♂ » »

Threskiornis Strictipennis, GOULD.

1 ♀ Hinchinbrookisland, »

Ardea pacifica, LATH.

1 ♂ Cardwell, »

Herodias alba, L. (GOULD).

1 ♀ Hull river, »

H. garzetta, L. (GOULD).

1 ♂ Cardwell, »

Thalasseus poliocercus, GOULD.

1 ♂ » »

Sternula nereis, GOULD.

1 ♀ » »

Procellaria oceanica, KUHL.

1 ♀ Lat. S. 30°, long. W. 36°, Atl. Ocean.

P. glacialoides, SMITH.

1 ♂ Cape Horn, South Amer.

Diomedea exulans, L.

2 ♂ Pacific Ocean.

D. chlororhynchus, LATH.

1 ♂, 1 ♀ Cape Horn, South Amer.

Larus dominicanus, LICHT.

1 ♂ Wangaroa, New Zealand.

L. scopulinus, FORST.

1 ♂ » »

Phalacrocorax melanoleucos, VIEILL. (GOULD).

1 ♂, 1 ♀ Cardwell, Queensland.

Ph. brevirostris, GOULD.

1 ♂ Wangaroa, New Zealand.

Sula piscator, L.

2 ♂ Lat. 0°, long. W. 25°, Atl. Ocean.

S. serrator, BANKS (BONAP.).

1 ♂ Wangaroa, New Zealand.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 324.)

Bruxelles. *Société entomologique de Belgique.*
Annales. T. 37. 1893. 8:o.
— *Société Belge de microscopie.*
Année 20(1893/94): N:o 7—9. 8:o.
Bucarest. *Institut météorologique de Roumanie.*
Annales. T. 8(1892). 4:o.
Budapest. *Ungar. Centralbureau für ornithologische Beobachtungen.*
Aquila. Zeitschrift für Ornithologie. Jahrg. 1(1894): N:r 1—2. 4:o.
— *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek. Vol. 17(1894): 1—2. 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 36(1893): Entr. 3—6. 8:o.
Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 62(1893): P. 1: N:o 4; 2: 4 & Index. 8:o.
Proceedings. 1893: N:o 10; 1894: 1. 8:o.
Annual address. 1894. 8:o.
— *Geological survey of India.*
Records. Vol. 27(1894): P. 2. 8:o.
Memoirs. Palæontologia Indica. Ser. 9: Vol. 2: P. 1. 1893. Fol.
A manual of the geology of India. Ed. 2 rev. by R. D. OLDHAM. 1893. 8:o.
Campinas. *Instituto agronomico do estado de São Paulo.*
Relatorio annual. 1893. 4:o.
Caracas. *Venezuelas regering.*
The United states of Venezuela in 1893. New York. 8:o.
Cincinnati. *Society of natural history.*
Journal. Vol. 16(1893/94): N:o 4; 17(1894): 1. 8:o.
Coimbra. *Sociedade Broteriana.*
Boletim. 11(1893): Fasc. 2. 8:o.
Dresden. *K. Sächsisches statistisches Bureau.*
Zeitschrift. Jahrg. 39(1893): H. 3—4. 4:o.
Dublin. *Royal Irish academy.*
Transactions. Vol. 30: P. 11—12. 1894. 4:o.
Proceedings. (3) Vol. 3: N:o 2. 1894. 8:o.
— *Royal Dublin society.*
Scientific transactions. (2) Vol. 4: 14; 5: 1—4. 1892—93. 4:o.
Scientific proceedings. N. S. Vol. 7(1892): P. 5; 8(1893): 1—2. 8:o.
Edinburgh. *R. Physical society.*
Proceedings. Vol. 12: P. 1(1892/93). 8:o.
Emden. *Naturforschende Gesellschaft.*
Jahresbericht. 78(1892/93). 8:o.
Erfurt. *K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften.*
Jahrbücher. N. F. H. 20. 1894. 8:o.

Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Bd 39(1893): Math.-phys. Kl.; Hist.-phil. Kl. 4:o.
Nachrichten. Math.-phys. Kl. 1894: Nr. 2. 8:o.
» Philol.-hist. Kl. 1894: Nr. 2. 8:o.
» Geschäftliche Mittheilungen. 1894: Nr. 1. 8:o.
Hamburg. *Naturhistorisches Museum.*
Mitteilungen. Jahrg. 11(1893). 8:o.
— *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Verhandlungen. (3) 1(1893). 8:o.
Harlem. *Société hollandaise des sciences.*
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 28: Livr. 2. 1894. 8:o.
Helsingfors. *Finska vetenskaps-societeten.*
Acta. T. 19. 1893. 4:o.
Öfversigt af förhandlingar. 35(1892/93). 8:o.
Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. H. 52—53. 1893. 8:o.
— *Institut météorologique central.*
Observations météorologiques. 1881—88. Fol.
Observations météorol. faites à Helsingfors. Vol. 6—8(1887—89): Livr. 1; 11(1892): 1. Fol.
— *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiela statistik. VI: 22. 1894. 4:o.
Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd 28: H. 4. 1894. 8:o.
Kasan. *Kejserl. universitetet.*
Ученыя записки. Г. 61(1894): Кн. 1—3. 8:o.
Akademiska dissertationer. 2 st. 8:o.
Ouvrage publié à l'occasion du centenaire de la naissance de N. I. Lobatchefsky. 1894. 4:o.
Kassel. *Verein für Naturkunde.*
Bericht. 39(1892/94). 8:o.
Kharkow. *Université impériale.*
Annales. 1894: Кн. 1—3. 8:o.
Akademiska dissertationer. 2 st. 8:o.
Kjöbenhavn. *Farmaceutisk Læreanstalt.*
Beretning. 1892/94. 8:o.
— *K. Danske Videnskabernes Selskab.*
Skrifter. (6) Hist.-filos. Afd. T. 3: N:o 3. 1894. 4:o.
Oversigt over Forhandlinger. 1893: N:o 3; 1894: 1. 8:o.
Regesta diplomatica historiæ Danicæ. (2) Bd 2: 2. 1893. 4:o.
— *Carlsberg Laboratoriet.*
Meddelelser. Bd 3: H. 3. 1894. 8:o.
Krakau. *Académie des sciences.*
Rozprawy. Wydział matematyczno-przyrodniczy. (2) T. 6. 1893. 8:o.
Sprawozdanie komisyi fizyograficznej. T. 28. 1893. 8:o.
Zbiór wiadomości do antropologii krajowej. T. 17. 1893. 8:o.
Materyały do klimatografii Galicyi. Rok 1893. 8:o.
Biblioteka pisarzów Polskich. 28. 1893. 8:o.
Bulletin international. 1894: N:o 3—7. 8:o.

Königsberg. *Physikalisch-ökonomische Gesellschaft.*
Schriften. Jahrg. 34(1893). 4:o.
Leiden. *Nederlandsche botanische vereeniging.*
Nederlandsch kruidkundig archief. (2) D. 6: St. 3. 1894. 8:o.
Leipzig. *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 29(1894): H. 1—2. 8:o.
— *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 14: N:o 6. 1894. 8:o.
» Math.-phys. Cl. Bd 21: N:o 2. 1894. 8:o.
Linz. *Museum Francisco-Carolinum.*
Bericht. 52(1893). 8:o.
Lisboa. *Academia R. das sciencias.*
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. (2) T. 1: N. 4; 2: 5—6, 8. 1890—92. 8:o.
London. *British association for the advancement of science.*
Report. Meeting 63(1893). Nottingham. 8:o.
— *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 13: P. 8. 1894. 8:o.
— *British museum (Natural history).*
Crombie, J. M., A monograph of Lichens found in Britain. P. 1. 1894. 8:o.
Catalogue of the Mesozoic plants. P. 1. 1894. 8:o.
» » » Birds. Vol. 23. 1894. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 7—8. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 65—66(1894): 6—9. 8:o.
Proceedings. Session 1893/94: N:o 140—141. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 50(1894): P. 3. 8:o.
— *Linnean society.*
Transactions. (2) Zool. Vol. 5: P. 11; 6: 1—2. 1894. 4:o.
» » Bot. Vol. 3: P. 9—11; 4: 1. 1893—94. 4:o.
Journal. Zool. Vol. 24: N:o 155—157. 1893—94. 8:o.
» Bot. Vol. 26: N:o 177; 30: 205—208. 1893—94. 8:o.
Proceedings. 1890/93. 8:o.
List. 1893—94. 8:o.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1894: P. 3—4. 8:o.
— *Royal Society.*
Philosophical transactions. Vol. 184(1893): A—B. 4:o.
Proceedings. Vol. 55(1894): N:o 334—335; 56(1894/95): 336. 8:o.
List. $1893^{30}/11$. 4:o.
Catalogue of scientific papers. (1874—83). Vol. 10. 1894. 4:o.
— *Zoological society.*
Proceedings. 1894: P. 1—2. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 90—92 & App. 2. 8:o.

London, Ont. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 26(1894): N:o 6—8. 8:o.

Madison. *Washburn observatory.*
Publications. Vol. 8. 1893. 4:o.

Madras. *Government observatory.*
Results of observations of the fixed stars. Vol. 7. 1894. 4:o.

Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de la compañia de Jesús.*
Observaciones. 1892: 8—11; 1893: 2—5. Fol.

Melbourne. *Observatorio.*
Record of results of observations in meteorology and terrestrial magnetism. 1893. 8:o.
— *Zoological and acclimatisation society.*
Annual report. 30(1893). 8:o.

Meriden. *Scientific association.*
Transactions. Vol. 5(1893). 8:o.

México. *Observatorio meteorologico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 3(1893/94): N. 8—9. 8:o.

Middelburg. *Zeeuwsch genootschap der wetenschappen.*
Verslag over 1885—93. 8:o.

Milano. *R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.*
Memorie. Cl. di scienze mat. e nat. Vol. 16: Fasc. 3; 17: 1—2. 1891—92. 4:o.
D:o Cl. di scienze stor. e mor. Vol. 19: Fasc. 1. 1892. 4:o.
Rendiconti. (2) Vol. 24(1891)—25(1892). 8:o.
Atti della fondazione scientifica Cagnola. Vol. 11(1891—92). 8:o.

Moscou. *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. Année 1894: N:o 1. 8:o.

Mount Hamilton. *Lick observatory.*
Publications. Vol. 2(1894). 4:o.

München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Math.-physikal. Cl. 1894: H. 2. 8:o.
» Philos.-philol. u. hist. Cl. 1894: H. 1. 8:o.
— *Bayerische botanische Gesellschaft zur Erforschung der heimischen Flora.*
Berichte. Bd 1(1891)—3(1893). 8:o.

Napoli. *R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Atti. (2) Vol. 6. 1894. 4:o.
Rendiconto. (2) Vol. 8(1894): Fasc. 3—7. 4:o.
— *Società Italiana delle scienze.*
Memorie di matematica e di fisica. (3) T. 8—9. 1892—93. 4:o.

New York. *Academy of sciences.*
Annals. Vol. 6: Index; 7: N:o 6—12; 8: 4. 1894. 8:o.
— *Torrey botanical club.*
Bulletin. Vol. 1—5(1870—74); 6(1875—79); 13(1886): N:o 12; 14 (1887): 2—3, 8—12; 15(1888); 16(1889): 8; 17(1890)—20(1893). 8:o.

New York. *American museum of natural history.*
Annual report. Year 1893. 8:o.
— *Microscopical society.*
Journal. Vol. 10(1894): N:o 3. 8:o.
Nürnberg. *Naturhistorische Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 10: H. 2(1893). 8:o.
Ottawa. *Royal society of Canada.*
Proceedings and transactions. Vol. 11(1893). 4:o.
— *Meteorological service of the Dominion of Canada.*
Report. Year 1889. 8:o.
Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 8(1894): Fasc. 4. 8:o.
Paris. *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 24(1893/94): N:o 283—287. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 15(1894): Trim. 1. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 12—14. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 21(1893): N:o 7—8; 22(1894): 2—5. 8:o.
Compte-rendu des séances. 1894: N:o 11—13. 8:o.
Philadelphia. *Academy of natural sciences.*
Journal. (2) Vol. 10: P. 1. 1894. 4:o.
Proceedings. 1893: P. 3; 1894: 1. 8:o.
— *American philosophical society.*
Proceedings. Vol. 33(1894): N:o 144. 8:o.
Pisa. *Società Toscana di scienze naturali.*
Atti. Processi verbali. Vol. 9(1894—96): p. 63—132. 8:o.
Potsdam. *Centralbureau der internat. Erdmessung.*
Comptes-rendus des séances de la commission permanente de l'Association géodésique internat., Genève 1893. 4:o.
— *K. Preussisches geodätisches Institut.*
Polhöhenbestimmungen im Harzgebiet ausgeführt 1887—91. 4:o.
Prag. *K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. 1893: Math.-naturw. Cl.; Cl. für Philos., Geschichte u. Philol. 8:o.
Jahresbericht. Jahr 1893. 8:o.
— *Spolek chemiků Českých.*
Listy chemické. R. 18(1894): Č. 1—10. 8:o.
— *K. K. Sternwarte.*
Magnetische und meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 54(1893). 4:o.
Roma. *Italienska regeringen.*
Le opere di GALILEO GALILEI. Vol. 4. Firenze 1894. 4:o.
— *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 1(1893): P. 2: 12 & Ind; 2(1894): P. 2: 1—3. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 3(1894): Fasc. 3—6. 8:o.
» Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 3(1894): Sem. 1: Fasc. 8—12; Sem. 2: 1—4. 4:o.
» Adunanza solenne 1894 3/6. 4:o.

Roma. *Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.*
Atti. Anno 46(1892/93): Sess. 1—8; 47(1893/94): 1—2. 4:o.
— *Comitato geologico d'Italia.*
Bollettino. Vol. 24(1893): N:o 1—4. 8:o.
Salem. *Essex institute.*
Bulletin. Vol. 25(1893): N:o 4—12; 26(1894): 1—3. 8:o.
San José. *Instituto fisico-geografico y museo nacional de Costa Rica.*
Anales. T. 4(1891). 4:o.
PERALTA, M. M. DE, & ALFARO, A., Etnología Centro-Americana. Madrid 1893. 8:o.
St. Louis. *Academy of sciences.*
Transactions. Vol. 6: N:o 9—17. 1893—94. 8:o.
— *Missouri botanical garden.*
Annual report. 5(1893). 8:o.
St. Petersburg. *Institut Imp. de médecine expérimentale.*
Archives. T. 2: N:o 5; 3: 1. 1893—94. 4:o.
— *Société Imp. Russe de géographie.*
Извѣстія. — Bulletin. T. 30(1894): 2. 8:o.
Отчетъ. г. 1893. 8:o.
Santiago. *Société scientifique du Chili.*
Actes. T. 4(1894): Livr. 1. 8:o.
Springfield. *Illinois state museum of natural history.*
Bulletin. N:o 3. 1894. 8:o.
Stuttgart. *Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.*
Jahreshefte. Jahrg. 50(1894). 8:o.
Sydney. *New South Wales government.*
Historical records of New South Wales. Vol. 2. 1893. 8:o.
— *Royal society of New South Wales.*
Journal & proceedings. Vol. 27(1893). 8:o.
— *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. Vol. 8(1893): P. 4. 8:o.
— *Geological survey of New South Wales.*
Records. Vol. 3(1892—93): Index; 4(1894): P. 1. 4:o.
Memoirs. Geological ser. N:o 5. 1894. 4:o.
Annual report. Year 1893. Fol.
Tokyo. *Imperial university, College of science.*
Journal. Vol. 6: P. 4; 7: 1. 1894. 4:o.
Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 29(1893/94): Disp. 11—15. 8:o.
— *Musei di zoologia ed anatomia comparata.*
Bollettino. Vol. 9(1894): N:o 166—178. 8:o.
Tufts college, Mass. *Tufts college library.*
Studies. N:o 2. 1894. 8:o.
Utrecht. *Procinciaal Utrechtsch genootschap van kunsten en wetenschappen.*
Verslag van het verhandelde in de alg. vergadering 1893 27/6. 8:o.
Aanteekeningen van het verhandelde in de sectie-vergaderingen. 1893. 8:o.
LANGERAAD, L. A. VAN, De nederlandsche ambassadekapel te Parijs. D. 1—2. 's-Gravenh. 1893—94. 8:o.

Venezia. *R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.*
Atti. T. 50(1891/92): Disp. 4—10 & App. 1—2; 51(1892/93): 1—10; 52(1893/94): 1—3. 8:o.
Washington. *Smithsonian institution.*
Contributions to knowledge. Vol. 27: N:o 884. 1893. 4:o.
— *U. S. National museum.*
Bulletin. N:o 43. 1893. 8:o.
SHUFELDT, R. W., Scientific taxidermy for museums. 1894. 8:o.
— *Weather Bureau.*
Bulletin. N:o 11; A—B. 1894. 8:o & Fol.
MC ADIE, A., Protection from lightning. 1894. 8:o.
Wellington. *New Zealand institute.*
Transactions and proceedings. Vol. 26(1893). 8:o.
Wien. *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 44(1894): Qu. 1—2. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Jahrbuch. Bd 41(1891): H. 4; 44(1894): 1. 8:o.
Verhandlungen. 1894: N:o 5—9. 8:o.
— *Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.*
Schriften. Bd 31(1890/91). 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 28(1894): Nr. 1. 8:o.
Sitzungs-Berichte. 1894: N:o 1—4. 8:o.

Af Herrar F. & G. Beijer.
NATHORST, A. G., Jordens historia. H. 12—14. Sthlm 1894. 8:o.

Af utgifvarne.
Acta mathematica, hrsg. von G. MITTAG-LEFFLER. 18: 2. Sthlm 1894. 8:o.
Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. 1894: N:o 2. Sthlm. 8:o.
Svenska jägarförbundets nya tidskrift, utg. af A. WAHLGREN. Årg. 32(1894): H. 2. 8:o.

Af författarne.
ANDERSSON, O. A., Zur Kenntniss der Morphologie der Schilddrüse. Lpz 1894. 8:o.
ERIKSSON, J., & HENNING, E., Några hufvudresultat af en ny undersökning af sädesrosten. Sthlm 1894. 8:o.
GRÖNBERG, G., & KLINCKOWSTRÖM, A. v., Zur Anatomie der Pipa americana. 1—3. Jena 1894. 8:o.
HASSELBERG, B., Über das Linienspectrum des Sauerstoffs. Lpz 1894. 8:o.
LINDBERG, G. A., Hvilken nytta hafva kaktéerna af sina taggar? Sthlm 1894. 8:o.
LINDSTRÖM, G., Om Gotlands fiskar. Uppl. 2. Visby 1894. 8:o.
MUNTHE, H., Preliminary report on the physical geography of the Litorina-Sea. Ups. 1894. 8:o.
NERMAN, G., Om kanaler och slussar. Sthlm 1894. 8:o.

Af författarne.

NILSON, L. F., Torfmullens värde. Sthlm 1894. 8:o.

TRYBOM, F., Fisket i Halland 1893. Halmstad 1894. 8:o.

ADOR, E., J.-Ch. Galissard de Marignac. Notice biographique. Genève 1894. 8:o.

KÖLLIKER, A. v., Der feinere Bau und die Functionen des sympathischen Nervensystems. Würzb. 1894. 8:o.

SCUDDER, S. H., The North American Ceuthophili. 1894. 8:o.

SIEGER, R., Seenschwankungen und Strandverschiebungen in Skandinavien. Berl. 1893. 8:o.

VERY, F. W., Hail-storms. Pittsburgh 1894. 8:o.

WILDE, H., On the origin of elementary substances, and on some new relations of their atomic weights. Lond. 1892. 4:o.

WILLE, N., Botanik (Sommerkurset 1894). Kra. 8:o.

Stockholm 1894. Kungl. Boktryckeriet.



ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 8.

Onsdagen den 10 Oktober.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, f. d. Professorn i Botanik vid universitetet i Jena NATHAN PRINGSHEIM med döden afgått.

På tillstyrkan af Komiterade antogs till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar en af Läroverksadjunkten C. O. VON PORAT författad afhandling: »Zur Myriopodenfauna Kameruns».

Från Regnellske stipendiaten Doktor G. A:SON MALME hade ingått berättelse om fortgången af hans vetenskapliga resa i Södra Amerika.

Herr THÉEL redogjorde för innehållet af en af honom författad afhandling: »Notes on the formation and absorption of

the skeleton in the Echinoderms»*, samt anförde exempel på de vigtigaste skelettformerna hos Echinodermer och förklarade, huru som dessa former kunde återföras till en eller två enkla grundformer.

Professor AURIVILLIUS lemnade redogörelse för de afhandlingar som hittills offentliggjorts öfver de af Kandidaten Y. Sjöstedt i Kamerun gjorda insamlingar af leddjur, samt inlemnade en ny dylik afhandling af Doktor E. HAGLUND: »Verzeichniss der von YNGVE SJÖSTEDT im nordwestlichen Kamerun eingesammelten Hemipteren»*.

Herr WITTROCK meddelade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Zur Kenntniss einiger Uredineen der Gebirgsgegenden Skandinaviens», af Docenten O. JUEL*; 2:o) »Zur Blütenbestäubung in den schwedischen Hochgebirgen», af Amanuensen O. EKSTAM*.

Herr HILDEBRANDSSON öfverlemnade och refererade en af Amanuensen PH. ÅKERBLOM författad afhandling med titel: »Sur la distribution à Vienne et à Thorshavn des éléments météorologiques autour des minima et maxima barométriques».

Herr Friherre NORDENSKIÖLD anmälde några gåfvor till Riksmuseum af Kaptenen C. A. LARSEN, som med skonerten Jason under nästlidne vinter gjort en ganska märklig resa i sydpolartrakterna, hvarvid han framträngt till 68° 10′ sydlig latitud och framseglat långs med åtskilliga förut okända kuststräckor; och beslöt Akademien, på förslag af Frih. NORDENSKIÖLD, att till tecken af sitt erkännande tilldela Kapten LARSEN ett exemplar i silfver af den medalj, som Akademien låtit prägla öfver Vega-expeditionen.

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Ueber die Kohlensäure der Atmosphäre», af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE*; 2:o) »Om sexledade thiohydautoiner», af Filos. Licentiaten N. LANGLET*; 3:o) »Verschiedene Formen der multiplen Resonanz», af Docenten V. BJERKNES*.

Utaf de för året disponibla räntemedlen af *Regnells* zoologiska gåfvomedel beslöt Akademien anvisa:

till Professor THÉELS förfogande 500 kronor för upprätthållande af den vetenskapliga verksamheten vid Kristinebergs zoologiska station;

till Professor AURIVILLII förfogande 500 kronor för användande af vetenskapligt biträde vid Riksmusei entomologiska afdelning;

åt Docenten C. AURIVILLIUS 300 kronor för idkande af studier öfver hafsmolluskernas utveckling och tillväxtförändringar;

åt Läroverkskollega W. E. ENGHOLM 400 kronor för att vid Riksmuseum bearbeta den af honom hopbragta samling af foglar från sjön Tåkern i Östergötland;

åt Fil. Kandidaten S. BENGTZON 270 kronor för att vid Riksmuseum studera och bearbeta dess samling af Braconider.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *K. Landtbruksstyrelsen.*
Meddelanden. 1894: N:r 3. 8:o.
Amsterdam. *K. Akademie van wetenschappen.*
Verhandelingen. Sect. 1: D. 2: N:o 1—6, 8 & TR. 1893—94. 8:o.
» » 2: D. 3: N:o 1—14 & TR. 1893—94. 8:o.
» Afd. Letterkunde. D. 1: N:o 3. 1894. 8:o.
Verslagen en mededeelingen. Afd. Letterkunde. (3) D. 10. 1894. 8:o.
Verslagen der zittingen van de wis- en natuurkundige afdeeling. 1893/94. 8:o.
Jaarboek. 1893. 8:o.
Phidyle aliaque poemata. 1894. 8:o.
Belgrad. *Académie R. de Serbie.*
Spomenik (Mémoires). 23—24. 1894. 4:o.
Glas (Bulletin). 43—44. 1894. 8:o.
Godišnjak (Almanach). 5(1891)—7(1893). 16:o.
Berlin. *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 45(1893): H. 4; 46(1894): 1. 8:o.
— *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der Beobachtungen an den Stationen 2. und 3. Ordnung 1894: H. 1. 4:o.

Breslau. *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*
Jahresbericht. 71(1873). 8:o.
Bruxelles. *Société entomologique de Belgique.*
Mémoires. 2. 1894. 8:o.
Budapest. *Statistisches Bureau der Haupt- und Residenzstadt.*
Publicationen. 19, 25: 1. 1894. 8:o.
THIRRING, G., Geschichte des statistischen Bureaus . . . 1869—94. 8:o.
Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 62(1893): P. 1: Index; 63(1894): P. 1: N:o 1—2; 2: 1; 3: 1. 8:o.
Proceedings. 1894: N:o 2—6. 8:o.
— *Geological survey of India.*
Records. Vol. 27(1894): P. 3. 8:o.
Cambridge. *University library.*
Annual report. Year 1893. 4:o.
CAYLEY, A., The collected mathematical papers. Vol. 7. 1894. 4:o.
Cambridge, Mass. *Museum of comparative zoology at Harvard college.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 7. 1894. 8:o.
Cordoba. *Academia nacional de ciencias.*
Boletin. T. 12: Entr. 1—3. 1890—91. 8:o.
Danzig. *Naturforschende Gesellschaft.*
Schriften. N. F. Bd 8: H. 3—4. 1894. 8:o.
Dorpat. *Naturforscher-Gesellschaft.*
Sitzungsberichte. Bd 10: H. 2(1893). 8:o.
Archiv für die Naturkunde Liv-, Ehst- und Kurlands. (2) Bd 10: L. 3—4. 1893—94. 8:o.
Dresden. *Statistisches Bureau des K. Sächs. Ministeriums des Innern.*
Kalender und statistisches Jahrbuch für das Königreich Sachsen. Jahr 1895. 8:o.
Edinburgh. *R. Physical society.*
Proceedings. Vol. 12: P. 2(1893/94). 8:o.
Frankfurt a/M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Bericht. 1894. 8:o.
Genève. *Institut national Genévois.*
Bulletin. T. 32. 1894. 8:o.
Genova. *Osservatorio della R. Università.*
GARIBALDI, P. M., 3 småskrifter.
's-Gravenhage. *Ministerie van binnenlandsche zaken.*
KOPS, J., & VAN EEDEN, F. W., Flora Batava. Afl. 305—306. Leiden 1894. 4:o.
Graz. *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.*
Mittheilungen. Jahrg. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 372.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 8.
Stockholm.

Notes on the formation and absorption of the skeleton in the Echinoderms.

By HJALMAR THÉEL.

[Communicated 1894, October 10.]

During a stay last summer at Kristineberg, the Swedish marine biological station, the object of my researches was the development of various organs in the Echinoderms; my results will be published later. Whilst occupied with these investigations I had frequent opportunity of perceiving on living specimens how the larval calcareous rods were formed and absorbed again, and of following the activity of the operative cells. Seeing that CHUN[1]) recently wrote a paper giving his results of observation of the formation of the calcareous bodies in the Auricularia larvæ — which results do not agree with mine;[2]) moreover seeing that the literature on the subject scarcely affords any information on living cells in the process of absorbing calcareous bodies, it is thought the following communication may be of some interest.

It is a well-known fact that the amoeboid or naked cells, termed migratory or wander cells, leucocytes, pale or colourless corpuscles, lymphoid cells and even phagocytes, play a very

[1]) Die Bildung der Skelettheile bei Echinodermen. Zool. Anzeiger XV. 1892. pp. 470—474.

[2]) On the development of Echinocyamus pusillus. Nov. Acta Reg. Soc. Sc. Upsala. Ser. III. 1892.

significant part in the vital processes of animal life. Indeed, they may prove to do so in a much higher degree than science is at present capable to grasp. METSCHIKOFF[1]) and several other distinguished investigators have observed that they attack in the main such foreign bodies as have a pernicious influence on the organism. It has also been shewn that they take an important part in the degeneration of various tissues and in the absorption of fatty particles. But the list of their virtues is still not complete. The wander cells not only deposit and form the skeleton in the Echinoderms, but they are also capable of absorbing and destroying it again, thus substituting in the above-mentioned group of animals the orteoblasts and ostoclasts in the vertebrates. They have long been known, it is true, to be calciferous—though there exist some discrepancies with regard to their mode of operation—, but, to my knowledge, their ability to absorb and destroy calcareous particles has only been supposed—never proved—to exist in living animals.

In my report »On the development of Echinocyamus pusillus» I emphasized the fact that the calcareous spicules originate within the calciferous cells in their ectoplasm. Thus, for instance, I said: »When the tetrahedron, the first calcareous deposit of a definite form, makes its appearance in Echinocyamus, I never found it enclosed within the granular main portion of the cells, *but in the peripheral pseudopodial plasm*,[2]) which has protruded slightly towards the blastoderm, thus appearing as if it were placed outside the cells». . . . . »But after this is done, the formation of the tetrahedron takes place in a clear pseudopodial plasm situated between these cells and the ectoderm and evidently derived not from one cell but from all the three cells, the pseudopodia of which have united into a small clump». . . . »Thus, according to my opinion, the calcareous tetrahedron is a

---

[1]) In an admirable work »Untersuchungen über die intracelluläre Verdauung bei wirbellozen Thieren» (Arb. Zool. Inst. Wien. T. V. 2 Heft. 1883) he relates the results of his researches on the absorption of bacteria and other micro-organisms in the invertebrated animals.

[2]) The Italics are my own.

result of the activity of several cells, which deposit calcareous salts in a liquid state in the common pseudopodial clump, where the formation of the tetrahedron afterwards takes place. *On account of the transparency of pseudopodial plasm and the opacity of the granular main portion of the cells, one gets the impression that the tetrahedron is extracellular in position*». . . »Thus we see that the calcifying matrix, *originated from the ectoplasm of many calciferous cells*, predetermines the form of the increasing deposit and gives rise to the organic substance in the deposit as well as to the thin coat or membrane which invests it.» The above remarks may be sufficient to prove that the opinion expressed by me is that the formation of calcareous deposits has an intracellular origin, a view different from that of my predecessors. CHUN in his paper on the development of the Auricularia-wheel reports these views of mine, but not accurately. Thus he cites: »Er wird nämlich zwischen mindestens drei Zellen in einer klaren organischen Grundsubstanz gebildet und *erweist sich daher von vorn herein als ein intercellulares skeletstück*, an dessen Vergrösserung späterhin eine grosse Zahl von amöboiden Zellen sich betheiligt.» Farther on he continues: »Während man bisher die Skeletstücke der Echinodermen *im Wesentlichen als intercellulare Gebilde auffasste*» etc. . . . Seeing that CHUN holds that the Auricularia-wheel originates and grows within a cell, we both agree in the opinion that calcareous bodies have an *intracellular origin.*

With regard to the other phenomena in the development of the Auricularia-wheel, there seems to be scarcely anything similar observed in other Echinoderms. To sum up, CHUN's results are as follows: 1:st The calciferous cell is globular and invested by a definite membrane, consequently not amoeboid; 2:nd The cell grows rapidly, becomes flattened and its nuclei increase in number; 3:rd When the cell has attained a diameter of 0,03 mm., a new membrane arises inside the cell-membrane, presenting an undulated outline and rapidly assuming the shape of a star. The hollow rays grow longer towards the cell-membrane

and their ends finally become combined by a membranous ring, the whole thus presenting a hollow mould, into which the calcareous salts are continuously carried in fluid form in order there to solidify.

Considering the authority of CHUN, there is no doubt that the observations are right, but it remains to be learnt whether he has made his investigations on living materials or not. In the former case this interpretation must be correct, but in the latter the question ought to be left open. Supposing the alcohol in which the objects are kept had been adulterated by the smallest quantity of any acid, the result must have been a gradual dissolution of the skeleton. I have often seen Holothurids and larvæ of Echinoids with their calcareous bodies in all stages of dissolution, and then falsely one gets an impression of these deposits being in different states of development. Presuming this to be the case even with the Auricularia-wheels in question—though it does not seem probable—a conformity between the two extremes of developmental phenomena can be traced. Expressly accentuating it to be nothing else but a hypothesis, I may be allowed to put forth the following interpretation: 1:st The «calciferous cell« may either be a true syncytium or plasmodium [1]) or an aggregation of close-lying cells with their clear peripheral ectoplasm flowed together and mixed; 2:nd The cell-membrane should be the contour of the surrounding connective tissue, and 3:rd The second membrane, which should arise inside the former and by degrees assume the shape of the hollow mould of the future wheel, should then be the decalcified organic rest of the wheel with darker contours, a well known sight in all Echinoderms treated with a dilute solution of osmic, chromic or other acids. Of course, the above attempt at an interpretation does not lay claim to consideration, except in case CHUN has founded his views solely on researches made on ani-

[1]) In his paper METSCHNIKOFF describes such plasmodia in Phyllirhoë, Bipinnaria etc., which attack and destroy such foreign particles as are too voluminous to be absorbed by a single wander cell or phagocyte.

mals preserved in alcohol. Future investigations may be able to throw light upon this interesting problem.

Here I avail myself of the opportunity to show that my studies on the embryology of the Echinoderms have often given me unsought opportunities of resuming investigations on the formation of calcareous deposits, and that the results of these repeated investigations seem to confirm the correctness of my former views. The annexed wood-cut represents the odd spicule of the mature pluteus at an early stage in its development surrounded by a thin almost unnoticeable layer of clear ectoplasm and having the granular main portions of the cells scat-



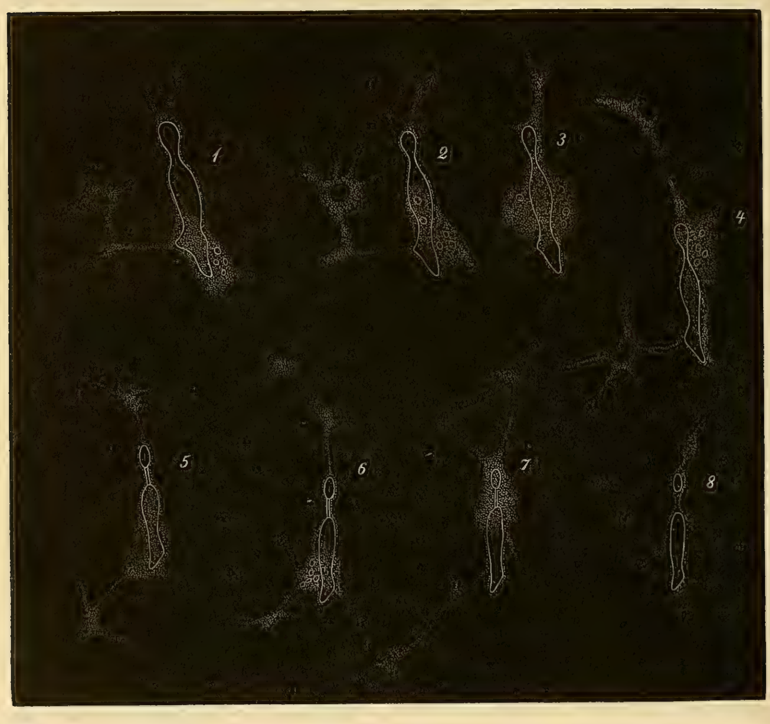
Early stage of the odd spicule characterizing the mature pluteus. The seven rounded heaps represent the granular main portions of seven cooperating cells which form a kind of »plasmodium» their clearer peripheral ectoplasms, into which the spicule is formed and grows, having flowed together and mingled. Drawn from a living larva. Highly magnified.

tered on its surface. The pseudopodia change incessantly, the first are withdrawn again and others are given out.

Now I pass over to the process of absorption and to an account of the manner in which the absorbent cells operate in living larvæ. In the mature pluteus with eight arms and five centres of calcification those rods which support the first protruding arms and the hind portion of the body appear to be especially well adapted for these studies, because their posterior ends which are easely distinguished early begin to break and dissolve. What follows only pretends to be an explanation of the annexed figures, which present different aspects of the same cells in the state of absorption.

The cells which effect the absorption and destruction of the larval skeleton are hardly to be distinguished from those

which deposit unorganic substances, and probably they may be considered to have their origin in the latter. Like these they are unprovided with a cell-wall, possess evidently a single nucleus and present amoeboid movements though in a much higher and more active degree than the calciferous ones. It almost conveys



Changes of form of an amoeboid cell dissolving the posterior detached end of a calcareous rod of a mature pluteus. 1—8, different views of the operative cell up to the time when the calcareous piece has become parted in two and highly reduced by the solvent faculty of the cell. Drawn from a living pluteus. Highly magnified.

1 was drawn at 10.30 a. m.
5 . . . . . . 12 noon.
7 . . . . . . 12.22 p. m.
8 . . . . . . 12.35 p. m.

the impression that the process of absorption demands a much more intense labour on the part of the cell than that of deposition. If observed under a high power of the microscope, the cell is seen gradually to protrude portions of its clear protoplasm in one or more directions simultaneously. These pseudopodia

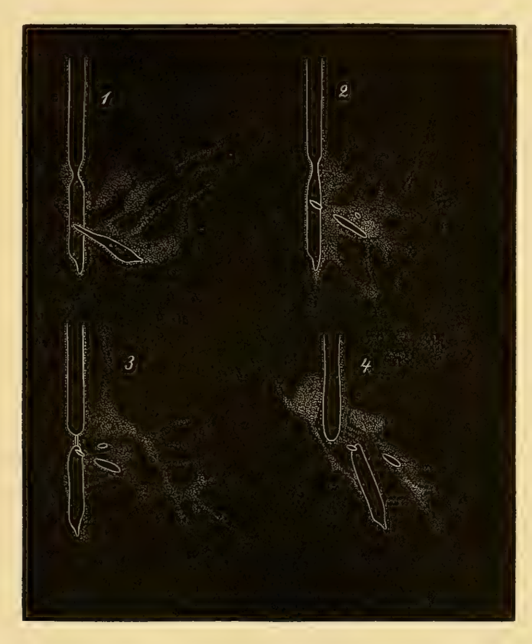
become extended into long slender filaments which give off fine branches and anastomose with each other as well as with the protrusions of other cells, thus giving rise to a network with finer and wider meshes. The pseudopodia are incessantly changing, the look of a cell at one moment being quite different from that at another. Presently the pseudopodia begin to withdraw again causing a gradual disappearance of the network, and simultaneously other protrusions are sent out from other parts of the corpuscle constituting new meshes and evidently also new communications with cells in the neighbourhood. But while these changes are going on, the main portion of the absorbent cell is by no means immovable. When a coarser pseudopodium has been protruded, it often extends itself further forcing the granular main portion of the cell to change its place and to pass gradually into the protrusion.

When a cell begins to exercise its absorbent influence on a calcareous body, for instance a spicule, it strains to extend and flow round and over it so as to take it whole into its protoplasm, and hence the granular main portion of the cell moves incessantly, gliding slowly along the swallowed spicule until nothing remains of it. During this process the pseudopodia are continuously withdrawn and given out again, proving the plasm to be in a state of laborious activity. I have never seen the operative cell escape the spicule till the absorption of it is completed. Seeing that the attacked calcareous particle is often of considerable size as compared with the amoeboid cell, one is led to suppose the latter capable of dissolving an unexpectedly large quantity of salts and of keeping them in fluid form evidently without their solidifying in the form of granules or other calcareous particles within the plasm. However, it seems to me more likely that the dissolved salts are transferred gradually through the pseudopodia to the cells in the neighbourhood which either may retain them until necessity requires otherwise or use them immediately as materials for building up new calcareous bodies or organs essential for the growing Echinoderm.

The process of absorbing calcareous deposits commences when the skeleton becomes unsuited for further evolution of the larva and when the sea-urchin in process of growth is in need of calcareous salts in great quantities, that is to say when the pluteus has attained its mature state. At this period of the development not only plates and spines but even pedicellaria, pedicels, sphæridia and teeth with their alveoli begin to arise almost simultaneously, all these organs requiring calcareous salts in abundance. Under such circumstances it must be very suitable if not a necessity to have a supply of calcareous substances in reserve within the body. Therefore, the calcareous substances in the larvæ of Echinoids, accumulated from the blastula or gastrula stages up to the mature pluteus, may be looked on as reserve materials for building up the future complex skeleton and other organs in the young sea-urchin. One might suppose such a continous accumulation of reserve materials would exercise a pernicious influence on the larva itself, but this is so far from being the case, that on the contrary it has been an essential condition of its life, the materials in question having taken the most suitable form possible for facilitating the floating about of the larva in the sea.

As I have mentioned above, the absorbent cells swallow small particles of calcareous substances, but they also attack the large rods which support the pluteus larva. One naturally concludes that by the agency of several cooperating cells the degenerative changes would occur simultaneously along the whole calcareous rod. Though this very probably may happen if nature requires, I never had an opportunity of observing it. It was always the hinder part of the rod that was first affected which is quite natural, seeing that just this part would be the first hindrance to the growth of the sea-urchin, while the remaining part continues for some time to be of great advantage for the larva in its floating life. Thus, even in this case the cell strives to detach a piece from the rod large enough for it to be easily enveloped by the plasm, and this is evidently

effected by an acid being secerned from the operative cell. Referring to the wood-cuts it appears that the calcareous rod gradually begins at some distance from the end to decrease in width until it becomes fully constricted off, the isolated end-piece being taken into the plasm of the operative cell in order



Changes of form of one (two?) amoeboid cell engaged in dissolving the posterior end of a calcareous rod of a mature pluteus. 1, an end piece of the rod already fully separated and a second in the state of separation by constriction. 2—4, different views of the operative cell up to the time when the first separated piece has become parted in two and almost dissolved and the second piece has been detached from the main portion of the rod. Drawn from a living pluteus. Highly magnified.

1 was drawn at 9.20 a. m.
2 . . . . . . 10 a. m.
3 . . . . . . 10.35 a. m.
4 . . . . . . 11.30 a. m.

there to be dissolved. Sometimes when the acid has exercised its dissolving influence for a short time on the rod, the separating process is facilitated by the end-piece being simply broken off; this is produced by the forcible movements of the stomach, the wall of which is combined by fine plasmic threads with the rod.

The process of absorption goes on very fast. Thus, for instance, a calcareous piece, so large that it hardly can be taken into the protoplasm of the cell, is fully dissolved within a space of about two hours, proving the dissolving fluid to be present in great abundance.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 8.
Stockholm.

Über die Kohlensäure der Atmosphäre.

Von S. A. ANDRÉE.

(Mitgetheilt d. 10 Oktober 1894 durch O. PETTERSSON.)

In der Absicht, einige Beiträge zur Beantwortung der wichtigen Frage von der Menge und Vertheilung der Kohlensäure in der Atmosphäre liefern zu können, habe ich bei den meisten Ballonfahrten, welche ich bisher unternommen habe, Luftproben eingesammelt und dieselben später betreffend ihren Halt von Kohlensäure untersuchen lassen.

Die Proben sind in evacuirte Röhre von c:a 300 cm^3 aufgesammelt worden, welche bei den beiden Enden mittelst genau eingeschliffener und geprüfter Glashähne zugeschlossen waren. Bei allen Probenaufnahmen ist sorgfällig in Acht genommen worden, die Proben einzusammeln als der Ballon im Fallen war, so dass die Luft um den Korb durch Gas vom Ballon nicht hatte verunreinigt werden können. Ausserdem ist in Acht genommen worden, während der Probenaufnahme die Einlaufsmündungen der Röhre von dem Korbe so weit wie möglich hinaus zu halten und die Probe mit zurückgehaltenem Athem zu nehmen. Die Evacuirung der Röhre und die Analysis der genommenen Proben sind von Fräulein A. PALMQVIST an der Hochschule in Stockholm ausgeführt worden. Die Analysis-

methode, von Prof. O. PETTERSSON[1]) erfunden, ist dieselbe, welche von ihr bei den ausgezeichneten Untersuchungen über den Kohlensäurehalt der Atmosphäre angewandt worden ist, deren Resultate Sie an anderer Stelle mitgetheilt hat.[2])

Die Resultate der in dieser Weise ausgeführten Arbeiten sind in den verschiedenen Reiseberichten mitgetheilt worden, welche ich der Königl. Schwedischen Akademie der Wissenschaften überreicht habe. Der Übersichtlichkeit wegen sind dieselben hier in eine Tab. A. zusammengestellt worden.

Tab. A.

Höhe über der Meeresfläche.	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft.	Tag, als die Probe genommen wurde.	Bemerkungen.
130	4,30	30 August 1892	2 Proben an der Erdoberfläche gaben $CO_2 = 3{,}75$ und 4,53.
340	4,30	» » »	
560	4,58	» » »	
640	3,58	» » »	
688	3,30	9 August 1893	
768	2,90	26 Februar 1894	
1344	3,25	» » »	
1665	3,50	9 August 1893	
1704	3,20	7 April 1894	
2134	3,40	26 Februar 1894	
2184	3,05	7 April 1894	
2286	3,30	26 Februar 1894	
2568	2,90	» » »	
2595	3,20	7 April 1894	
3058	3,15	9 August 1893	
3161	2,90	26 Februar 1894	
[3327	3,05	15 Juli 1893	Unsicher.]
3330	3,20	» » »	
3350	3,20	» » »	
3365	3,18	» » »	
3578	3,38	7 April 1894	
3870	3,35	» » »	
4290	3,58	» » »	

[1]) Berichte der deutsch. chem. Gesellschaft 1887, Seite 2199.
[2]) Bihang till K. Sv. Vet. Akad. Handlingar, Bd 18, Afd. II, N:o 2.

Bei PALMQVISTS Messungen [1]) an Experimentalfältet bei Stockholm und SELANDERS Untersuchungen [2]) bei Vaxholm ist gefunden worden:

	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft nach	
	PALMQVIST.	SELANDER.
Maximum	3,90	4,81
Minimum	2,50	2,24
Mittl. Werth	*3,20*	*3,03*
Mittl. Werth für den Monat Februar	3,23	2,90
» » » » » April	3,36	2,91
» » » » » Juli	2,89	—
» » » » » August	3,08	—.

Mit diesen Tabellen vor den Augen fällt es sich schwer sich der Vorstellung hinzugeben, dass der Kohlensäurehalt unten bei der Erdoberfläche grösser sei als in den höheren Theilen der Atmosphäre dieser Gegenden, wenigstens bis zu einer Höhe von 4300 Meter. Freilich sind in einem Falle, d. 30 August 1892, sehr grosse Kohlensäuremengen ganz nahe an der Erdoberfläche angetroffen worden; diesmal war aber die Kohlensäuremenge auch bei der Erdoberfläche abnorm gross und alle Proben würden in einer geringen Höhe und in einem Luftstrome genommen, welcher über der Stadt Stockholm hervorgespült hatte, so dass sie einen normalen Kohlensäurehalt wahrscheinlich nicht darstellen. Alle übrigen Werthe zeigen die grösste Ähnlichkeit mit denjenigen, welche PALMQVIST und SELANDER bei der Erdoberfläche in diesen Gegenden gefunden haben. Durch die Untersuchung von 197 Luftproben, welche bei Experimentalfältet (1,5 Kilometer nördl. von Stockholm) genommen worden sind, hat die erstgenannte dieser Forscher den mittleren Kohlensäurehalt daselbst 3,20 zu sein gefunden. Letzterer hat durch die Untersuchung von 263 Luftproben bei Vaxholm (18 Kilometer ENE von Stockholm)

---

[1]) L. c. Seiten 37 und 38.

[2]) N. E. SELANDER, Luftundersökningar vid Vaxholms fästning 1885—86. Stockholm 1887.

einen mittleren Werth 3,03 gefunden. Werden dieze Zahlen mit den mittleren Werthen der in Tab. A. eingeführten Werthe der Kohlensäurehalte zwischen 1000—3000 Meter und über 3000 Meter Höhe zusammengestellt (mit Weglassung des unsicheren Werthes 3,05), so findet man

Tab. B.

	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft.
An der Erdoberfläche nach SELANDER und PALMQVIST	3,03 à 3,20
1000—3000 Meter	3,23
3000—4300 »	3,24.

Die Verschiedenheit in Kohlensäurehalt ist folglich nicht gross, die Werthe des Kohlensäurehaltes bei den grösseren Höhen sind aber bemerkenswerth hoch, besonders weil der oben erwähnte mittlere Kohlensäurehalt 3,20 (an Experimentalfältet bei Stockholm) der grösste ist, welcher aus allen Untersuchungen über den mittleren Kohlensäurehalt in verschiedenen Gegenden unseres Landes hervorgegangen ist.

Wenn man aber auch den Kohlensäurehalt innerhalb dieser Höhe im ganzen für constant halten darf, so zeigt derselbe doch immer, wie aus der Tabelle A. eingesehen wird, bedeutende Schwankungen in vertikalem Sinne, deren Zusammenhang mit den meteorologischen Verhältnissen kennen zu lernen von hohem Interesse ist.

Die Unabhängigkeit der Veränderungen des Kohlensäurehaltes von der Höhe hatte ich schon früh bemerkt, ohne doch irgend einen Zusammenhang mit anderen Umständen finden zu können, bis die Zahlen, welche bei der Ballonfahrt d. 26 Februar 1894 erhalten wurden, zu einer Zusammenstellung der Kohlensäurehalte und der Luftströmen Veranlassung gaben. Als so geschah, zeigte es sich, dass die verschiedenen Kohlensäurehalte beinahe ohne Ausnahme verschiedenen Luftströmen zugehört hatten, wie aus der beigefügten Tabelle C. leicht eingesehen wird.

Tab. C.

Windrichtung.	Die Grenzen des Luftstromes. Meter.	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft.	Höhe, wo die Probe genommen wurde. Meter.
D. 9 Aug. 1893. [1]			
ESE.	0— 700	3,30	688
NNE.	700—2,100	3,50	1,665
S..	3,000—3,600	3,15	3,058
D. 26 Febr. 1894. [2]			
W. 22° S.	0—1,250	2,90	768
W.	1,250—2,067	3,25	1,344
W. 20° S.	2,067—2,320	3,40 3,30	2,134 2,286
W. 35° N.	2,320—3,282	2,90 2,90	2,568 3,161
D. 7 April 1894.			
S. 34° E.	0—1,680	—	—
S. 11° W.	1,680—2,250	3,20 3,05 à 2,95	1,704 2,184
S. 34° E.	2,250—2,870	3,20	2,595
S. 15°—23° W.	2,870—4,100	3,35 à 3,40 3,35	3,578 3,870
S. 33° W.	4,100—4,390	3,55 à 3,60	4,290

Der Zusammenhang zwischen den Kohlensäurehalt und den Luftstrom ist völlig deutlich. Nur eine einzige Ziffer zeigt eine Abweichung, diejenige nähmlich, welche d. 7 April 1894 in einer Höhe von 1704 Meter erhalten wurde. Es kann nicht bezweifelt werden, dass die Probe wirklich in dem Luftstrome genommen wurde, für den sie angezeichnet worden ist; unzweifelhaft ist aber auch, dass sie der Grenze des untersten Luftstromes sehr nahe genommen wurde, und es kann daher wohl geschehen haben, dass die Probe eine Mischungsprobe ist, welche von dem möglicherweise hohen Kohlensäurehalte des untersten Luftstromes starke Einwirkung gelitten hat. Übrigens

[1]) Bihang till K. Sv. Vet. Akad. Handl., Bd. 20, Afd. II, N:o 1.

[2]) Bihang till K. Sv. Vet. Akad. Handl., Bd. 20, Afd. II, N:o 4.

ist natürlich auch die Möglichkeit vorhanden, dass wirkliche Störungen im Kohlensäurehalte auftreten, ebenso wie in anderen meteorologischen Factoren. Diese Zahl ist daher kein Beweis gegen den in allen übrigen Proben ersichtlichen Zusammenhang zwischen den Kohlensäurehalt und den Luftstrom.

Es scheint daher deutlich zu sein, dass es *in den tieferen, freien* [1]) *Luftschichten keinen directen Zusammenhang zwischen den Kohlensäurehalt und die Höhe der Schicht über der Erdoberfläche giebt*, und dass *der Kohlensäurehalt in den tieferen, freien Luftschichten von anderen Umständen als die Kohlensäuremenge bei der unterliegenden Erdoberfläche abhängig ist.*

In der That ist es auch ebenso leicht verständlich, dass ein Luftstrom einen characteristischen Kohlensäurehalt haben kann, wie dass er eine characteristische Temperatur oder Feuchtigkeit hat. Letztere dürfen sogar leichter veränderlich als voriger betrachtet werden, welcher directen Einfluss von den Druckänderungen nicht leidet und Kondensation nicht unterworfen ist. Hieraus folgt auch, dass man in der Untersuchung des Kohlensäurehaltes ein neues Mittel Luftströme von einander zu unterscheiden hat.

Wie im Vorigen gezeigt ist, ist der Kohlensäurehalt bei den freien Luftschichten sehr verschieden. Die Umstände, welche diese Verschiedenheiten bewirken, können theils innerhalb der Luftschichten selbst theils ausserhalb derselben vorhanden zu sein angenommen werden. Irgend eine Ursache erstgenannter Art, d. h. solche, dass sie, nur innerhalb der Atmosphäre wirkend, den Kohlensäurehalt derselben vermehren oder vermindern kann, ist inzwischen, in so fern mir bekannt ist, noch nicht angezeigt, wogegen mehrere Umstände bekannt sind, welche, an der Erdoberfläche wirkend, den Kohlensäurehalt in der am nächsten liegenden Luftschicht vermehren oder vermindern. Unter solchen Verhältnissen dürfte man bis ferner von der ersten der genannten Annahmen wegsehen müssen und die Ursachen der Veränderungen im Kohlensäurehalte der Luftschichten ausschliess-

[1]) Mit der Benennung *freie Luftschicht* wird im folgenden eine solche Schicht verstanden, welche die Erdoberfläche nicht berührt.

lich in Umständen suchen, welche auf die Luftschichten einwirken, wenn sie mit der Erdoberfläche in Berührung sind. Diese Einwirkung nimmt bei der Stelle ihren Anfang, wo die Luftschicht zu der Erdoberfläche hinabsinkt, setzt so lange fort, wie die Berührung mit derselben dauert, und hört an der Stelle auf, wo sie sich auf neuem in die Atmosphäre erhöht. Während der Bewegung von der ersten Stelle zur letzteren können zahlreiche Veränderungen im Kohlensäurehalte eintreffen, weil der Luftstrom während seiner weit ausgedehnten Bahn bald kohlensäureabgebende bald kohlensäureabsorbirende Gegenden passirt, und eine zusammenhängende Übersicht über die Veränderungen des Kohlensäurehaltes zu erhalten ist unter solchen Umständen kaum denkbar. Es ist aber glücklicherweise für das Studium der vorliegenden Frage auch nicht erforderlich alle die verschiedenen Werthe zu kennen, sondern es ist genug die Anfangs- und Endwerthe zu kennen, d. h. die Kohlensäurehalte der ab- und aufsteigenden Luftmassen, welche bei den barometrischen Maxima und Minima auftreten. Denn durch eine Vergleichung zwischen diesen soll es klar werden, ob die Kräfte bei der Erdoberfläche überhaupt zur Vermehrung oder Verminderung des Kohlensäurehaltes des Luftstromes gewirkt haben.

Wenn bei der Erdoberfläche eine Absorbtion von Kohlensäure stattfindet, soll der Kohlensäurehalt sich von dem höheren Luftdrucke gegen den niedrigeren vermindern, in entgegengesetztem Falle aber muss er sich vermehren.

Bisher ist keine solche Untersuchung über den Anfangs- und Endhalt von Kohlensäure eines Luftstromes ausgeführt worden. Offenbar ist es aber auch nicht nöthig, dass die Untersuchung sich auf denselben Luftstrom bezieht, sondern es ist ebenso berechtigt eine Anzahl Werthe der Kohlensäurehalte ab- und aufsteigender Luftströme mit einander und mit dem mittleren Kohlensäurehalte bei der Erdoberfläche zu vergleichen. Es ist möglich eine solche Vergleichung anzustellen, denn sowohl PALMQVIST wie SELANDER haben Zeit und Ort für die von ihnen gemachten Probenaufnahmen angegeben, und die synoptischen Kar-

ten für dieselben zeiten sind in »Meteorologiska Central-Anstalten» in Stockholm zugänglich. Mit Anwendung hiervon habe ich diese Arbeit in der Umfassung ausgeführt, welche das Material erlaubt, und mit möglichst strengem Festhalten des Princips nur die Werthe des Kohlensäurehaltes aufzunehmen, welche barometrischen Maxima und Minima entsprechen. Das Resultat der Untersuchung geht aus Tabelle D. hervor.

Tab. D.

Waxholm.

	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft. Bar. Max.	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft. Mittl. Werth für denselben Monat.		CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft. Bar. Min.	CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft. Mittl. Werth für denselben Monat.
1885 15/10 9 Uhr a.m.	4,24	3,95	1885 20/10 9 Uhr a.m.	3,97	3,95
16/10 »	4,03	3,95	29/11 »	2,81	3,45
24/11 »	3,67	3,45	5/12 »	2,36	2,84
1886 18/3 »	2,85	2,76	9/12 »	2,28	2,84
20/4 »	2,99	2,91	1886 11/5 »	2,99	2,81
21/4 »	3,09	2,91			
5/6 »	3,05	2,96			
Mittl. Werth	3,42	3,27	Mittl. Werth	2,88	3,18

Experimentalfältet bei Stockholm.

1889 30/11 2 Uhr p.m.	3,35	3,35	1889 23/7 8 Uhr a.m.	3,03	2,89
1/12 »	3,45	3,15	27/7 »	2,90	2,89
2/12 »	3,45	3,15	7/11 »	3,10	3,35
6/12 »	3,27	3,15	1890 6/3 »	3,05	3,29
14/12 »	3,25	3,15	8/3 »	3,13	3,29
23/12 »	3,35	3,15	9/3 »	3,20	3,29
1890 12/2 »	3,35	3,23	25/5 »	3,05	3,08
18/2 »	3,20	3,23			
19/2 »	3,30	3,23			
Mittl. Werth	3,33	3,20	Mittl. Werth	3,07	3,15

Diese Zahlen zeigen zusammenstimmend eine bestimmte Verschiedenheit im Kohlensäurehalte der Atmosphäre bei den verschiedenen Witterungstypen. Der höchste Kohlensäurehalt kommt bei ausgeprägten Barometermaxima und der geringste bei ausgeprägten Barometerminima vor. Voriger ist grösser als der mittlere Kohlensäurehalt des Ortes während desselben Monats, letzterer ist hingegen kleiner. Wenn dieses Resultat im allgemeinen gültig ist, soll es meiner Meinung nach so verstanden werden, dass eine absteigende Luftmasse im allgemeinen einen hohen Kohlensäurehalt mitbringt, welcher nachher vermindert wird, so dass die Luftmasse an Kohlensäure ärmer ist, als sie auf neuem in die Atmosphäre emporsteigt.

Man kann möglicherweise behaupten wollen, dass der oben genannte grosse Halt von Kohlensäure der Luft bei Barometermaxima eine ganz andere Ursache hat, die nähmlich, welche PALMQVIST zur Erklärung des von ihr beobachteten hohen Kohlensäurehaltes bei stillem Wetter angeführt hat.

Sie lässt sich hierüber in folgender Weise heraus: »Wie man von dieser Tabelle sieht, ist es während November, der ersten Tage von Dezember und des Endes von März, wo die hohen Kohlensäurehalte vorkommen. Im vorigen ist angezeigt worden, wie eben während dieser Zeit die Kohlensäureentwickelung an der Erdoberfläche besonders reichlich ist. Je langsamer die Vermengung der verschiedenen Luftschichten geschieht, desto reicher an Kohlensäure wird natürlich unter solchen Umständen die Luft in der Nähe von der Erdoberfläche. Der hohe Kohlensäurehalt, welcher wärend dieser Monate bei vollkommener Windstille beobachtet worden ist, ist also leicht erklärlich.»

Weil nun Windstille bei den centralen Theilen der Barometermaxima oft herrscht, so kann man vermuthen, dass der von PALMQVIST hervorgehobene Umstand auch für das Resultat in der Tabelle D. bestimmend gewesen ist. Hierauf will ich aber antworten, dass die Windstärke bei mehr als vier von den neun in der Tabelle angeführten Barometermaxima (bei Experimentalfältet) nicht 0 gewesen ist, und dass die Hälfte der Zahlen, welche in

die Tabelle D. (für Experimentalfältet) eingehen, und welche sich auf ausgeprägte Maxima beziehen, sich von dem letzteren Theile von Dezember und von Februar herschreibt, für welche Zeiten die soeben genannte Erklärung nicht gilt. Sie kann um so viel weniger anwendbar sein, da die Temperatur in allen Fällen — mit einer einzigen Ausnahme nur — welche in Tab. D. sich auf Barometermaxima beziehen (bei Experimentalfältet), unter dem Gefrierpunkte gewesen ist, obwohl die Zeit der Probenaufnahme (2 Uhr Nachmittags) der Zeit des Temperaturmaximmus des Tages zu dieser Zeit des Jahres ganz nahe eingetroffen ist. Dass die Verfaulungsprocesse bei der Erdoberfläche unter solchen Umständen von solcher Bedeutenheit gewesen wäre, dass sie auf den Kohlensäurehalt der Atmosphäre merkbar eingewirkt hat darf wohl nicht angenommen werden können. Was die Windverhältnisse bei Waxholm betrifft, hat SELANDER die Windstärke 0 für nicht mehr als einen einzigen der 7 angeführten Tagen mit hohem Luftdrucke angegeben, nähmlich d. 15 October 1885, und die von PALMQVIST gegebene Erklärung ist also auch nicht auf diese Werthe anwendbar.

Aus diesem Grunde halte ich es nicht für wahrscheinlich, dass der hohe Kohlensäurehalt der Luft in diesen Barometermaxima seine Ursache in einer grösseren Kohlensäureentwickelung bei der Erdoberfläche gehabt hat, und da auch keine anderen Umstände bei der Erdoberfläche als die wahrscheinliche Ursache des höheren Kohlensäurehaltes in diesen Fällen haben angezeigt werden können, so muss man annehmen, dass derselbe dadurch entstanden ist, dass kohlensäurereiche Luft von höher liegenden Theilen der Atmosphäre zu der Erdoberfläche hinabgestiegen ist. Einleuchtend ist indessen, dass da, wie von der Tab. A. hervorgeht, der Kohlensäurehalt in den der Erdoberfläche nahe liegenden freien Luftschichten bisweilen sehr gering ist, es auch eintreffen können soll, dass ein absteigender Luftstrom einen geringen Kohlensäurehalt mitbringt, ebenso wie es natürlich auch geschehen könne, dass die Luft in der Nähe eines Barometerminimums einen relativ hohen Kohlensäurehalt besitzt,

wenn sie zufällig gleich vorher eine Kohlensäurereiche Gegend passirt hat. Die Abweichungen, welche einzelne Werthe der Tab. D. zeigen, sind also leicht erklärlich und nicht von Natur den Schluss aufzuheben, welcher aus den mittleren Werthen hervorgeht.

Es kann scheinen, dass der Kohlensäurehalt, wenn er bei Barometermaxima höher ist als der mittlere Werth und bei Barometerminima geringer ist als dieselbe Zahl, auch im allgemeinen höher bei hohen Luftdrücken als bei niedrigen sein soll. So braucht doch nicht nothwendig der Fall sein, denn vor allem ist es nicht die *absolute* sondern die *relative* Grösse des Luftdruckes, welche bestimmt, ob man mit einer in vertikaler Bewegung sich befindenden Luftmasse oder nicht zu thun hat. Ein Luftdruck von z. B. 760 m.m. kann ebenso wohl in einem Barometermaximum wie in einem Barometerminimum vorkommen, oder bei Typen zwischen diesen beiden, und kann also ebenso wohl einem aufsteigenden wie einem absteigenden Luftstrome entsprechen. Zweitens kann deutlicherweise der Kohlensäurehalt in einem Luftstrome, welcher der Erdoberfläche folgt, wechselsweise steigen oder fallen, je nach der Beschaffenheit der Gegenden, die er passirt, unabhängig davon, ob dieses bei einem hohen Luftdrucke oder bei einem niedrigen stattfindet. Durch den mittleren Werth der Kohlensäurehalte bei demselben Luftdrucke zu nehmen kommt also nicht immer die Einwirkung des Luftdruckes zu seinem vollen Recht, so dass sie sichtbar werden kann, wesshalb es natürlich ist, dass Forscher, welche Vergleichungen in solcher Richtung angestellt haben, im allgemeinen zwischen den Veränderungen in Kohlensäurehalt und in Luftdruck keine Übereinstimmung gefunden haben.

Ebenso deutlich aber wie dieses ist, ebenso unbestreitbar ist es auch, dass wenn die Kohlensäureabsorbtion bei der Erdoberfläche nicht augenblicklich geschieht und wenn störende Ursachen nicht vorkommen, der Kohlensäurehalt im Allgemeinen grösser sein soll, je nachdem der Luftdruck grösser ist, wenn auch der Luftdruck einem absoluten Barometermaximum nicht entspricht;

stets natürlich unter der Voraussetzung, dass die Vergleichung hinlänglich viele und unter verschiedenen Umständen genommenen Beobachtungen umfasst. Das letztere hat mir geschienen bei den Untersuchungen PALMQVISTS und SELANDERS der Fall zu sein und ich habe deswegen die von diesen Forschern mitgetheilten Resultate einer erneuerten Untersuchung unterworfen.

Betreffend die Kohlensäurehalte bei verschiedenen Luftdrücken haben PALMQVIST und SELANDER folgende Übersichten mitgetheilt.

Tab. E.

Barom. in m.m.	720—30.	730—40.	740—50.	750—60.	760—70.	770—80.	780—90.
CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft nach PALMQVIST	—	{3,22}	3,18	3,185	3,205	3,25	{3,17}
Anzahl Proben	—	{10}	22	82	61	20	{2}
CO_2 in 10000 Volumtheilen Luft nach SELANDER	{2,36}	{2,72}	3,09	3,05	3,02	2,98	—
Anzahl Proben	{1}	{8}	39	80	82	53	—

Hieraus haben diese Forscher ein jeder für sich gefolgert, dass es kein bestimmter Zusammenhang zwischen den Veränderungen in Kohlensäurehalt und in Barometerstand giebt. Dieser Schluss scheint doch aus jeder Reihe für sich nicht hervorgehen, denn, wenn man von den Zahlen absieht, welche aus den wenigsten Beobachtungen erhalten worden sind und welche ich in der Tabelle innerhalb Klammer gesetzt habe, so findet man, dass die erstere Reihe einen bestimmten, fortgehenden Zuwachs in Kohlensäurehalt zeigt, wenn der Luftdruck wächst, während dass die letztere Reihe ebenso bestimmt ein entgegengesetztes Verhältniss angiebt.

Dieser Widerspruch muss bedeuten, dass bei einer der Reihen ein oder mehrere Factoren eingewirkt haben, welche hinlänglich stark gewesen sind um die Wirkung zu compensiren oder sogar aufzuheben, welche der Luftdruck aus vorher genannten Gründen auf den Kohlensäurehalt ausüben soll, und wenn die vorhergehende Discussion richtig ist, so müssen diese Factoren in der

Untersuchungsreihe SELANDERS zu finden sein. Sie sind auch da, wie ich gleich zeigen werde.

An der Seite 26 in seiner oben citirten Arbeit theilt SELANDER ein Verzeichniss von den Kohlensäurehalten bei den verschiedenen Windrichtungen mit.

Tab. F.

Windrichtung.	CO_2.	
N.	3,10	Landwinde.
NW.	3,18	
W.	3,17	
SW.	2,95	
S.	2,91	Seewinde.
SE.	2,89	
E.	2,91	
NE.	2,91	

Hieraus geht mit aller wünschenswerthen Deutlichkeit hervor, wie SELANDER auch hervorhebt, dass bei Waxholm die Landwinde mehr Kohlensäure als die Seewinde enthalten. Die Ursache hiervon ist, denke ich wie SELANDER, in einer grossen Kohlensäureabsorbtion über der Ostsee hauptsächlich zu finden. Denn die nördlichen, kalten Meere sind, wie mehrere Forscher angezeigt haben, stark kohlensäureabsorbirend.

Nun ist es indessen auch bekannt, dass die skandinavische Halbinsel, und besonders die Gegenden, wo diese Untersuchungen geschehen haben, im Wege der bald mehr bald weniger entwickelten Cyklonen liegen, welche in stetiger Folge von der Atlante einkommen und in nordöstlicher Richtung der nordeuropäische Continent passiren. Dieses hat zur Folge, dass niedrige Luftdrücke beinahe immer Winde mit westlichen Komponenten, d. h. Landwinde, für die Orte mit sich ziehen, welche an der östlichen Küste Skandinaviens liegen, wie mit Waxholm der Fall ist. Hohe Luftdrücke dagegen bringen anticyklonale Winde mit, welche für diese Orte am öftesten Winde mit östlichen Komponenten, d. h. Seewinde, sind.

Da nun die Landwinde an Kohlensäure reicher sind als die Seewinde, so wirken diese Umstände offenbar dem Einflusse entgegen, welchen der Luftdruck sonst, demjenigen gemäss, was im vorigen gezeigt wurde, auf den Kohlensäurehalt ausüben soll, und sie können natürlich denselben ganz aufheben, wenn eine Windvertheilung eben angedeuteter Art den genannten Witterungstypen oder Luftdrucksvertheilungen hinlänglich regelmässig folgt. Ob dies der Fall ist, findet man aus SELANDERS Tabellen durch die Luftdrücke und die Winde[1]) zusammenzustellen, wobei man folgendes Resultat erhält.

Tab. K.

Barom. in m.m.	720—30.	730—40.	740—50.	750—60.	760—70.	770—80.
Anzahl Landwinde (L)	1	8	32	64	45	24
» Seewinde (S) .	0	4	11	27	38	24
L : S	1 : 0	2 : 1	2,9 : 1	2,4 : 1	1,2 : 1	1 : 1
CO_2	2,36	2,72	3,09	3,05	3,02	2,98

Man findet leicht, dass diese Tabelle das oben gesagte bestätigt, indem die Landwinde in je grösserer Proportion verherrschend gewesen sind, je niedriger der Luftdruck gewesen ist, während dass die Seewinde proportionsweise zahlreich werden, wenn der Luftdruck wächst. Mit Rücksicht auf die oben angezeigte, durch das grosse Absorbtionsvermögen der Ostsee hervorgerufene, grosse Verschiedenheit im Kohlensäurehalte dieser Winde, kann es leicht eingesehen werden, dass die Wirkung der vertikalen Luftbewegung eliminirt worden ist, so dass sie in der Tab. E. nicht mehr sichtbar wird, wo Luftdruck und Kohlensäurehalt ohne Rücksicht auf die Windrichtungen zusammengestellt worden sind.

Ganz anders stellt sich die Sache betreffend die Untersuchungen bei Experimentalfältet. Während dass SELANDER

[1]) In den Fällen, wo der Luftdruck zu geraden Zehnzahlen Millimeter aufgegangen ist, ist entsprechender Wind in zwei Nebencolumnen eingeführt worden. Die Fälle, wo die Windstärke 0 gewesen ist, sind nicht mitgenommen worden.

gefunden hat, dass der Kohlensäurehalt bei Waxholm sich in einer sehr regelmässigen Weise mit der Windrichtung verändert, hat PALMQVIST dagegen gefunden, dass die Windrichtung bei Experimentalfältet keinen Einfluss auf den Kohlensäurehalt zeigt,[1]) was vermuthlich davon abhängt, dass alle dahin einkommenden Winde mit Land hinlänglich lange in Berührung gewesen sind um die Eigenschaft von Landwinden zu haben. Da kann folglich die Windrichtung auf den Kohlensäurehalt nicht wesentlich einwirken, und da tritt auch, wie die Tab. E. zeigt, ein grösserer Kohlensäurehalt hervor, je nachdem der Luftdruck hoch ist.

PALMQVIST hat nicht geglaubt diesen Schluss ziehen zu können, sondern ist der Meinung, dass die Zahlen nicht ausweisen, dass der Barometerstand auf die Kohlensäure in der Atmosphäre irgend einen Einfluss ausübt. Hierin kann ich aber nicht einstimmen, denn ein solcher Schluss scheint mir nur für den Fall berechtigt zu sein, dass man gleiches Gewicht allen Zahlen hinlegt. Dieses kann aber kaum völlig befugt sein, wenn man Rücksicht auf die Anzahl Luftproben nimmt, woraus die mittleren Werthe hervorgegangen sind. Die Zahlen, welche den höchsten und tiefsten Drücken entsprechen, 780—790 und 730—740 m.m. (Tab. E.), stehen in dieser Hinsicht allen übrigen so entschieden nach, dass ihnen genug Gewicht nicht anerkannt werden kann um das Zeugniss aufzuheben, welches von diesen gegeben wird, nähmlich dass der Kohlensäurehalt bei hohen Luftdrucken wirklich grösser als bei tiefen ist. Diese Zunahme ist unbedeutend, sie findet aber statt, und sie ist grösser bei den höheren Luftdrücken als bei den tieferen, was offenbar der Fall sein soll, weil die sehr hohen Drücke öfter als die weniger hohen mit barometrischen Maxima zusammenfallen oder denselben nahe liegen. Dass die Aenderung gering sein soll ist übrigens sehr natürlich, weil, wie oben gezeigt wurde, die freien Luftströme bis zu 4300 Meter Höhe einen Kohlensäurehalt haben, welcher im Mittelwerthe den Kohlensäurehalt bei der Erdoberfläche wenig übersteigt.

---

[1]) Bei Experimentalfältet sind die mittleren Werthe dieselben für die in der Tabelle F. als Land- und Seewinde bezeichneten Winde.

Da nun, wie ich im vorigen gezeigt habe, der Kohlensäurehalt in barometrischen Maxima am grössten ist, wo die Luft zu der Erdoberfläche hinabsinkt, da er ferner bei tiefen Luftdrücken geringer ist als bei hohen und in barometrischen Minima[1]) am geringsten ist, wo die Luft sich auf neuem von der Erdoberfläche erhöht, und da dem ungeachtet die freien Luftschichten einen im Mittelwerthe völlig ebenso grossen Kohlensäurehalt wie die Luft bei der Erdoberfläche haben, so scheint es mir berechtigt anzunehmen zu sein, dass *die niedrigeren Luftschichten in unseren Gegenden von den höher liegenden Theilen der Atmosphäre mehr Kohlensäure empfangen als von der Erdoberfläche.*

In seinen Consequenzen hat dieses zu bedeuten, dass die oberen Luftschichten mehr Kohlensäure enthalten als die unteren, und ich muss zustehen, dass ich keinen Grund finde, warum es sich auf dieser Weise nicht verhalten könnte. Eine solche Annahme nicht nur erklärt die Beobachtungen in unseren Gegenden sondern auch solche merklichen Verhältnisse wie dasjenige, dass obwohl der Kohlensäurehalt über dem nördlichen Eismeere beinahe die geringste beobachtete ist, so ist doch nach Proben, welche von NANSEN genommen worden sind, der Kohlensäurehalt in einer Höhe von 2300—2700 Meter über demselben Meere, nähmlich auf dem Inlandseise Grünlands, und bei Temperaturen von — 19,°4 bis — 24,°0, also unter Umständen, wo es von Verfaulungsprocessen als Ursache der Kohlensäureentwickelung die Rede nicht sein kann, ebenso gross oder wahrscheinlich grösser[2]) als an Experimentalfältet bei Stockholm während der Hundstage. Ob dieser grosse Kohlensäurehalt in den oberen Luftschichten der höheren Breitgrade sich von anderen Gegenden der Erde herschreibt oder in ganz anderer Weise erklärt werden muss, will ich zu entscheiden hier nicht versuchen. Offenbar ist

---

[1]) Sehr anmerkungswerth ist, dass derselbe Kohlensäurehalt (2,90) d. 26 Februar 1894 in dem bei der Erdoberfläche nach innen zum Minimum fliessenden Luftstrome und in dem höchsten, freien Luftstrome, welcher sich nach aussen von demselben Minimum bewegte, angetroffen wurde.

[2]) A. PALMQVIST l. c. Seiten 7 und 37.

es indessen, dass die Antwort auf diese ausserordentlich wichtige Frage nicht erhalten werden kann, wenn nicht eine Menge Untersuchungen betreffend den Kohlensäurehalt der oberen Luftschichten ausgeführt werden, und es ist daher in höchstem Grade wichtig, dass diejenigen, welche sich mit Hochluftsegeln beschäftigen, keine Gelegenheit versäumen Untersuchungsmaterial von den höchsten Höhen einzusammeln, welche sie erreichen können. Die Proben, welche in der Weise erhalten werden, können auf keiner Weise durch solche ersetzt werden, welche auf hohen Bergen genommen sind, d. h. in Luft, welche mit der Erdoberfläche in Berührung ist.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 344.)

Helsingfors. *Universitets-biblioteket.*
Akademiskt tryck 1893/94. 15 st.
— *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiela statistik. VI: 23. 1894. 4:o.
Kjöbenhavn. *Danske meteorologiske Institut.*
Meteorologisk Aarbog. 1893: D. 1, 3. Fol.
Karlsruhe. *Grossh. badische technische Hochschule.*
Akademiskt tryck. 1893/94. 8 st.
London. *Geologists' Association.*
Proceedings. Vol. 13: P. 9. 1894. 8:o.
— *British Museum.*
Account of the income and expenditure. 1893/94. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 56(1894/95): N:o 337. 8:o.
— *Zoological society.*
Transactions. Vol. 13: P. 9. 1894. 4:o.
Proceedings. 1894: P. 3. 8:o.
New York. *Lenox library.*
Annual report. 24(1893). 8:o.
Odessa. *Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.*
Mémoires. T. 18: P. 2. 1894. 8:o.
Paris. *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 22(1894): N:o 6. 8:o.
Rousdon. *Observatory.*
Meteorological observations. Vol. 10(1893). 4:o.
San José. *Museo nacional.*
Emery, C., Estudios sobre las hormigas de Costa Rica. 1894. 8:o.
Wien. *Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.*
Schriften. Bd 34(1893/94). 8:o.
Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 39(1894): H. 2. 8:o.

Af utgifvaren.
Svenska jägareförbundets nya tidskrift. Årg. 32(1894): H. 3. 8:o.

Af författarne.
Harlé, E., Restes d'élan et de lion dans une station préhistorique de transition entre le quarternaire et les temps actuels à Saint-Martory (Haute-Garonne). Paris 1894. 8:o.
Marcel, G., Le conte d'Alsinoys géographe. Paris 1894. 8:o.
Schreiber, P., Die Zustandsgleichungen einer Luftsäule. 2:e Mittheilung. 1894. 4:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 8.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

226. Om sex-ledade thiohydantoiner.

Af N. A. Langlet.

[Meddeladt den 1 Oktober 1894 genom P. T. Cleve.]

Som bekant ge svafvelurinämnena med monoklorättiksyra ytterst lätt derivat, som innehålla en femledad kärna af 3 kol, 1 svafvel och 1 qväfve. Om man ersätter monoklorättiksyran med β-jodpropionsyra, skulle man vänta, att reaktionen skulle förlöpa på samma sätt och produkten således vara en thiohydantoin med sexledad kärna. Emellertid erhålles på detta sätt icke någon sådan förening; reaktionen afstannar i och med bildningen af en thiohydantoinsyrorna motsvarande imidokarbamin-β-thiomjölksyra, $RHN-C(NH)-S-CH_2-CH_2-COOH$, och från denna kan icke med något kondensationsmedel vatten afspaltas.[1]) Liknande föreningar, karbaminthiomjölksyror, $RNH-CO-SCH_2CH_2COOH$, uppstå vid inverkan af β-jodpropionsyra på xantogenamider (Öfvers. af Vet.-Akad. Förh. 1891: 757). Om emellertid vid sistnämda reaktion acetanhydrid är närvarande, eger en kondensation rum, och den bildade produkten är ett 1, 3-azthinderivat med samma byggnad som en sexledig thiohydantoin (l. c.). Det låg således nära till hands att tillämpa denna metod vid reaktionen mellan β-jodpropionsyra och ett svafvelurinämne, och jag har äfven i sammanhang med ofvan citerade undersökning anstält dylika försök, såväl med svafvelurinämnet sjelft, som med dess monofenylderivat. Dessa försök gåfvo emellertid negativt resultat, i det att den väntade thiohy-

[1]) Andreasch: Monatshefte f. Chemie VI: 831.

dautoinen redan vid bildningen sönderdelas af jodvätet så, att jodammonium och en »sinapanpropionsyra» (diacitetrahydro-1, 3-azthin) uppstå, medan största delen af reaktionsprodukten förstöres under bildning af bruna tjärartade ämnen. Orsaken till detta ogynsamma resultat ligger i den häftiga värmeutveckling, som eger rum under reaktionen; det bildade jodvätesaltet af thiohydantoinen eger icke bestånd vid den höga temperatur, som reaktionsprodukten antager. För att undvika denna olägenhet måste man tillsätta något värmebindande medel, och det bästa dylika har jag funnit i ett stort öfverskott af acetanhydrid, som under reaktionen till största delen bortgår i ångform.

3-Fenyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin.

$$
\begin{array}{ccc}
 & S \quad CH_2 & \\
HNC & \langle \quad \rangle & CH_2 \\
 & C_6H_5N \quad CO &
\end{array}
$$

Lika molekyler fenylsvafvelurinämne och β-jodpropionsyra upphettas med minst 3 mol. acetanhydrid försigtigt, till dess att allt svafvelurinämne blifvit löst, hvarefter temperaturen får stiga något, tills gasblåsor börja visa sig, då lågan genast aflägsnas. Reaktionen försiggår i början temligen lugnt under lindrig kokning; några sekunder efter det denna upphört börja kristaller afskilja sig i vätskan, och på några ögonblick stelnar densamma till en massa af gulbruna kristaller, under häftigt bortkokande af största delen af den tillsatta acetanhydriden. Dessa kristaller utgöra jodhydratet till ofvanstående förening. För att erhålla den fria basen tvättar man den söndertryckta kristallmassan med eter, utpressar den och öfvergjuter den med ammoniak. Efter några minuter afhälles vätskan och återstoden tvättas med vatten, samt löses derefter i kokande alkohol med tillsats af ett par droppar ammoniak.

Föreningen, som sålunda erhålles i färglösa nålar, hvilka smälta vid 154° löses lätt i alkohol och isättika, svårt i kokande och knappast märkbart i kallt vatten. I eter är den olöslig.

Analys:

	Funnet.	Beräknadt för $C_{10}H_{10}N_2SO$.
C	58.44	58.25
H	5.04	4.85
N	13.88	13.59
S	15.62	15.53.

Formeln är således med all sannolikhet

$$HN{=}C\langle\begin{matrix} S - CH_2 \\ C_6H_5N - CO \end{matrix}\rangle CH_2$$

eller en fenylthiohydantoin med 2 CH_2-grupper i kedjan.

Föreningen är en svag bas, som med syror ger väl kristalliserande salter, som genast sönderdelas af vatten, hvarföre halten af syra kan bestämmas genom direkt titrering med natronlut. Äfven alkohol sönderdelar salterna temligen lätt.

Jodiden $C_{10}H_{10}N_2SO$, HJ erhålles, som ofvan nämdt, direkt af β-jodpropionsyra och fenylsvafvelurinämne; den med eter tvättade kristallmassan löses i kokande isättika, hvarur vid afsvalning jodiden afskiljes såsom gulaktiga nålar. Vatten kan af ofvannämda skäl naturligtvis icke användas såsom kristallisationsmedel.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HJ	38.32	38.30.

Kloriden, $C_{10}H_{10}N_2SO$, HCl, erhålles i form af ett glittrande kristallmjöl vid tillsats af konc. klorvätesyra till basens lösning i isättika, hvaruti saltet är mycket svårlösligt i köld. Ur varm isättika kristalliserar det i qvadratiska och rektangulära taflor.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	15.02	14.90.

Platinakloriddubbelsaltet, $(C_{10}H_{10}N_2SO, HCl)_2$, Pt Cl_4, erhålles genom tillsats af platinaklorid till en lösning af basen i

klorvätesyra. Stora, fjäderlikt streckade, ljust orangefärgade kristaller.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
Pt	23.66	23.69.

Nitratet, $C_{10}H_{10}N_2SO, HNO_3$ erhålles på samma sätt som kloriden, hvarvid dock är att märka att lösningarne måste vara koncentrerade, då nitratet är vida lättare lösligt i isättika. Ur denna lösning fälles det nästan fullständigt af eter. Små streckade nålar.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HNO_3	23.42	23.56.

Ett *surt sulfat* $C_{10}H_{10}N_2SO, H_2SO_4$ erhålles, om en med svafvelsyra försatt lösning af basen i isättika får frivilligt afdunsta. Stora, vattenklara, rombiska taflor.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
H_2SO_4	32.24	32.53.

Det neutrala sulfatet har jag ej lyckats erhållits i analysdugligt tillstånd.

3-o-Tolyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin.

$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ C_7H_7N & & CH_2 \\ HNC & & CH_2 \\ & S & \end{array}$$

Erhålles på samma sätt som fenylderivatet. Det är i alkohol något lättare lösligt än det senare, och kristalliserar i glänsande hvita nålar, som smälta vid 145°.

Analys:

	Beräkn. för $C_{11}H_{12}N_2SO$.	Funnet.
C	60.00	60.15
H	5.43	5.58
N	12.73	13.12
S	14.46	14.39.

Kloriden, $C_{11}H_{12}N_2SO$, HCl bildar i isättika svårlösliga glänsande, fyrsidiga nålar.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	14.20	14.55.

Med platinaklorid ger kloridens lösning en gul knappast kristallinisk fällning, som vid analys gaf en något för hög platinahalt (24.41 % i st. f. 22.95 %, som formeln $2(C_{11}H_{12}N_2SO, HCl), PtCl_4$ fordrar).

3-p-Tolyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin,

CO
C_7H_7N CH_2
HNC CH_2
S

är svårare lösligt än fenylderivatet i alkohol, hvarur det kristalliserar såsom matthvita tjocka nålar eller prismor. Smpkt. 153°.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	60.00	59.81
H	5.43	5.83
N	12.73	12.81
S	14.46	14.33.

Kloriden, $C_{11}H_{12}N_2SO$, HCl kristalliserar ur varm isättika i form af temligen stora rätvinkliga parallelipipeder.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	14.20	14.27.

Kloroplatinatet, $2(C_{11}H_{12}N_2SO, HCl), PtCl_4$ erhållet på samma sätt som motsvarande ortoderivat, bildar ljust orangefärgade fina nålar.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
Pt	22.87	22.95.

3-α-Naftyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin.

$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ C_{10}H_7N & & CH_2 \\ HNC & & CH_2 \\ & S & \end{array}$$

Gråaktiga, i alkohol temligen svårt, i isättika lätt lösliga nålar, som smälta vid 147°.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	65.63	65.72
H	4.69	4.60
N	10.94	11.45
S	12.45	12.30.

Kloriden, $C_{14}H_{12}N_2SO, HCl$ bildar i isättika svårlösliga nålar.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	12.47	12.87.

3-β-Naftyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin,

$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ C_{10}H_7N & & CH_2 \\ HNC & & CH_2 \\ & S & \end{array}$$

kristalliserar ur varm alkohol, hvaruti den är ganska svårlöslig, i gulaktiga glänsande nålar; smpkt. 164°.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	65.63	66.01
H	4.69	5.03
N	10.94	11.34
S	12.45	12.51.

Kloriden, $C_{14}H_{12}N_2SO$, HCl. Gulaktigt hvita kristaller. Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	12.47	12.65.

Med alifatiska svafvelurinämnen såsom tiosinnamin, metylsvafvelurinämne etc., äfvensom med det osubstituerade svafvelurinämnet sjelft, ger β-jodpropionsyra vid närvaro af acetanhydrid upphof till kristalliserande produkter, som utgöras af jodider till baser analoga med ofvan beskrifna. I sistnämda fall (med svafvelurinämne) synes dock ett acetylderivat bildas. Det har icke lyckats mig att isolera dessa baser ur jodiderna medelst den under fenylföreningen beskrifna metoden, och det syntes till en början till följd af dessa föreningars ringa beständighet (se sid. 374) icke möjlig att erhålla dem i fri form. Efter flere fåfänga försök har det emellertid lyckats att isolera dem, och för dessa undersökningar skall i en följande uppsats redogörelse lemnas.



Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 8.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 144.

Verschiedene Formen der multiplen Resonanz.

Von V. BJERKNES.

[Mitgeteilt den 10 October 1894 durch B. HASSELBERG.]

1. Die schönen Versuche, welche Professor ZEHNDER eben publiciert hat, scheinen im ersten Augenblicke in zwingender Weise zu dem Schluss zu führen, dass die Strahlen electrischer Kraft, welche ein Hertz'scher Oscillator aussendet, durch ein Gitter spectral zerlegt werden.[1]) Dieser Schluss enthält jedoch einen versteckten Fehler, und zwar genau denselben Fehler, den man macht, wenn man aus den Versuchen von SARASIN und DE LA RIVE schliessen will, dass ebenso viele stehende Wellensysteme objectiv vorhanden sind, als Knotensysteme mit Hülfe von Resonatoren beobachtet werden können. Die verschiedensten Versuche können denselben Schlussfehler in täuschendster Weise wieder veranlassen, so dass es von Wichtigkeit ist, auf denselben genau aufmerksam zu sein.

Der Schluss ist auf die jetzt allgemein anerkannte Analogie der electrischen Wellen und der Lichtwellen gebaut. Dabei muss man aber zwei Umstände nicht vergessen, worin ein wesentlicher Unterschied besteht:

1:o. Die Lichtwellen werden stetig unterhalten und sind deshalb ungedämpft, die electrischen Wellen werden nicht stetig unterhalten und sind deshalb gedämpft.

[1]) L. ZEHNDER: Messungen mit Strahlen electrischer Kraft (Prisma und Beugungsgitter). Wiedemanns Annalen 53, p. 162, 1894. Besonders p. 172 ff.

2:o. Die Lichtwellen werden mit einem indifferenten Instrumente beobachtet, die electrischen Wellen dagegen — in allen Fällen, wo multiple Resonanz vorkommt — mit Resonatoren, die für eine besondere Art der Erregung besonders empfindlich sind.

Diese zwei Eigenthümlichkeiten der Versuchsbedingungen, — ich wiederhole es: die Dämpfung des Hertz'schen Oscillators und die Schwingungsfähigkeit des Hertzschen Resonators — erfordern das Auftreten derjenigen Erscheinungen, welchen zuerst SARASIN und DE LA RIVE, später ZEHNDER in verschiedenen Formen begegneten.

Ich werde dies unten in einer ganz elementären Ableitung zeigen, aber in einer allgemeinen Form, welche gleichzeitig für die Versuche von ZEHNDER und für diejenigen von SARASIN und DE LA RIVE gültig ist. Ohne jede Schwierigkeit kann man dieser Ableitung die Form eines exacten Calcüles geben: die Rechnung findet man in meiner Abhandlung über multiple Resonanz,[1]) man braucht nur in leicht ersichtlicher Weise die Voraussetzungen und die Bedeutung einzelner Buchstaben zu verallgemeinern.

2. Gedämpfte Wellen aus derselben Quelle, die zu Interferenz gebracht werden, nachdem sie verschiedene Wege zurückgelegt haben, können im allgemeinen nie ihre Wirkungen gegenseitig aufheben. Denn der Gangunterschied der Wellen ist wegen der Dämpfung nothwendig mit einem Intensitätsunterschied verbunden. Hieraus folgt, dass stehende Wellensysteme gedämpfter Wellen nie scharfe Knoten haben können, mit Ausnahme der singulären Knoten, wo der Gangunterschied Null ist, wie z. B. der Knoten in der Ebene eines reflectierenden Spiegels. Ebenso folgt hieraus, dass bei der Gitterdiffraction ein vollständiger Schatten in keinem Azimuth erzeugt wird.

Untersucht man das Feld der interferierenden Wellensysteme mit einem indifferenten Instrumente, so sind die Resultate

---

[1]) BJERKNES: Wiedemanns Annalen 44, p. 92.

mit den optischen vollständig vergleichbar, nur dass Knoten und Bäuche, Strahlen und Schatten etwas verwischt erscheinen. Als indifferente Instrumente darf man Funkenmicrometer, Electrometer, kleine Thermoelemente oder Bolometerdrähte ansehen, solange dieselben nicht Theile einer Resonatorvorrichtung ausmachen. Denn die eventuellen Eigenschwingungen solcher Instrumente sind meistens von einer ganz anderer Grössenordnung als die Oscillatorschwingungen. Stehende Wellen sind oft mit solchen Instrumenten beobachtet worden, und die erhaltenen »Interferenzcurven» zeigen immer die erwarteten, ursprünglich deutlichen Maxima und Minima, die bei steigendem Gangunterschied immer undeutlicher werden.

3. Untersuchen wir jetzt das Ansprechen eines *Resonators* im Felde der interferierenden Wellen.

Erstens ist der Resonator natürlich derselben Wirkung unterworfen wie das indifferente Instrument: in den Bäuchen greifen stärkere, in den Knoten schwächere Kräfte an, wodurch natürlich, unter sonst gleichen Umständen, ein stärkeres oder schwächeres Ansprechen erzwungen wird.

Zweitens muss man aber auch erinnern, dass das Ansprechen eines Resonators nicht nur von der Intensität der Impulse abhängt, sondern auch von dem Zeitverlaufe zwischen den successiven Impulsen. Eine positive und eine negative Welle desselben Wellenzuges folgen einander überall im Felde mit einem konstantem Zeitunterschied, welches nur dann starke Erregung verursacht, wenn Oscillator und Resonator auf Isochronismus abgestimmt sind. Diejenige Zeit dagegen, welche zwischen dem Eintreffen einer Welle des einen und einer Welle des anderen Wellenzuges verläuft, ist mit dem Gangunterschiede der Wellen von Punkt zu Punkt im Felde veränderlich. Deshalb giebt es nothwendig Gegenden, wo dieser Zeitunterschied gleich der halben Schwingungsdauer des Resonators ist: in solchen werden die Eigenschwingungen am kräftigsten erregt. Ebenso giebt es Gegenden, wo der Zeitunterschied ein Viertel der Schwingungs-

dauer des Resonators ist, und wo folglich die ganze Kraft der zweiten Welle dazu verbraucht wird, die von der ersten Welle erzeugte Bewegung zu schwächen.

Im allgemeinen hat man also maximale oder minimale Resonatorerregung in zwei Classen von Gegenden zu erwarten: erstens da, wo die interferierenden Oscillatorwellen objective Maxima oder Minima haben; zweitens da, wo der Gangunterschied der Oscillatorwellen ein gerades oder ein ungerades Vielfache der Viertel-Schwingungsdauer des Resonators ist.

Ist nun der Resonator im Vergleich zum Oscillator stark gedämpft, so sind die objectiv vorhandenen Knoten und Bäuche relativ gut ausgebildet, während der Resonator für die Erregung der Eigenschwingungen relativ wenig empfindlich ist. Der Resonator verhält sich dann wie ein indifferentes Instrument, welches nur die objectiv vorhandenen Knoten und Bäuche anzeigt.

Wenn dagegen der Oscillator relativ stark und der Resonator relativ schwach gedämpft ist, wie es aus leicht ersichtlichen Gründe bei den Hertz'schen Instrumenten meistens der Fall sein wird, so sind die objectiven Knoten und Bäuche der Oscillatorwellen verhältnissmässig undeutlich, während der Resonator für jede Erregung der Eigenschwingungen sehr empfindlich ist. Unter diesen Umständen müssen verschiedene Resonatoren, in das System der stehenden Oscillatorwellen hineingebracht, je nach ihrer Schwingungsdauer verschiedene Systeme von Maxima und Minima anzeigen, und alles wird verlaufen, als wären wirklich Wellen aller möglichen Wellenlängen vorhanden. Und bei den Gitterversuchen müssen die verschiedenen Resonatoren in verschiedenen Azimuthen ihr bestes Ansprechen haben, genau als wären die Oscillatorwellen spectral zerlegt.

4. Ist also einmal die Dämpfung des Oscillators und die Schwingungsfähigkeit des Resonators zugegeben, so ist das Auftreten derjenigen Erscheinungen, die man als verschiedene Formen der multiplen Resonanz bezeichnen darf, eine logische Nothwendigkeit. Diejenige Auffassung, dass die Erklärung dieser

Erscheinungen ein Coexistieren mehrerer Schwingungen im Oscillator, oder wenigstens eine gewisse Unbestimmtheit der Periode dieses Instrumentes, erfordern müsse, beruht also auf einem Fehlerschluss. Damit sei nicht gesagt, dass diese Hypothesen widerlegt sind, denn als Nebenursachen könnten z. B. Obertöne mitwirken, ohne dass die rein qualitativen Versuche eine Entscheidung geben könnten, ob das Ansprechen des Resonators auf eine einzige, oder auf zwei zusammenwirkenden Ursachen zurückzuführen sei.

Zur definitiven Entscheidung dieser fundamentalen Frage von der Natur der Electricitätsbewegung im Hertz'schen Oscillator, scheint es am zweckmässigsten zu sein, nur indifferente Beobachtungsinstrumente zu benutzen, um jede Täuschung durch das Eingreifen der Eigenschwingungen eines Resonators zu vermeiden. Die Interferenzcurven, die man in dieser Weise durch Abmessen von Drathwellen gefunden hat, scheinen bis jezt alle nur auf das Vorhandensein einer einzigen gedämpften Sinusschwingung hinzudeuten.[1])

5. Um nachher die Erklärungen der multiplen Resonanz zu prüfen, muss man diese Erscheinung in ihren verschiedenen Formen quantitativ abmessen. Bis jetz liegt meines Wissens nur ein Versuch in dieser Richtung vor. In einer sehr interessanten Arbeit haben KLEMENČIČ und CZERMAK die Interferenzcurven festgestellt, die ein mit Secundärspiegel versehener Resonator unter Einfluss der interferierenden Oscillatorwellen giebt.[2]) Bei der quantitativen Bearbeitung dieser Versuche hat sich aber derselbe verhängnissvolle Fehler eingeschlichen, der bei so vielen qualitativen Discusionen vorkommt: der Resonator ist als ein indifferentes Instrument betrachtet. In den Formeln ist nähmlich die Resonatorbewegung einfach proportional der Kraft der

---

[1]) RUBENS: Wied. Ann. 42, p. 154, 1891. BJERKNES: Wied. Ann. 44, p. 513, 1891. JONES: Electrician 27, p. 520. PÉROT: Comptes Rendus 114, p. 165, 1892. BIRKELAND: Wied. Ann. 47, p. 581.

[2]) KLEMENČIČ und CZERMAK: Sitzungsberichte der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien 101, 14 Juli 1892. Auszug: Wied. Ann. 50, p. 174, 1893.

Oscillatorwellen gesetzt, und die Eigenschwingungen sind fortgelassen. Führt man den vollständigen Ausdruck der Resonatorbewegung,[1]) bei gehöriger Beachtung der Integralgrenzen, unter das Integralzeichen ein, so findet man, dass die Gleichung der Interferenzcurve zwei Wellenlängen und zwei logarithmische Decremente enthält. Diese vollständige Gleichung wird eben diejenigen unerwarteten, mehr unregelmässigen Curvenformen erfordern, welche diese Physiker in grösserem Abstand von der Resonanz constatiert haben. Das logarithmische Decrement 0,39, welches als dasjenige des Oscillators angegeben ist, wird nach der vollständigen Theorie ein gewisser Mittelwerth der Decremente des Oscillators und des Resonators sein. Dieser Mittelwerth wird aber in dem vorliegenden Falle, wo die zwei Decremente wahrscheinlich wenig von einander abweichen, möglicherweise für beide Instrumente ungefähr zutreffen.

Weitere Messungen von solchen Interferenzencurven nach dem Vorgange von KLEMENČIČ und CZERMAK, sind besonders auch deshalb wichtig, weil dieselben vollständigeren Aufschluss über den logarithmischen Decrementen der Resonatoren geben werden. Besonders einfach wird der Versuch mit den schwach dämpfenden Resonatoren ausfallen, deren Dämpfung bis jetz nur nach äusserst groben Schätzungen bekannt ist. In diesem Grenzfalle wird nämlich die Gleichung der Interferenzcurve approximativ nur von der Wellenlänge und dem logarithmischen Decremente des Resonators abhängen, und man wird die Werthe dieser Constanten in derselben einfachen Weise ermitteln können, wie für den Oscillator aus der mit indifferenten Instrumenten gefundenen Interferenzcurven.

---

[1]) BJERKNES l. c. p. 97.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 8.
Stockholm.

Beiträge zur Kenntniss der Insektenfauna von Kamerun.

4.

Verzeichniss der von Yngve Sjöstedt im nordwestlichen Kamerungebiete eingesammelten Hemipteren

von

C. J. Emil Haglund.

[Mitgeteilt den 10. Oktober 1894 durch Chr. Aurivillius.]

Heteroptera.

Fam. Pentatomidæ.

Subfam. Plataspidæ.

1. **Plataspis vermicellaris** Stål, Öfvers. Vet. Akad. Förh. 1858, p. 434. —

♂. Processu labiali segmenti genitalis medio late sed breviter producto, obtuso; margine apicali plus minusve distincte tridentato. Margine ipso cum dentibus subtus nigris seu nigricantibus. —

14 ♂♂, 12 ♀♀ auch zahlreiche Larven. —

Descriptio Ståli non bene quadrat. Exemplum typicum non vidi.

2. **Plataspis Horvathi** Hagl. n. sp. Media, late rotundato-ovata, postice modice dilatata; supra remote et inæqualiter punctata, subtus lævis. Supra nigra, maculis et strigis numerosis, irregularibus, *non callosis* æqualiter conspersa; subtus flava, antennarum articulis tribus ultimis, basi articuli tertii excepta, sternis, impressione media incisurisque abdominis, stigmatibus maculisque linearibus connexivi, coxis trochanteribusque, lateribus et apice tarsorum nigris; pleuris opacis obscure griseis;

capite subtus et lateribus abdominis plus minusve sparse nigropunctatis. Long. 11, Lat. 10 mill. 1 ♀.

Magnitudine *irrovatæ* DALL. et ei valde similis et affinis, sed maculis non callosis. Mare ignoto, species nec certe determinanda, nec rite describenda, sed vix varietas speciei cujusdam adhuc descriptæ.

3. **Plataspis Aurivillii** HAGL. n. sp. Minor, modice convexa, fere rectangularis, postice paullo ampliata; scutello pone medium utrinque subito, distinctius, rotundato-dilatato, margine postico rotundato. Long. 10,5, Lat. scutelli maxima 9,3 mill. 1 ♂.

♂ Processu labiali segmenti genitalis transverso, bisinuato, in medio breviter et acute triangulariter producto; proc. lateralibus elongatis, curvatis, apice extrorsum divergentibus. —

Supra nigra, nitida, remote et inæqualiter punctulata. Caput supra fortiter impresso-punctatum, lituris flavo-albidis numerosis fere reticulatum. Thorax lituris similibus sed rarioribus, præsertim postice ornatus. Scutellum antice maculis luteis minutissimis et rarissimis, postice maculis luteis paucis, majoribus, valde irregularibus conspersum. Hæ lituræ posticæ maculis minutis, plane circularibus, obsolete punctato-umbilicatis, nigris, numero variabili 1—10, conspersæ. —

Antennæ pallidæ, extus obscuriores. Caput subtus fascia basali pallida; pectus griseo-opacum; pleuræ medio infuscatæ. Abdomen subtus lutescens, medio late nigrum, lateribus etiam nigris, his simul cum capite, lateribus explanatis thoracis, corii scutellique maculis luteo-albidis plus minus conspersis. Pedes lutei, basi tibiarum et apice tarsorum obscurioribus.

Forma scutelli transitum distinctum ad *Niamiam* HORV. præbet.

4. **Plataspis (Niamia) angulosa** HORV., Termész. Füzet. Vol. XV, p. 4 (1892). 2 ♀♀.

Bei dem zweiten Exemplare sind die Ecken des Scutells weniger vortretend; die Grösse dieser Ecken ist also wahrscheinlich ein wenig variirend.

Meiner Meinung nach ist *Niamia* HORV. von *Plataspis* WESTW. generisch nicht zu trennen. Die Structur ist in allen Theilen dieselbe. Ein mit Ecken versehenes Scutell ist hier doch kein Genuscharacter. Die hier soeben beschriebene *Plataspis* AURIVILLII m. weist in der Bildung des Scutells schon einen deutlichen Uebergang zu *Niamia* auf. Abdomen ist unten längs der Mitte eingedruckt, wie dies bei vielen Plataspisarten mehr weniger der Fall ist, doch in keiner Weise *medio canaliculato* (canaliculé) zu nennen, wie *H. Montandon* will. Das Männchen ist auch noch unbekannt; vielleicht kann dasselbe Differencen von *Plataspis* aufweisen. Wenn wir die Plataspisarten besser kennen und in grösseren Reihen vor uns haben, als dies gegenwärtig der Fall ist, wird die Zeit kommen, diese Frage endgültig zu entscheiden. —

Die gelbgefleckten Plataspisarten sind nach den Beschreibungen schwer, ja oft unmöglich zu deuten. Die Form ist nach dem Geschlechte ein wenig verschieden, und die Zeichnungen variiren bei derselben Art recht bedeutend. Bisweilen ist das Geschlecht in den Beschreibungen nicht einmal angegeben. Das männliche Genitalsegment giebt aber, wie so oft bei den Pentatomiden, gute und sichere Charactere um die Arten prompt und sicher zu bestimmen. Die Plataspisarten betreffend, stellt sich die Sache übrigens sehr einfach, da nur ein einziger Theil des complicirten Apparats, leicht zu sehen und zu beschreiben, für die Bestimmung nöthig ist. Dieser Theil ist der untere (hintere) Rand des Genitalsegments, von D:r SHARP »lip» (labium) genannt, der doch bei den Plataspisarten den vorderen zu nennen ist, da derselbe ganz vorne liegt, weil das *in toto* vorstreckbare Genitalsegment ganz und gar nach unten sieht. Dies Labium mit seinem Rande weist bei den Pentatomiden, wie bekannt, die mannigfaltigsten Bildungen auf und ist für die Bestimmung von ungemeiner Wichtigkeit. —

Dieser Labialrand ist nun bei den Plataspisarten nach hinten in verschiedenartiger Weise ausgedehnt oder ausgezogen, und nenne ich diesen Process kurzweg *processus labialis*, der bei

allen von mir bisher gesehenen Arten verschieden gebildet ist. Dieser Process ist auch bei den *Tessaratomen* vorhanden und auch da vom grösstem Werthe bei der Artbestimmung. Der Processus labialis liegt bei den letzteren hinten und oben, nach vorne gestreckt, da das Genitalsegment bei denselben, wie bei so vielen anderen *Pentatomiden*, nach oben sieht.

Soweit meine bisherige Erfahrung reicht, tritt der Processus labialis bei den Plataspisarten in zwei verschiedenen Typen auf. Entweder ist der ganze Labialrand nach hinten ausgedehnt, breit und kurz, also transversel mit dem freien Rande verschiedenartig gekerbt oder gezähnt; oder er ist nur in der Mitte mehr weniger nach hinten ausgezogen, ausgestreckt, also länger, schmäler, zungen oder lancettförmig, mit der Spitze verschiedenartig gebildet.

In der ersten Kategorie stehen, von mir im männlichen Geschlecht bekannten Arten: *Aurivillii* HAGL., *coccinelloides* LAP., *punctata* LEACH, MONT., und *variegata* GUÉR.; in der zweiten kommen *conspersa* MONT., *nigrita* WESTW., *semiglobosa* STÅL und *singularis* m. n. sp. — *Plataspis vermicellaris* STÅL bildet einen Zwischenglied, da der Processus labialis bei dieser Art freilich etwas ausgezogen, aber kurz und breit ist. Die übrigen, schon beschriebenen Arten: *guttulata* MONT., *irrorata* DALL., *plagifera* MONT., *pulchella* MONT. und *Wahlbergi* STÅL kenne ich leider nur im weiblichen Geschlecht.

Uebrige Theile des Genitalapparat bieten auch gute Charactere für die Bestimmung dar, so vor allen die *Processus laterales* SHARP; diese sind doch ohne Zeichnungen kaum verständlich zu beschreiben. —

Ich benutze diese Gelegenheit um eine neue, sehr interessante Plataspisart zu benennen.

Plataspis singularis HAGL. n. sp., Minor, rotundata, valde convexa, semi-globosa, nigra, supra fortiter, inæqualiter punctata et callis numerosis, luteis, gyriformibus conspersa. —

♂. Scutello postice paullo sinuato; margine postico segmentorum abdominalium 3—4 medio triangulariter impresso; seg-

mento genitali utrinque angulato-dilatato; processu labiali linguæformi, apice longe et acute tricuspidato; cuspi mediali lateralibus latiore et duplo longiore. Long. 10, Lat. 9,5 mill. —

Madagascar (Sikora). 1 ♂. (Coll. mea). Species singularisvalde eximia, *semiglobosæ* STÅL magnitudine æqualis. Antennæ nigræ, articulis 1:mo et 2:do luteis, illo nigro-maculato. Rostrum in exemplo unico deest. Subtus nigra, basi capitis, angulis explanatis pronoti, parte costali corii, segmentis 1—5 abdominis plus minusve luteo-maculatis. Pectus griseum. Pedes nigri, coxis et tibiarum basi utrimque luteis. Tibiæ apice fulvo-hirsutæ.

Mares generis *Plataspis* mihi cogniti hoc modo facile sunt distinguendi.

1.—8. Processus labialis latus et transversus.

2.—3. Margo apicalis pr. lab. fere *integer et truncatus*, medio obsoletissime sinuatus; margines laterales segm. genitalis integri. *variegata* GUÉR.

3.—2. — — *distincte sinuatus seu dentatus.*

4.—7. — — *bisinuatus.*

5.—6. — — medio breviter et acute triangulariter producto. *Aurivillii* HAGL.

6.—5. — — non solum medio sed etiam angulis lateralibus productis; dente mediali majore, apice ipso paullo sed distincte angulatim exciso; angulis tribus fasciculatim fulvo-pilosis. Margines laterales segm. genitalis sub angulo laterali utrimque paullo sinuati. *coccinelloides* LAP.

7.—4. — — trisinuatus seu quadridentatus, sinu mediali paullo angustiore et paullo profundiore. Processus labialis brevissimus et latissimus. *punctata* LEACH.

8.—1. Processus labialis plus minusve medio productus.

9.—10. — — medio late et breviter productus, obtusus, apice plus minusve distincte tridentato. *vermicellaris* STÅL.

10.—9. — — medio distinctius productus, lanceolatus seu linguæformis.

11.—12. — — apice obtusiusculo, integro. *semiglobosa* STÅL.

12.—11. — — apice exciso.

13.—16. — — bicuspidato.

14.—15. Margines laterales segm. genitalis integri.

nigrita WESTW.

15.—14. — — subsinuati. Processus lab. apice brevissime bicuspidato, subtus (antice) griseo-hirsutus.

conspersa MONT.

16.—13. Processus labialis longe et acute tricuspidatus.

singularis HAGL.

5. **Apotomogonius jaspideus** FAIRM. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 275, pl. 9, f. 4 (fig. mala). (1858). 1 ♂, 2 ♀♀.

A. exornato MONT. major et convexior. ♂. Caput margine postico supra, pone angulum internum oculorum tuberculo conico, minutissimo instructo.

Segmentum genitale apertura fere rotunda; margine laterali ad angulum posticum segmenti abdominis sexti intus paullo angulato-producto; angulo ipso flavo-piloso; margine labiali (anteriore) bisinuato, medio triangulariter gibboso-producto, nigro; processibus lateralibus brevibus, latis, transversim positis, curvatis, apicibus valde adpropinquatis, rufo-piceis.

FAIRMAIRE's kurze, freilich ganz ungenügende Beschreibung stimmt vortrefflich. Die Abbildung ist schlecht und unrichtig.

6. **Apotomogonius exornatus** MONT., Revue d'Entomologie, Tome XI, p. 302, 1892, (publicirt 1893). 1 ♂, 2 ♀♀.

♂. Caput, margine postico supra, pone angulum internum oculorum tuberculo transverso, minutissimo instructo.

Segmentum genitale postice valde productum, apertura fere quadrata, antice rotundata margine æquali, integro, non angulato, lateribus parallelis; margine labiali medio triangulum formante; proc. lateralibus longis, gracilibus, curvatis, postice parallelis vel paullo divergentibus, nigris.

MONTANDON beschreibt nur das Männchen. Die Zeichnungen variiren sehr, bei vier von mir untersuchten Stücken sind dieselben mehr weniger verschieden. Das Weibchen hat lichter gefärbte Schienen; wahrscheinlich ist dies auch ein wenig varii-

rend. Das postoculare Tuberculum hat vielleicht generische Bedeutung. Da ich keinen *Cantharodes* gesehen habe, die Cantharodesarten sind in den Sammlungen noch äusserst selten, weiss ich nicht ob dieses Knötchen bei diesem Genus auch vorhanden sei. — Beim Weibchen ist das Knötchen bisweilen angedeutet. —

Ein Päärchen einer dritten Apotomogoniusart steht noch in meiner Sammlung. Die Art ist klein, von der Grösse der *Plataspis pulchella* MONT., an dessen Farbe und Zeichnung sie auch ein wenig erinnert. Da das männliche Exemplar defekt ist, will ich nicht die Art diesmal beschreiben. Dieselbe stammt aus dem französischen Congo-Gebiete.

Bei allen Arten passirt der Schnabel die Mittelhüften.

7. **Handlirschiella ænea** MONT. Revue d'Entomol. 1892, p. 295 (publicirt 1893). 2 ♀♀.

8. **Brachyplatys pallipes** FABR., Spec. Ins. 2, p. 343, 26 (1781). 11 ♂♂, 30 ♀♀.

Die gelben Zeichnungen des Vorderkörpers variiren sehr, bisweilen fehlen dieselben fast gänzlich. Die Grösse ist auch sehr veränderlich.

9. **Probænops dromedarius** WHITE, The Entom. XXV, p. 406 (1842). — STÅL, Hem. Afric. I, p. 18 (1864).

Late ovalis, niger, subopacus, subtilissime alutaceus, parcissime et obsoletissime granulatus; thoracis parte gibba angustiore, antrorsum, præsertim apud marem, valde producta; antennis, rostro marginem posticum segmenti quarti abdominis fere attingente, pedibusque rufis seu rufopiceis, illarum articulo ultimo, basi excepta, pallido. 4 ♂♂, 6 ♀♀. Long. 8,5—9,5, Lat. 6—7 millim.

♂. Margo inferior segmenti genitalis fovea oblonga, transversa instructus.

♀. Segmentum sextum postice nonnihil productum, truncatum, margine apicali medio paullo sinuato. —

10. **Probænops obtusus** HAGL. n. sp., Quadrangularis, fere quadratus, niger, subopacus, subtiliter alutaceus, densius et distinctius granulatus; thoracis parte gibba minus producta, latiore et obtusiore; antennis, rostro, marginem posticum segmenti quarti

superante, pedibusque piceo-nigris, illarum articulo ultimo, basi excepta, pallido; tarsis et rostro apicem versus paullo dilutioribus. Long. 9,6—10, Lat. 8—9 mill. 2 ♀♀ — (Gabun ♂♀. Coll. mea.)

♂. Margo inferior segmenti genitalis fovea oblonga, transversa, valde distincta instructus.

♀. Segmentum sextum postice nonnihil productum, truncatum, margine apicali medio paullo sinuato. —

Montandonia n. g.

Corpus late ovatum, supra subtusque paullo convexum, depressiusculum, nigrum. Caput sexuum difforme, porrectum, modice declive, longitudine circiter dimidia thoracis, pone oculos in collum brevem coarctatum. Iuga tylo fere duplo longiora; apud marem libere producta, hiscentia, rimam parallelam inter se relinquentia; apud feminam ante tylum inclusum leviter valvantia. Latera externa jugorum rotundata, apex ipse obtusus. Oculi prominentes, substylati, antrorsum spectantes. Ocelli in linea ficta pone basin oculorum ducta positi, inter se paullo longius quam ab oculis remoti. Antennæ graciliores, prope angulum antero-inferiorem oculorum insertæ, quinque-articulatæ; art. primo medium jugorum superante, 2:do minuto, 3:o longissimo, paullo deplanato, supra et subtus subcanaliculato, 4:o et 5:o subæquilongis, ad unum sumtis, paullo breviore. Rostrum longum seu longissimum; art. 1:mo marginem posticum capitis attingente, 3:o longissimo 2:o et 4:o, fere æquilongis, paullo longiore. Thorax antrorsum angustatus, capite non duplo longior, margine basali truncato, fere recto, margine antico fere duplo latiore; angulis anticis spinula brevissima indicatis; marginibus lateralibus paullulum depressis et marginatis, paullo ante medium distincte rotundato-sinuatis; angulis lateralibus et posticis rotundatis. Discus thoracis inter sinus laterales transversim impressus; ante impressionem, præsertim medio, paullo elevatus. Linea media, elevata, tenuissima thoracis et basis scutelli plus minusve distincta. Scutellum fere quadratum, abdomen totum tegens, pos-

tice paullo latius, rotundato-truncatum, eminentia basali transversa, medio distinctiore, lata, fere ad latera attingente instructum. Margo apicalis scutelli incrassatus, verticalis, sulculo transverso, supra segmentum quartum abdominis incipiente, cingulatus; hic sulculus apud feminam æqualis et distinctior; apud marem inæqualis et obsoletior, apex scutelli supra segmentum genitale distincte sinuatus. Pars visibilis corii minima. Mesosternum pone coxas anticas approximatas obsolete carinatum; metasternum planum; coxæ posteriores, præsertim intermediæ, late distantes. Ostium odoriferum non canaliculatum. Area evaporativa opaca, impressione profunda, inæquali ubique circumducta. Margo abdominis verticalis, subtus incrassatus, et præsertim in margine posteriore segmentorum tuberculato-elevatus. Stigmata in margine, nonnihil ante medium segmentorum sita. Segmenta abdominis impressione laterali transversa medio instructa; marginibus posticis medio paullo sinuatis; quinto apud marem acute angulato-, apud feminam rectangulato- seu rotundato-exciso. Segmentum sextum feminarum postice utrimque tuberculatum et impressum. Apertura segmenti genitalis maris verticalis. Pedes longi; femora longe ultra latera corporis extensa. Tibiæ supra late sulcatæ et marginatæ. Tarsi biarticulati, articulo primo brevi.

Genus insigne Domino Montandon, Cel. custodi *Plataspidarum* dicatum, cum genere *Probœnops White* subdivisionem *Plataspidarum* habitu, structura capitis, oculorum, thoracis, rostri pedibusque etc. distinctissimam formans.

11. **Montandonia punctata** HAGL. n. sp. Minor, nigra, nitidula, supra dense et distincte punctulata, abdomine subtus remote et subtiliter, medio obsolete punctulato; rostro medium segmenti abdominis tertii fere attingente; tarsis obscure testaceis. ♂♀. Long. 7,7, Lat. max. 6,2 millim.

♂ Antennis articulo 3:o 4:o et 5:to ad unum sumtis paullo breviore, 4:o 5:o subbreviore. Segmento quinto abdominis fere ad basin acute angulato-sinuato, sexto in medio lævi, nitido. Apertura segm. genitalis rotunda; in parte dimidia superiore diafragma, subtus utrimque tuberculata, clausa; margine labiali

inferiore triangulum latum formante. Processibus lateralibus gracilibus, curvatis, a supero visis, divergentibus, apice testaceis.

♀ Antennis articulo tertio 4:o et 5:o subæquilongis, simul sumtis, vix breviore; segmento quinto postice rotundato-sinuato. — 1 ♂, 1 ♀. Die Exemplare sind weniger gut erhalten.

12. **Montandonia longirostris** HAGL. n. sp. Major, nigra, nitidula, supra remote et inæqualiter punctulata; abdomine subtus longitudinaliter rastrato; rostro apicem segmenti sexti fere attingente; antennis extrorsum et apice tarsorum piceis; angulis lateralibus thoracis paullo distinctioribus. ♀. Long. 9,2, Lat. max. 6,1 mill.

♀ Antennis articulo tertio 4:o et 5:o, simul sumtis, distincte breviore; 4:o, 5:o distincte breviore; segmento 5:to abdominis rectangulato-sinuato. 1 ♀.

Obgleich das Männchen noch unbekannt ist, gehört diese Art unzweifelhaft in dieser Gattung. Wahrscheinlich besitzt das Männchen dieselbe oder eine analoge Kopfbildung wie das Männchen der vorigen Art.

Subf. **Scutelleridæ.**

13. **Sphærocoris annulus** FABR., S. Ent. p. 697, 5 (1775). 1 ♂, 1 ♀.

14. **Procilia scintillans** STÅL., Hem. Afric. I, p. 36, 2 (1864). Var. 3 ♀♀.

Exempla camerunensia, femoribus totis nigris, sequenti modo describenda. —

Procilia scintillans Stål feminæ varietas. Viridi-aurea, coerulescens, nitida, supra cum lateribus ventris sat dense et distincte punctulata; antennis, capitis vitta media percurrente maculisque quatuor parvis, duabus mediis, duabus intraocularibus; thoracis maculis octo, tribus anterioribus, media lineis duabus brevibus, parallelis formante, lateralibus magnis transversis, quinque posterioribus minoribus, interdum obsoletis, media, ac macula media antica, lineis duabus parvis, parallelis formante, 4

lateralibus rotundatis; scutelli maculis septem, duabus prope basin, duabus ante medium, duabus pone medium et una obsoleta ad apicem positis nec non vitta a basi paullo ultra medium ducta, medio leviter dilatata; maculis lateralibus utrinque tribus pectoris; vitta latissima ventris ad basin segmentorum lateraliter valde dilatata maculisque stigmaticalibus rotundis nigris; pedum coxis trocbanteribusque sordide testaceis, femoribus tibiisque supra nigro-coeruleis, subtus, apice femorum cœmlescente excepto, tarsisque nigris; ostiis odoriferis sulcatis seu canaliculatis, clausis, sulco brevi, apice curvatulo, art. primo antennarum dimidio breviore; antennarum art. secundo primo distincte interdum fere dimidio breviore, tertio secundo duplo seu plus duplo longiore; rostro medium segmenti 2:di attingente seu superante. Long. 18—19, Lat. 8 mill.

15. **Cryptacrus comes** FABR., Syst. Rhyng. p. 130, 8 (1803).

31 ♂♂, 25 ♀♀. Alle Exemplare sind oben einfarbig stahlblau, ohne Zeichnungen.

16. **Cryptacrus novemmaculatus** SIGN., Rev. et Mag. Zool. 1851, p. 439, 2, pl. 12, fig. 2.

Nur ein einziges Weibchen dieser, wie es scheint, sehr seltenen Art.

17. **Anoplogonius nigricollis** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 270, 489, pl. 11, fig. 1 (1858).

2 ♂♂, 3 ♀♀. Die meisten Stücke sind oben einfarbig stahlblau, ohne Zeichnungen. —

18. **Hotea gambiæ** WESTW. in Hope Cat. of Hem. I, p. 11 (1837). 3 ♀♀.

19. **Hotea subfasciata** WESTW. in Hope Cat. of Hem. I, p. 11 (1837). 3 ♂♂.

20. **Hotea acuta** STÅL, Hem. Afr. I, p. 55, 3 (1864). 4 ♂♂, 3 ♀♀.

Subf. **Graphosomidæ.**

21. **Podops fibulata** GERMAR, Zeitschr. I, p. 65, 5 (1839). 1 ♀.

Subf. **Cydnidæ.**

22. **Plonisa tartarea** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1853, p. 214, 1. — Hem. Afr. I, p. 22, 4 (1864). 1 ♀. Long. 12,3, Lat. 7,2 mill.

Das einzige Exemplar stimmt nicht ganz mit dem Typexemplare, vielleicht eigne Art; nach einem einzigen weiblichen Individuum ist dies aber nicht zu entscheiden.

SIGNORET stellt in seiner Bestimmungs-Tabelle der Gattungen (Révision p. 12 sep.) *Plonisa* unter den Gattungen mit cylindrischen Hinterschienen. Dies ist nicht richtig, da wenigstens Plonisa tartarea (Pl. plagiata SIGN. habe ich gegenwärtig nicht zur Hand);[1]) platte, erweiterte Hinterschienen besitzt. SIGNORET hat doch STÅLS Typexemplar gesehen! —

23. **Onalips cribratus** SIGN. Révision des Cydnides p. 60 (sep.) 2, fig. 44 (fig. mala) (1881). 1 ♂. —

24. **Geotomus camerunensis** HAGL. n. sp. Ovalis, nigropiceus, corio dilutiore, antennis, rostro coxas medias attingente pedibusque rufis seu rufo-piceis. Thorax convexiusculus, in mare antice paullulum impressus; impressionibus thoracis distincte sed non dense punctulatis. Scutellum et hemelytra remote, sed æqualiter punctulata; corpus subtus fere læve, abdomine parce et subtilissime longitudinaliter strigoso. Antennæ articulo 2:o 3:o distincte longiore, 5:o 4:o sublongiore. Pori setigeri costales 0—2. Long. 8—10, Lat. 5—6 mill.

♂ Margine labiali segm. genitalis integro, medio obsolete producto; in unico individuo levissime bisinuato. 4 ♂♂, 3 ♀♀.

Macroscyto acuto SIGN. valde similis, sed femora in mare mutica et anguli laterales thoracis a supero visibiles.

[1]) Dieser Art giebt doch SIGNORET in der Artbeschreibung »tibias postérieurs aplatis»).

25. **Geotomus affinis** HAGL. n. sp. Ovalis, nigropiceus, corio, antennis, rostro coxas medias attingente pedibusque dilutioribus; thorax convexior in mare distincte impressus et paullo retusus; latera capitis, impressiones, etiam pars dimidia basalis thoracis fortius et frequentius punctata; scutellum et hemelytra fortiter et densius punctata; corpus subtus fere læve, abdomine parce et subtilissime longitudinaliter strigoso. Antennæ articulo 2:o 3:o distincte longiore, 4:o et 5:o fere æquilongis. Pori setigeri costales 0—2. Long. 7,5—8, Lat. 5 mill.

♂ Margine labiali segm. genitalis apice triangulariter emarginato. 3 ♂♂, 1 ♀.

Præcedenti valde similis, sed minor et ab eo notis supra relatis bene distinctus.

26. **Geotomus hirtipes** P. B. Ins. p. 114 (1805). — SIGN. Rév. p. 182 (sep.), 11 (1883).

1 ♀. *Glaber* SIGN. verosimiliter una eademque species. —

27. **Microrhynchus Sjöstedti** HAGL. n. sp. Totus niger, nitidus, membrana præsertim basi fulvo-fuscescente. ♂. Long. 12, Lat. max. thoracis 6, abdominis 7 mill.

Medius, rectangularis, antice et postice rotundatus. Caput parvum, antice medio obsolete emarginatum, sparse sed fortiter punctatum, postice in collum breve coarctatum, jugis excavatis, ante tylum contiguis, tylo incluso non duplo longioribus, angulo antero-interno paullo tuberculato-reflexo. Oculi magni. Ocelli in linea ficta, longe pone basin oculorum ducta, positi; inter se quam ab oculis vix seu paullo longioribus (in M. BECCARII m. fere duplo longioribus). Antennæ art. 1:mo marginem anticum capitis fere attingente, 2:do minutissimo, 3:o et 4:o crassiusculis, illo hoc distincte longiore (in M. BECCARII m. art. 3:o longissimo, 4:o et 5:o æquilongis).

Thorax transversus, parte basali fere lævi excepta, parce sed fortiter impresso-punctatus, angulis lateralibus, præsertim anticis, rotundatis; pone collum capitis fortius rotundato-sinuatus; parte antica pone emarginaturam et disco utrimque profunde excavato-impressis.

Rostrum breve, coxas anticas non superans, art. 1:mo et 4:to brevibus, æquilongis, illo marginem anticum oculorum vix attingente, tertio crassissimo et longissimo, depressiusculo, 2:do distincte longiore. Sterna parce sed fortiter punctata. Mesosternum antice obsolete carinatum, medio strigis nonnullis transversis, profundis instructum. Metasternum distincte carinatum, carina inter coxas posticas libere prominula. Orificia canaliculata, canalicula lata et longa, curvatula. Area evaporativa parva, ovalis, opaca. Scutellum parvum, æquilaterum, lateribus paullo sinuatis, postice medio longitudinaliter obtuse carinato-elevatum, parce et fortiter punctatum.

Hemelytra parce sed fortiter impresso-punctata, margine costali paullo curvato seu rotundato; corio venis duabus elevatis, externa subcostali, costa fere parallela, interna S-formi-curvata, in angulo extero-postico corii conjunctis. Membrana maxima, hemelytris major et longior. — Dorsum abdominis fere opacum, dense et æqualiter punctatum.

Abdomen lateribus profunde foveolato-punctatum, medio, præsertim postice læve, incisuris omnibus plus minusve curvatis seu sinuatis. Stigmata ante medium segmentorum sitis. Segmentum genitale maris inferne tuberculato-productum. —

Pedes femoribus anticis crassiusculis. Dimidia fere apicalis tibiarum anticarum longitudinaliter excavata. Tibiæ posteriores externe apicem versus spinis brevibus 5—7 instructæ. Articulus ultimus tarsorum articulis 1:mo et 2:do brevibus, subæquilongis, ad unum duplo longiore. — Exemplum unicum descriptum valde mutilatum.

Species valde eximia, *Microrhyncho Beccarii* SIGN., ex Ins. Key valde similis et affinis, sed fere duplo major. —

SIGNORET beschreibt und abbildet seine Gattung *Microrhynchus* (*Microrhamphus Bergr. emend.*) mit tylo libero percurrenti. Wäre dies wirklich richtig, kann mein *Microrhynchus Sjöstedti* nicht in dieser Gattung bleiben; in welchem Falle ich meine Art *Brachyrhamphus Sjöstedti* nennen will. — Ein Exemplar aus Batjan im Museum zu Stockholm, von mir früher *Micro-*

rhynchus Beccarii SIGN. bezettelt, das übrigens in jeder Hinsicht mit SIGNORETS Beschreibung und Abbildung übereinstimmt, hat doch einen *tylum inclusum*. Diese Frage kann nur die Untersuchung des Typexemplars entledigen.

SIGNORETS Beschreibungen und Zeichnungen sind bisweilen unrichtig, wie dies schon STÅL mehrmals betont hat, und leider auch ich bei den wenigen, hier erwähnten Cydniden Gelegenheit zu constatiren gehabt habe. —

Für das Studium der überaus schwierigen *Cydniden* besitzen wir noch nicht genügendes exotisches Material. Das Feststellen des Artbegriffes unter den *Cydniden* ist nur mit Hilfe grosser Reihen von Exemplaren aus denselben und aus verschiedenen Localitäten möglich, da diese Thiere in allen ihren Körperverhältnissen (Grösse, Form, Farbe, Sculptur und Behaarung) sehr variabel sind. Ganz reine Stücke, hier ausserordentlich wichtig, sind auch in Folge der Lebensweise dieser Thiere schwer zu bekommen. Einzelne Exemplare sind in der Regel nicht zu beschreiben und in den artreicheren und schwierigeren Gattungen sind solche fast werthlos. —

Subf. **Pentatomidæ.**

28. **Coenomorpha Bergrothi** HAGL. n. sp. Elongata, fere parallela, abdomine paullo rotundato-dilatato; supra nigro-ænea, inæqualiter viridi-punctata, maculis callosis fulvo-testaceis sparsa; etiam margo lateralis thoracis, apicalis scutelli et maculæ mediales, transversæ, triangulares, extus dilatatæ connexivi fulvo-testacea; subtus lutea, lateribus capitis, pleurarum et abdominis viridi-maculatis et — punctatis, connexivo maculis rotundatis luteis ornato. Macula magna media mesosterni, linea longitudinali pallida divisa et maculæ duæ segmentorum secundi et tertii abdominis, quadratim positæ, nigræ. Antennæ graciles, nigro-ænei, basi art. 1:mi et 4:ti annuloque basali lato art. 5:ti pallidis. Rostrum pallidum, obscure lineatum, medium segmenti 4:ti abdominis subsuperans. Pedes graciles, longiusculi, viridi-ænei,

coxis, trochanteribus, dimidia basali femorum, annulo mediali apiceque tibiarum ac basi tarsorum luteis. Membrana fuscescens, cellula basali venisque validis nigris. ♀. Long. vix 18, Lat. max. 9 mill. —

Caput medio thoracis circiter longitudine. Latera thoracis antice modice serrata. Antennæ articulis 2:do et 3:tio subæquilongis, 4:to longissimo 5:to longiore. Abdomen medio ad apicem segmenti 5:ti canaliculato-impressum, angulis posticis segmentorum 2—5 acute productis.

29. **Coenomorpha segregata** BERGROTH, Ann. and Mag. Nat. Hist., Ser. 6, Vol. XII, p. 115, 4 (Aug. 1893). 1 ♀.

30. **Atelocera serrata** FABR. — Syst. Rhyng. p. 181, 2 (1803). — 2 ♂♂, 6 ♀♀.

31. **Atelocera stictica** WESTW. in Hope Cat. of Hem. I, p. 20 (1837). var. 1 ♀. — Long. 17,5, Lat. 10,5 mill.

32. **Halyomorpha annulicornis** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 284, 527 (1858). — 2 ♂♂, 2 ♀♀.

33. **Halyomorpha reflexa** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 284, 528 (1858). — 2 ♀♀.

34. **Halyomorpha bimaculata**, BERGR. Ann. Soc. Ent. Belg. IV, p. 160, 2 (1892). 1 ♂, 1 ♀. Verosimiliter varietas præcedentis.

BERGROTH vergleicht seine Art mit *H. annulicorni* SIGN. Mit Ausnahme der callösen, hellen Basalflecke des Scutells gleicht sie *H. reflexæ* SIGN. vollkommen. In den drei mir vorliegenden Exemplaren sind diese Flecke von verschiedener Grösse und Form und wahrscheinlich findet sich Uebergänge. Das männliche Genitalsegment auch von derselben Bildung, so weit ich sehen kann.

35. **Halyomorpha** sp. 1 ♀. Long. 13, Lat. 8 mill.

Ein einzelnes Weibchen will ich nicht beschreiben.

36. **Caura excelsa** DISTANT, Trans Ent. Soc. Lond. 1880, p. 149, pl. 5, f. 4. 1 ♀ (1 ♂, 2 ♀♀ VALDAU & KNUTSSON).

♂. Margine labiali segmenti genitalis semicirculariter emarginato, in medio emarginaturæ triangulariter producto.

37. **Caura pulchra** HAGL. n. sp. Late ovalis, fere rotundata, nitidula, viridi-cœrulea; capite supra ante oculos et subtus, articulo 1:mo antennarum, art. 1:mo et basi art. 2:di rostri abdomineque flavo-testaceis, hoc seriebus quinque, 2 marginalibus et 3 discalibus, macularum coerulearum ornato; pedibus totis nigris, vix coerulescentibus. ♂. Long. 12—13, Lat. 9 mill.

♂. Margine labiali segm. genit. rotundato-emarginato, medio non producto. Antennæ art. 2:do tertio subbreviore, 4:to depresso omnium longissimo 2:do et 3:tio ad unum breviore, 5:to 4:to paullo breviore. Rostrum apicem segm. 2:di abdom. attingens.

Caput supra fortiter impresso-punctatum. Thorax parce punctulatus et subtiliter longitudinaliter-strigosus, carina media obsoleta postice visibili, marginibus lateralibus tenuissime reflexis et angulis lateralibus obtuse angulatis. Sterna parcissime punctulata. Caput subtus et abdomen fere lævia. Orificium et area evaporativa atra, opaca. — Scutellum punctatum et rugis numerosis, transversis præditum; hemelytra opaca, parce punctulata, præsertim in disco corii. Dorsum abdominis, segmentis primo et ultimo vittaque media longitudinali exceptis, ater. Connexivum immaculatum, coeruleum. Alæ nigræ. Maculæ coeruleæ abdominis laterales 4 rotundatæ seu oblongæ, in angulo basali segmentorum 3—6 locatæ; discales mediæ numero 5, ad marginem apicalem segmentorum, transversæ, quinta prope apicem segm. 6:ti fere quadrata; discales laterales 6, quarum 2—5 in suturis segmentorum positæ, rotundatæ, 1:ma parva et obsoleta ad basin segm. 1:mi, 6:ta parva et rotunda prope marginem apicalem segm. 6:ti sitæ. Species pulcherrima, *azureæ* FABR. et *bipartitæ* SIGN. similis, pedibus totis nigris distinctissima, sed *superbæ* KARSCH secundum descriptionem affinissima, colore capitis, antennarum et rostri diversa. 3 ♂♂. (2 SJÖSTEDT, 1 VALDAU & KNUTSSON). —

Es wäre vielleicht möglich, dass die helle Färbung des Kopfes bei den von D:r KARSCH beschriebenen Exemplaren in einiger Weise verdunkelt geworden ist. Seine Beschreibung passt übrigens vollkommen auf meine Art, wie dies aus meiner hier

gegebenen Diagnose leicht zu sehen ist. Das Männchen kannte D:r KARSCH nicht. Bei einem meiner Stücke ist der Kopf oben auch verdunkelt. Man sieht doch ganz deutlich, dass die Farbe früher gelb war, und schwarz kann man die Farbe doch nicht nennen. Dies rührt wahrscheinlich von der Conservirung und der Verpackung her. Kann das Männchen einen gelben Kopf, das Weibchen einen schwarzen haben? — Ein solcher Fall wäre unter den Pentatomiden bisher ohne bekannte Analogie, wenigstens soweit ich mich erinnern kann. —

Die ganze Färbung vieler *Cauraarten* steht ja doch unter den Pentatomiden beinahe ohne alle Analogie dar.

Sind die Arten identisch, wie ich glaube, ist mein Speciesname einfach zu streichen. —

38. **Ilerda punctata** PAL. BEAUV. Ins. p. 84. Hem. pl. 7, fig. 6 (1805). 6 ♂♂, 12 ♀♀.

39. **Tyoma porrecta** DIST., Proc. Zool. Soc. London, 1881, p. 271, pl. 31, fig. 2. — 1 ♂, 1 ♀.

Rostrum coxas posticas superans. Segmentum secundum abdominis basi medio fere retusum, bi-tuberculatum, inter tubercula sinuatum et excavatum. Suturæ ventrales, præsertim 2—5 in lateribus utrimque fortiter impressæ seu exsculptæ; impressiones foveolatæ, id est foveolis nonnullis fuscis instructæ; de qua eximia et singulari structura sculpturaque abdominis silent omnes auctores.

Margo labialis segmenti genitalis maris medio semicirculariter emarginatus, angulis lateralibus obtuse productis, ut segmentum, ab infero visum, fere trisinuatum. —

40. **Aspavia ingens** DIST. Proc. Zool. Soc. Lond. 1890, p. 475, 24.

1 ♂. Labium segm. genitalis vix late emarginatum.

Exemplum valde mutilatum.

41. **Aspavia armigera** FABR., Spec. Ins. 2, p. 348, 64 (1781); Syst. Rhyng. p. 195, 16 (1803). — 5 ♂♂, 11 ♀♀.

42. **Aspavia hostator** FABR., Ent. Syst., 4, p. 129, 8 (1794). 2 ♂♂, 2 ♀♀.

43. **Aspavia** sp.

Das einzige Weibchen sehr beschädigt, ohne Fühler und Beine, durch starke Punktirung ausgezeichnet. Long. 7,5, Lat. 4,8 mill.

44. **Carbula melacantha** FABR., Ent. Syst. 4, p. 103, 94 (1794); Syst. Rhyng., p. 165, 48 (1803). 3 ♂♂, 1 ♀.

45. **Stenozygum sculpticolle** 'STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1855, p. 182, 1; 1856, p. 59, 1; Hem. Afr. I, p. 185, 4 (1864). 1 ♂.

46. **Chalcocoris anchorago** DRURY, Ill. III, p. 66, pl. 46, f. 5 (1782). 3 ♂♂, 5 ♀♀ et larva. —

47. **Nezara 0** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 288, 539 (1858). Var? 1 ♀.

48. **Nezara punctato-rugosa** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1858, p. 437, 1. Var?

1 ♀. Verosimiliter n. sp., sec. unicum individuum femininum non describenda.

49. **Nezara Fieberi** STÅL, Hem. Afr. I, p. 196, 7 (1864). 2 ♂♂, 1 ♀.

50. **Zangis guineensis** FABR. Syst. Rhyng., p. 151, 27 (1803). 6 ♂♂, 1 ♀.

Dorsum abdominis viridi-coeruleum, seu chalybæum, nitidum, punctulatum et transversaliter strigosum, basi fere lævi. Alæ pulcherrimæ lilacinæ seu violaceæ. —

51. **Antestia marginata** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 283, 524 (1858). 1 ♂, 1 ♀.

52. **Antestia rotundata** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. 2, p. 282, 522 (1858). 1 ♂.

53. **Bathycoelia thalassina** HERR. SCH. Wanz. Ins. VII, p. 62, f. 731 (1844). 2 ♂♂.

Subf. **Asopidæ.**

54. **Platynopus rostratus** DRURY, Ill. Nat. Hist. III, p. 59 pl. 43, f. 3 (1782). 2 ♂♂, 4 ♀♀.

55. **Dorycoris pavonina** WESTW. in Hope Cat. of Hem. I, p. 39 (1837). 1 ♂, 4 ♀♀.

In mare unico et in feminis duabus venter, spina excepta, unicolor, coeruleus; in duabus aliis feminis macula ventris oblonga magna seu vitta lata ad marginem segmenti 5:ti extensa; margo et anguli segmenti 6:ti ac segmentum anale straminea.

Dorycoris nudiventris STÅL verosimiliter una eademque species.

56. **Leptolobus Murrayi** SIGN. Ann. Soc. Ent. Fr. Sér. III, p. 63, pl. 7, fig. 4 (1855).

1 ♂, 1 ♀. Die Stücke sehr schlecht und beschädigt.

Subf. **Tessaratomidæ.**

57. **Piezosternum calidum** FABR., Mant. Ins. 2, p. 292, 128 (1787). 10 ♂♂, 8 ♀♀.

58. **Tessaratoma indicta** DIST. Proc. Zool. Soc. Lond. 1890, p. 477, 29. —

1 ♂. Margo labialis segm. genit. latissime sed obsolete emarginatus.

In exemplo unico antennæ totæ nigræ et maculæ stigmaticales obsoletæ. —

59. **Tessaratoma Hornimani** DIST., Ent. M. Mag. 14, p. 63 (1877).

♂. Margine labiali segm. genit. apice late obtusangulariter emarginato. 10 ♂♂, 7 ♀♀. 3 larvæ. —

60. **Cyclogastridea nigromarginalis** REUTER, Öfv. Finska Vet. Soc. Förh. XXV, p. 9, 31 (1882). 5 ♀♀. 1 Larva.

Antennæ in exemplis bene conservatis rubris, articulo ultimo, basi excepta, nigro. Articuli 2:dus et 4:tus fere æquilongi. Ocelli inter se et ab oculis fere æque distantes. (In *Natalicola Delegorguei* SPIN. inter se quam ab oculis fere duplo longius remoti).

Carina mesosterni antrorsum pone coxas anticas paullo altior. Apex scutelli pallidus. Segmentum secundum abdominis in femina tuberculo brevi obtuso, antrorsum prominulo, metasternum longe non tangente instructum. Laminæ posteriores segmenti genitalis feminæ retrorsum valde productæ, a supero visæ medio triangulariter emarginatæ.

Subf. **Dinidoridæ.**

61. **Cyclopelta tristis** STÅL, Hem. Afr. I, p. 212, 2 (1864). 1 ♂.

♂. Margine labiali medio tenuissime reflexo, late subemarginato. —

62. **Aspongopus remipes** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1858, p. 438, 1.

36 ♂♂, 31 ♀♀. Larven auch zahlreich vorhanden. — Dorsum abdominis, connexivo excepto, coeruleum seu coeruleo-viride. Alæ atræ, violascentes.

63. **Aspongopus sepulcralis** STÅL, Hem. Afr. I, p. 214, 5 (1864). — 8 ♂♂, 5 ♀♀.

Verosimiliter varietas præcedentis, forsitan individua nondum rite colorata. Color dorsi et alarum ut in præcedente. Articuli antennarum longitudine paullo variant. In structura segmenti genitalis maris ullam differentiam observare nequeo.

64. **Aspongopus Reuteri** HAGL. n. sp. Minor, niger, dorso abdominis fulvo-rufo, rufescente seu piceo. Antennæ articulis 2 et 3 æquilongis sed interdum, præsertim in feminis, 2:do tertio sublongiore, 4:to tertio distincte longiore, ultimo, apicem versus plus minusve rufescente, 4:o longiore. Thorax et scutellum fortiter rugoso-punctata; hemelytra et pagina inferior multo minus sculpturata, fere rugoso-alutacea. Alæ atræ, sed interdum parte dimidia basali fulva. ♂♀. Long. 13—15, Lat. 8,5—9 mill.

♂. Margine labiali integro.

Species facile distinguenda. Caput non transversum, lateribus subsinuatis. Oculi prominentes, vix stylati. Margo apicalis corii subrotundatus. — 8 ♂♂, 6 ♀♀.

Subf. **Phyllocephalidæ.**

65. **Dalsira vicina** SIGN. Rev. et Mag. Zool. 1851, p. 446, 13. 2 ♂♂, 14 ♀♀. 1 Larva.

66. **Basicryptus distinctus** SIGN., Rev. et Mag. Zool., 1851, p. 446, 12. 1 ♀. 2 Larvæ.

67. **Macrina juvenca** BURM.. Handb., 2, 1, p. 358, 6 (1835). 1 ♂, 1 ♀.

Exempla camerunensia, membrana excepta, tota nigra.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 8.
Stockholm.

Mykologische Beiträge I.

Zur Kenntniss einiger Uredineen aus den Gebirgsgegenden Skandinaviens.

Von H. O. Juel.

[Mitgeteilt den 10. Oktober 1894 durch V. B. Wittrock.]

Puccinia uliginosa.

Bei Laurgaard im Gudbrandsdal in Norwegen fand ich am 28. Juni 1894 das *Æcidium Parnassiæ* Schlecht., in einem Moraste im Grunde des Thales wachsend. Da ich vermutete, dass dies eine heteroecische Form sei, suchte ich nach Rostpilzen an den Gräsern und Riedgräsern, die die Aecidien tragenden Pflanzen umgaben. Ich fand auch dicht neben einer kranken Parnassia einige Exemplare von *Carex vulgaris* Fr., welche an den dürren Blättern eine Menge von Teleutosporenhaufen und an den frischen spärliche Uredo-Fleckchen trugen.

Bei Röisheim im Bæverdal (am Fusse des Galdhöpig) war das erwähnte Aecidium an sumpfigen Orten recht häufig. Fast immer standen auch hier die Aecidien tragenden Pflanzen unter Rasen von *Carex vulgaris* Fr. oder deren Varietät *juncella* Fr., welche von ähnlichen Rostformen befallen waren. Auch bei Elvesæter unfern Röisheim, konnte ich das nämliche Verhältniss konstatiren.

Der Parasit auf Carex war eine Puccinia-Art, die hauptsächlich dadurch ausgezeichnet ist, dass die Uredo an der oberen Seite der Blätter auftritt, sowie durch ziemlich kleine Teleutosporen.

Ich war durch die erwähnten Beobachtungen schon überzeugt worden, dass die beiden genannten Rostformen, Aecidium Parnassiæ und die Carex-Puccinia, in genetischem Zusammenhange stehen, und machte daher bei Röisheim am 7. Juli einen Culturversuch. Ich suchte *Carex vulgaris* an einem trockenen Standorte auf, wo ihre Blätter von Rost frei waren, und wo keine Parnassia zu finden war. Ein kleiner Rasen von Carex wurde aufgegraben und nach Hause gebracht. Am Abend wurden einige der jüngsten Blätter mit frischen Sporen des Parnassia-Aecidiums bestrichen. Die Cultur blieb ein paar Tage lang mit einem Topfe bedeckt, und stand nachher im Freien an einem geschützten schattigen Orte. Am 25. Juli beobachtete ich, dass ein Blatt an der oberen Seite mehrere Uredo-Fleckchen trug. Der Ausfall des Versuches hat also meine Vermutung über die Zusammengehörigkeit der fraglichen Aecidium- und Puccinia-Formen bestätigt, und ich gebe hier die Diagnose der Art.

P. uliginosa n. sp.

Pykniden sind nicht vorhanden.

Aecidien (*Æ. Parnassiæ* SCHLECHT.; an pro p.?) an der unteren Seite der Blätter, beisammenstehend an rundlichen Flecken, die oben blass, unten matt weiss sind. Pseudoperidien mit kurzem zurückgeschlagenen Saume, und mit blass orangefarbenem Inhalte. Sporen polygonal, c. 15 μ Durchm., mit sehr fein punktirter Wandung.

Uredo an der oberen Seite der Blätter, in gerundeten oder etwas länglichen, wenig zusammenfliessenden, braunen Häufchen. Sporen kuglig oder eiförmig, c. 23 μ Durchm., mit farblosem Inhalt, mit etwas dicker, brauner, stachliger Wandung und mit drei Keimporen.

Teleutosporen an beiden Seiten der Blätter, in kleinen, länglichen oder gerundeten schwarzen Häufchen. Sporen glatt, c. 30—35 μ lang, obere Zelle 14—18 μ breit, mit am Scheitel ziemlich stark verdickter, tiefbrauner Wandung. Stiel 14—32 μ lang (meistens c. 20 μ), fest.

Aecidien auf *Parnassia palustris* L., Uredo- und Teleutosporen auf *Carex vulgaris* FR. und deren Var. *juncella* FR. an sumpfigen Orten in der Waldregion im Gudbrandsdal und Bæverdal in Norwegen.

SCHROETER gibt für *Æ. Parnassiæ* Pykniden (Spermogonien) an. Ich habe an den von mir gesammelten Exemplaren sorgfältig aber vergeblich nach denselben gesucht. Zuerst entstehen an der unteren Blattfläche weissliche Flecke, in denen die jungen Aecidien bei durchfallendem Lichte als dunklere Punkte erscheinen. An getrockneten Blättern treten dieselben als kleine Wärzchen auch an der oberen Fläche des Blattes hervor, und ähneln dann Pykniden. Und an älteren Flecken erscheinen zahlreiche kleine braune Punkte, die von den Gerbstoffschläuchen der Pflanze hervorgerufen werden, und welche vielleicht für Pykniden gehalten werden können.

Unter den Uredohäufchen an der oberen Blattfläche traten gegen Ende Juli einzelne kleine Teleutosporenhäufchen von schwarzer Farbe auf. Dagegen sitzen die Teleutosporenhaufen an den Blättern vom vorigen Jahre oft dicht beisammen an beiden Blattflächen. Diese Ansammlungen von ausgekeimten Sporen sind von brauner Farbe.

Es ist möglich, dass *Æcidium Parnassiæ* SCHLECHT. auch eine andere Art umfasst. Denn PLOWRIGHT (Brit. Ured. and Ustil., p. 128) fasst es als Aecidien-Generation von *Uromyces Parnassiæ* (DC.) auf. Er scheint jedoch die Aecidien und die Teleutosporen nicht an denselben Exemplaren gesehen zu haben, so dass es noch eines weiteren Beweises bedarf, dass jene Aecidien zum Uromyces gehören. Auf die von mir beobachteten Aecidien folgte gewiss keine Uredo- oder Teleutosporenfruktifikation.

Puccinia borealis.

Auf *Thalictrum alpinum* treten in den Gebirgsgegenden Skandinaviens zwei weit verschiedene Aecidien auf, welche von JOHANSSON (Svampar från Island, Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1884, p. 161) unter den Namen *Æ. Thalictri* GREV. und

Æ. Sommerfeltii JOHANSS. beschrieben und abgebildet sind. Erstere Art, von welcher hier die Rede sein wird, ist nach JOHANSSON auf dem Åreskuta in Jämtland gewöhnlich. Ich fand sie in Norwegen auf dem Berge Hövring im Gudbrandsdal, sowie in Röisheim im Bæverdal, wo diese Art recht häufig vorkam.

Da ich auf dem Hövring am 30. Juni 1894 dieses Aecidium fand, suchte ich nach alten Teleutosporen an den dürren Blättern der die Aecidien umgebenden Gräser. Ich fand auch sogleich ein kleines Gras, dessen alte Blätter reichlich mit Teleutosporenhäufchen, denen von *Puccinia Poarum* ähnlich, besetzt waren. Das Gras ergab sich als *Agrostis borealis* HARTM., und die Teleutosporen gehörten einer *Puccinia* an. Auf zwei anderen Stellen auf dem Hövring machte ich die nämliche Beobachtung. Und bei Röisheim fand ich auch an mehreren Stellen die beiden genannten Parasiten gemeinschaftlich wachsend. Auf der *Agrostis borealis* war Anfang Juli die Uredo-Form entwickelt, und neuerzeugte Teleutosporen konnte ich schon Mitte Juli einsammeln.

Am 26. Juli traf ich bei Röisheim *Æcidium Thalictri* auf einem Fundort, den ich vorher nicht besucht hatte, an, und spähte auch hier nach dem Agrostis-Parasiten. Hier fand ich aber um die Aecidien tragenden Pflanzen mehrere Individuen von *Anthoxanthum odoratum*, an deren frischen Blättern Uredo und Teleutosporen ziemlich reichlich vorhanden waren. Beide Rostformen ähnelten denjenigen an Agrostis, und erwiesen sich auch unter dem Mikroskope von diesen nicht unterscheidbar.

Ich hatte das in Rede stehende Aecidium auch auf dem Åreskuta in Jämtland in Schweden schon im Sommer 1892 gesehen. Am 9. August 1894 suchte ich den Platz, wo ich es damals gesehen, auf, um etwa die eben besprochene Puccinia zu finden. *Agrostis borealis* kam daselbst nicht vor, aber *Anthoxanthum* war ziemlich reichlich mit Teleutosporen besetzt, welche mit den norwegischen Exemplaren übereinstimmen. Zwischen diesen Anthoxanthum-Individuen konnte ich ein paar Thalictrum-Blätter auffinden, die noch Aecidienhäufchen trugen.

Durch diese Beobachtungen gelangte ich zu der Ueberzeugung, dass *Æ. Thalictri* GREV. mit jenen Puccinia-Formen in genetischem Zusammenhange stehe. Für die Zusammengehörigkeit mit dem Agrostis-Parasiten kann ich einen Culturversuch als Beweis anführen. Am 30. Juni wurde auf dem Hövring ein kleiner Rasen von *Agrostis borealis* aufgegraben und nach Hause gebracht. Am Abend legte ich auf denselben mehrere frische Aecidien tragende Blätter von *Thalictrum alpinum*, und hielt dann die Cultur während einiger Tage mit einem Glase bedeckt. Dann brachte ich die Cultur mit mir nach Röisheim, und am 17. Juli beobachtete ich an den Blättern ein paar Uredo-häufchen, welchen später mehrere nachfolgten.

Ein Culturversuch auf *Anthoxanthum* wurde nicht ausgeführt, weil die Rostform auf dieser Wirtpflanze erst dann entdeckt wurde, als die Zeit der Aecidien fast vorüber war Die Form auf Anthoxanthum ist indess mit der auf Agrostis morphologisch identisch, und die Beobachtungen in der Natur sprechen entschieden für einen genetischen Zusammenhang mit *Æ. Thalictri* GREV.

Diese Aecidium-Form befällt nur *Th. alpinum*, nicht *Th. simplex*, welche Art doch bei Röisheim ziemlich gewöhnlich war. Von *Puccinia persistens* PLOWR. (l. c., p. 180), deren Aecidien an *Th. flavum* und *minus* (?) und deren Teleutosporen an *Triticum repens* wachsen, ist unsere Form durch nicht verdickte und wenig gefärbte Aecidien-Flecke, sowie durch kleinere Teleutosporen verschieden. Eine zweite verwandte Species ist *P. Agrostidis* PLOWR. auf *Agrostis alba*. Ich habe die Beschreibung dieser Art nicht gesehen. Ihr Aecidium ist das *Æ. Aquilegiæ*, welches von dem *Æ. Thalictri* sehr verschieden ist.

P. borealis n. sp.

Pykniden sind nicht vorhanden.

Aecidien (*Æ. Thalictri* GREVILLE, Scott. Crypt. Fl., pl. 4) an der unteren Blattfläche, nur wenige (ungef. 8—12) beisammen, auf nicht verdickten, oben blassen oder rötlich angelaufenen Flecken. Pseudoperidien cylindrisch, später mit zurück-

geschlagenem zerschlitzten Saume. Sporenmasse orangefarben, Sporen mit fein punktirter Wand, c. 13 μ Durchm.

Uredo in etwas länglichen Häufchen von Orangefarbe, an blassen Flecken der Oberseite der Blätter. Sporen 15—18 μ Durchm., mit nicht besonders dünner, ziemlich feinstachliger Wandung, orangefarbenem Inhalte. Keine Paraphysen.

Teleutosporen an der unteren Blattfläche, von der Epidermis bedeckt, in kleinen lineären, aber meistens unregelmässig zusammenfliessenden Häufchen von schwarzer Farbe. Sporen von etwas wechselnder Form, braun, sehr kurz gestielt, c. 35—45 μ lang, 12—18 μ breit, obere Zelle an der Spitze mit etwas verdickter Wand. Keine Paraphysen.

Aecidien auf *Thalictrum alpinum* L., Uredo und Teleutosporen auf *Agrostis borealis* HARTM. und sehr wahrscheinlich auf *Anthoxanthum odoratum* L., in Gebirgsgegenden Schwedens (Jämtland) und Norwegens (Vaage, Lom); ohne Zweifel auch in Schottland und Grönland (ROSTRUP).

Puccinia rupestris.

Auf dem Hochgebirgsplateau südlich vom Lomsegg in Lom in Norwegen fand ich am 25. Juli 1894 an Blättern von *Saussurea alpina* das *Æcidium Saussureæ β rupestre*, welches ich in den »Botaniska Notiser» 1893 beschrieben habe. Neben diesem standen Exemplare von *Carex rupestris* mit alten Teleutosporen von der an demselben Ort beschriebenen *Puccinia rupestris* an den welken Blättern. *Carex vaginata* kam mit der genannten Art gemischt vor, aber war nicht von Rost befallen. Aecidien tragende Blätter wurden nach Röisheim mitgebracht. Hier wuchsen nahe beim Gehöft *Carex rupestris* und *Saussurea alpina* beisammen, aber beide waren frei von dem Rostpilze, den ich nur in der Hochgebirgsregion gefunden habe. Ich holte mir am Abend desselben Tages ein paar Exemplare von der *Carex rupestris* und infizirte die jüngsten Blätter mit den mitgebrachten Aecidien. Am 10. August fand ich an vier Blättern

der infizirten Sprosse Uredo-Häufchen entwickelt, und später traten an denselben auch Teleutosporen auf. Ich kann also nunmehr die genannten Aecidium- und Puccinia-Formen als genetisch verbunden aufstellen:

P. rupestris JUEL (Botan. Notis. 1893, p. 56).

Pykniden fehlen.

Aecidien (*Æ. Saussureæ β rupestre* JUEL, l. c., p. 55, fig. 1 B) an der unteren Blattfläche, nicht zahlreich (ungef. 15—20) beisammen in der Mitte von rundlichen schwarzvioletten Flecken, welche öfters vereinzelt auftreten. Pseudoperidie verhältnissmässig dünn, Zellen in radialer Richtung ungef. 20 μ breit. Sporen 15—20 μ Durchm.

Uredo dunkelbraun, Sporen ungef. 19 μ breit, 25 μ lang, mit farblosem Inhalt, und gelbbrauner, wenig dicht gestachelter Wandung mit drei Keimporen; bald durch Teleutosporen ersetzt.

Teleutosporen in etwas länglichen, dick polsterförmigen schwarzen, bald nackten Haufen. Sporen 35—50 μ lang, obere Zelle 15—20 μ breit mit tiefbrauner, bis 10 μ starker, äusserer Verdickung. Stiel fest, 30—50 μ lang.

Aecidien an *Saussurea alpina* (L.) DC., Uredo und Teleutosporen an Blatt und Stengel von *Carex rupestris* L. in der Hochgebirgsregion Schwedens (Jämtland) und Norwegens (Lom).

Ausser den oben ausführlicher behandelten Arten will ich hier kurz einige Beobachtungen und Funde von alpinen Rostpilzen anführen.

Puccinia vaginatæ JUEL (Botan. Notis. 1893). Bei Röisheim in Gesellschaft von *Æ. Saussureæ α silvestre* JUEL.

P. obscura SCHROET. Eine mit dieser Art übereinstimmende Uredo-Form fand ich bei Röisheim auf *Luzula spicata* L.

P. mammillata SCHROET. Krypt. Flora von Schles. Pilze. 1887 (p .340). In der 1885 erschienenen Einleitung dieses Werkes wird die Art (p. 30) *P. papillosa*, und (p. 34) *P. mammillosa*

genannt. JOHANSSON (Botan. Notis. 1886, p. 176) gibt sie, unter dem Namen »P. papillosa SCHROET.?», für Storlien in Jämtland an, wo er sie auf *Polygonum viviparum* gefunden. DE TONI (SACCARDO, Syll. Fung. VII, p. 638) stellt diese letztere Form irriger Weise zu *P. Bistortæ* DC.

Diese Art dürfte in den skandinavischen Gebirgen auf *P. viviparum* nicht selten sein. Ich habe sie auf dem Åreskuta in Jämtland gefunden und bei Röisheim in Lom in Norwegen sammelte ich sie an mehreren Stellen.

P. Bistortæ DC. kommt auch in denselben Gegenden auf derselben Wirtpflanze vor, und ist von P. mammillata nur mit dem Mikroskope zu unterscheiden.

P. rhytismoides JOHANSS. Bei Röisheim in Lom, Norwegen.

P. Holboellii (HORNEM.) ROSTR. Auf *Erysimum cheiranthoides* L. fand ich bei Röisheim eine Leptopuccinia, die mit ROSTRUP's Beschreibung dieser Art (Fungi Grönlandiæ. Meddel. om Grönl. III, p. 534) übereinstimmt. Diese Form steht jedenfalls der *P. Thlaspeos* SCHUB. auf Arabis hirsuta sehr nahe, aber scheint etwas kürzere und an beiden Enden gerundetere Sporen zu haben.

P. Saxifragæ SCHLECHT. auf *S. nivalis* auf dem Hövring im Gudbrandsdal, Norwegen.

Uromyces lapponicus LAGERH. (Botan. Notis. 1890, p. 272) ist nach der Ansicht LAGERHEIM's mit *Æcidium Astragali-alpini* ERIKSS. genetisch verbunden. ERIKSSON (Botan. Notis. 1891, p. 40) verwirft aber diese Auffassung.

Ich sah das genannte Aecidium an mehreren Orten im Gudbrandsdal und Bæverdal in Norwegen. Wie LAGERHEIM angibt, sind die kranken Individuen schon in ziemlich weiter Entfernung erkenntlich. Dies beruht nach meiner Ansicht darauf, dass die ganze Pflanze oder ein ganzes Spross-System von dem Pilze infizirt ist. Der Pilz hat offenbar ein perennirendes Mycel.

Bei Röisheim war das Aecidium recht häufig, und die hier gemachten Beobachtungen sprechen für die Auffassung LAGER-

HEIM's, dass dasselbe zu dem genannten *Uromyces* gehört. Ende Juli fand ich nämlich auf vielen Aecidien tragenden Pflanzen Uromyces-Sporen entwickelt. Sie traten recht spärlich auf, teils auf älteren, von Aecidien befallenen Blättern, teils auf jüngeren Blättern desselben Sprosses, die nur Teleutosporen trugen. Uredosporen konnte ich ebensowenig wie LAGERHEIM finden.

Die Teleutosporen waren Ende August keimfähig.

Melampsora arctica ROSTR.? Auf dem Hövring im Gudbrandsdal fand ich am 1. Juli 1894 eine Melampsora-Uredo auf *Salix herbacea*, von welcher ich vermute, dass sie zu dieser Art gehört. Die Sporen sind denen der *M. farinosa* (PERS.) auf *S. caprea* vollkommen ähnlich, die Paraphysen sind reichlich vorhanden, mit dickwandigem Kopfe versehen, bis 50 μ lang. Schlauchförmige Paraphysen sind weniger zahlreich als bei *M. farinosa.* Die Uredo-Häufchen stehen gedrängt an der ganzen unteren Blattfläche, und öfters ist der ganze Spross vom Pilze befallen und etwas kümmerlich entwickelt, weil offenbar ein perennirendes Mycel vorhanden ist. Teleutosporen waren nicht entwickelt.

Auf S. herbacea kommt aber häufiger eine andere Melampsora-Form vor, welche wahrscheinlich bisher zu *M. farinosa* gestellt wurde, die aber als selbständige Art betrachtet zu werden verdient. Ich nenne sie

M. alpina n. sp.

Uredo in kleinen Häufchen, meist auf der oberen Blattfläche, zertreut. Uredosporen gerundet oder kurz ellipsoidisch, ungef. 15×18 μ, noch feiner gestachelt als bei der vorigen Form und bei *M. farinosa*, orangefarben. Paraphysen mit dickwandigem Kopfe, 30—35 μ lang. Teleutosporen in kleinen, schliesslich schwarzbraunen Häufchen an beiden Blattflächen, denen der M. farinosa ähnlich, aber unter der Epidermisschicht gebildet.

Auf *Salix herbacea* L. in der alpinen Region Norwegens (Grjotli) und Schwedens (Storlien). Auf *Salix polaris* WG. auf dem Dovre in Norwegen.

Cæoma interstitiale SCHLECHT. (*C. nitens* SCHW.) auf *Rubus saxatilis* bei Kvam im Gudbrandsdal.

Æcidium Sommerfeltii JOHANSS. Den Aecidien folgt keine andere Rostform auf den befallenen Individuen nach. Die Aecidien-Flecke treten meistens vereinzelt auf, und nichts deutes auf ein perennirendes Mycel. Diese Form muss daher zu irgend einer heteroecischen Art gehören.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 8.
Stockholm.

Zur Blütenbestäubung in den schwedischen Hochgebirgen.

I.

Von OTTO EKSTAM.

[Mitgeteilt den 10. Oktober 1894 durch V. B. WITTROCK.]

Biologische Untersuchungen über Anpassung der Blüten an Insektenbestäubung, bezw. Selbstpollination bei ausgebliebenen Insektenbesuchen sind in Schweden nur selten Gegenstand der Aufmerksamkeit unserer Forscher gewesen. Mit Ausnahme eines Aufsatzes von TULLBERG in »Botaniska Notiser» 1868, so ist es eigentlich nur AXELL,[1]) welcher, hauptsächlich in Jämtland, diesbezügliche Beobachtungen angestellt hat. Später untersuchte LINDMAN,[2]) welcher im Jahre 1886 Dovre besuchte, die Pollinirungseinrichtungen zahlreicher dort vorkommender Pflanzen und kam dabei in den meisten Fällen zu einem vollständig entgegengesetzten Resultat wie AXELL.[3]) Man konnte sich nun denken, dass die Blüten in Dovre anders eingerichtet wären als in Jämtland, und zwar um so mehr als es sich gezeigt hat, dass das Verhältnis nach den Untersuchungen von MÜLLER, RICCA u. A.

---

[1]) SEVERIN AXELL, Om anordningarna för de fanerogama växternas befruktning. Stockholm 1869.

[2]) C. A. M. LINDMAN, Bidrag till kännedomen om de skandinaviska fjällväxternas blomning och befruktning. Bih. till K. Sv. Vet. Ak. Handl. Bd. 12, Abt. III.

[3]) Blütenbiologische Untersuchungen über skandinavische Pflanzen sind auch von WARMING und AURIVILLIUS gemacht; jener hat doch in einer Menge von Fällen nur in Alcohol aufbewahrtes oder getrocknetes Material zu seiner Verfügung gehabt.

in den Alpen in dieser Beziehung ein sehr verschiedenes ist (Siehe unten!). Um unter anderem zu ermitteln, ob dies auch in den skandinavischen Hochgebirgen der Fall sei, oder ob sich möglicherweise einer der beiden schwedischen Forscher geirrt habe, unternahm ich vorigen Sommer mit Unterstützung der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Stockholm eine Reise in das jämtländische Hochgebirge. Die Untersuchungen wurden in der Umgegend von Åreskutan, Snasahögarne und Storlien Ende Juni und während des grössten Teiles von Juli bewerkstelligt. Sämtliche Blüten wurden in der freien Natur am Fundorte beobachtet. In den meisten Fällen, wo Axell's und Lindman's Angaben auseinander gingen, fand ich, dass der Blütenbau nicht mit der Beschreibung des ersteren, sondern mit der des letzteren übereinstimmte, weshalb ich es als höchst wahrscheinlich ansehe, dass innerhalb des ganzen skandinavischen Hochgebirgsgebietes nahezu dieselben Einrichtungen für die Bestäubung vorherrschend sind.

Indessen dürften einige Gesichtspunkte bei Untersuchungen dieser Art übersehen worden sein. Wie es z. B. geschehen kann, dass eine Pflanze, welche gewöhnlich auf kahlem Zweige blüht, zuweilen vor der Blüte Blätter treibt — wahrscheinlich zufolge gewisser klimatologischer Einflüsse auf die primäre Organanlage — so dürfte es kaum unwahrscheinlich sein, dass extreme Verhältnisse im Spätherbste einen gewissen Einfluss auf die Zeitfolge der Ausbildung von den Generationsorganen während des darauf folgenden Sommers ausüben könnten, und zwar nicht nur so, dass der Zeitunterschied vermindert werden oder ganz verschwinden könnte, sondern ein gänzlicher Umkehr der Reihenfolge einträte. Um entscheiden zu können, ob das Verhältnis zwischen den Generationsorganen auf Dovre und in Jämtland das gleiche ist, mussten also diese Orte am vorteilhaftesten in Sommern mit gleichen Temperaturverhältnissen und mit vorausgegangenen klimatologisch gleichen Herbsten verglichen werden. Ausserdem wäre auch die nötige Rücksicht auf den Standort zu nehmen. Dass diese Berücksichtigungen auch bei Kontrollirung einer vorher gemachten

Untersuchung gefordert werden darf, ist selbstverständlich.[1]) Darauf dass verschiedene lokale Verhältnisse, hervorgerufen durch ungleiche Temperatur- und Niederschlagsverhältnisse zu verschiedenen Zeiten im Sommer, auf den Zeitunterschied zwischen den Geschlechtern Einfluss haben *können*, macht schon AXELL aufmerksam: »die Proterandrie variirt sogar bei derselben Art; bei den frühesten und spätesten Blüten ist der Zeitunterschied am geringsten.» Im Zusammenhange hiermit muss eine andere Beobachtung desselben Verfassers beachtet werden, nämlich dass »gleichzeitig mit dem Abnehmen oder Verschwinden der Proterandrie auch die Bewegung der Generationsorgane abnimmt oder verschwindet.» Hieraus geht hervor, dass eine Art während ihrer eigentlichen Vegetationsperiode Proterandrie mit Staubfädenbewegung zeigen, im Anfang und am Ende derselben dagegen schwache Proterandrie mit kaum erkennbarer Staubfädenbewegung oder Homogamie ohne Bewegung haben kann.

Sind diese Beobachtungen von AXELL richtig [2]) — selbst habe ich bisher keine Gelegenheit gehabt dieselben genügend zu kontrollieren um ein bestimmtes Urteil darüber zu wagen [3]) — so dürften MÜLLER'S und RICCA'S Untersuchungen in den Fällen einer Kontrolle und Revision bedürfen, wo sie an verschiedenen Stellen in den Alpen hinsichtlich der Zeitfolge eine ungleiche Ausbildung der Generationsorgane gefunden haben.

Eine andere Sache, welche hervorgehoben werden muss, ist die, dass AXELL den Begriff proterandrische Homogamie nicht kannte, sondern nur Proterandrie. Eine Blüte, welche in ihren früheren Stadien proterandrisch und in ihren späteren homogam

[1]) Indessen will ich hier darauf aufmerksam machen, dass die klimatischen Verhältnisse in Jämtland während des Sommers 1868, als AXELL seine Untersuchungen ausführte, soweit ich aus den eingeholten Nachrichten entnehmen konnte, ziemlich die gleichen waren wie im vergangenen Sommer. So war auch in den Herbsten 1867 und 1893 der Fall.

[2]) Dass dies bei den Frühlings- und Herbstpflanzen der Fall ist, ist ja allgemein bekannt.

[3]) Soweit ich bis jetzt habe finden können, deutet jedoch alles darauf hin, dass diese Verhältnisse mehr als Ausnahme wie als Regel gelten.

ist, ist also seiner Nomenklatur nach proterandrisch. Dasselbe gilt auch für die proterogyn-homogamen Blüten.

Im Folgenden werde ich, LINDMAN'S Aufstellung folgend, eine detaillirte Darstellung der von mir untersuchten Arten geben.

Vaginales.

Oxyria digyna HILL.

Nach AXELL proterandrisch; nach LINDMAN proterogyn-homogam. Meine Beobachtungen stimmen nahezu mit LINDMAN'S Angaben von Dovre überein. LINDMAN sagt, dass »das erste Stadium der Blüte rein weiblich ist», und darin will ich mit einstimmen; dann aber heisst es, dass »die Narben weit hervorragen und reich verzweigt, hellroth und flimmernd sind.» In weiblichen Blüten habe ich dies gesehen, in hermaphroditen Blüten aber sitzen die Narben unter den kleineren Kelchblättern versteckt, [1]) während die Antheren noch uneröffnet sind und dicht zusammensitzen. Da die Narben indessen *schon in diesem Stadium* reif zu sein scheinen und nachher sich feucht erhalten, bis die letzten Staubbeutel ihren Pollen abgegeben haben, so will ich darin einstimmen, die Pflanze als proterogyn-homogam anzusehen. [2])

Rumex domesticus HN.

Nach AXELL proterandrisch; nach LINDMAN wie die vorige proterogyn-homogam.

Im westlichen Jämtland fand ich diese Pflanze proterogyn-homogam. LINDMAN'S Angabe, dass die Narben, nachdem einige der Antheren abgefallen waren, trocken und zusammengeschrumpft sein sollten, kann ich nicht beitreten. Wenigstens bleiben sie frisch, so lange noch ein oder zwei Antheren vorhanden sind. Übrigens stimme ich LINDMAN'S Beschreibung bei.

---

[1]) Ungefähr wie bei *Rumex domesticus* HN.

[2]) Ohne Zweifel hat diese Art ausser den von LINDMAN erwähnten Übergängen auch dimorphe Blüten. Durch das Wohlwollen des Herrn Prof. WITTROCK'S ist mir Gelegenheit geboten worden, Blüten von im Bergianischen Garten der K. Schwed. Akad. d. Wissenschaften gezogenen Exemplaren von *Oxyria digyna* zu untersuchen, wobei ich gefunden habe, dass diese mit LINDMAN'S Beobachtungen auf Dovre vollständig übereinstimmten.

Polygonum viviparum L.

Die zweigeschlechtigen Blüten sollen nach AXELL proterandrisch sein; MÜLLER und RICCA geben dasselbe für einige Standorten an; nach dem ersteren sollen sie an anderen Stellen auch homogam sein. LINDMAN hat sie auf Dovre homogam gefunden. Meine Untersuchungen auf Åreskutan stimmen hiermit auch überein.

Besucher: Zahlreiche Fliegen und (4/7) ein *Argynnis*-Schmetterling.

Ranunculaceæ.

Ranunculus acris L.

Etwas proterandrisch nach AXELL, MÜLLER und RICCA. LINDMAN spricht sich hierüber nicht direkt aus, sondern weist nur darauf hin, dass er im Gegensatz zu AXELL *R. repens* homogam gefunden habe, fügt aber als Stütze hierfür hinzu: »denn wenn die jüngsten Antheren aufspringen, beginnen die Narben sich zu entwickeln, obgleich sie im Verhältnis zu der Grösse und dem Papillenreichtum, den sie haben, wenn alle Staubbeutel *geleert* sind, sehr klein sind.» Werden die Narben erst dann, wenn alle Antheren geleert sind, vollkommen entwickelt, so scheint es mir wenigstens erwiesen, dass die Art *etwas* proterandrisch ist. Auf Åreskutan fand ich *R. acris* schwach proterandrisch.

Besucht von mehreren Fliegenarten und (3/7) von *Coenonympha Pamphilus* L.

Ranunculus pygmæus WG.

Nach LINDMAN'S Darstellung sollten zwei Blütentypen, einer von 7 mm. in Durchmesser und einer von 4 mm., auftreten; der erstere ausgezeichnet durch eine reichliche und hohe Pistillensammlung, wo die Selbstbestäubung nahezu vorgebaut ist; der letztere durch eine spärliche und niedrige Pistillensammlung, welche von den gleichhohen Staubbeuteln leicht mit eigenem Pollen versehen werden kann. In der That sind die Blüten ihrer Grösse nach sehr verschieden. Am häufigsten erschien mir eine interme-

diäre Form mit Staubgefässen, welche zu den mittelhohen Pistillen reichten.

Ranunculus aconitifolius L.

Scheint proterogyn-homogam zu sein; schon ehe die Staubbeutel gereift sind, sind die Narbenflächen papillös. Indessen gelang es mir nicht hinlängliches Material zu finden, weshalb ich mich nicht bestimmt darüber aussprechen kann. Die Staubfäden beugen sich einwärts über die Narben, geben dort ihren Pollen ab und biegen sich dann wieder nach aussen gegen die Perigonblätter.

Caltha palustris L.

So weit ich habe finden können, ist diese Art homogam, wie auch AXELL erwähnt. In Übereinstimmung mit LINDMAN fand ich, dass die Staubgefässe, während ihres »Blühens» über die Narbenflächen gebeugt sind, sich später aufrichten und rückwärts gegen die Perigonblätter beugen.

Thalictrum alpinum L.

Nach AXELL homogam, nach LINDMAN proterogyn-homogam. Meine Beobachtungen auf Åreskutan stimmen mit LINDMAN'S Beschreibung vollkommen überein, weshalb AXELL'S Angabe als unrichtig betrachtet werden darf.

Gruinales.

Geranium silvaticum L.

Mehrere weibliche Blüten hatten einen oder zwei vollkommen fertile Staubbeutel. Die männlichen Blüten waren im allgemeinen bedeutend kleiner als die hermaphroditen (siehe LINDMAN l. c.), welche letztere proterandrisch sind: erst nachdem die Staubfäden sich nach aussen gebeugt und die Staubbeutel sich teilweise geleert haben, öffnen sich die Narben.

Fleissig besucht von mehreren Fliegenarten, von mehreren *Argynnis*-Faltern und einem kleinen *Bombus* ($^{4}/_{7}$), von mehreren kleinen *Bombus*-Arten ($^{28}/_{6}$).

Alsinaceæ.

Cerastium alpinum L.

Nach AXELL schwach proterandrisch; nach LINDMAN proterandrisch-homogam.[1]) Die Art scheint mit LINDMAN'S Angaben übereinzustimmen. Betreffs der Selbstbestäubung sagt dieser, dass solche »manchmal geschehen kann, muss aber bei dieser Art während des letzten Blütenstadiums, als die weit zurückgerollten Narben die Pollenmassen erreichen können, vor sich gehen.» In einigen jungen Blüten fand ich indessen die Narbenflächen feucht, papillös und gleichzeitig einige Staubbeutel reif. Da die Staubfäden noch nicht gegen die Korollenblätter nach aussen gekrümmt sind, so ist folglich in diesem Stadium kein Hindernis vorhanden, dass der Pollen die fast gerade unter den Antheren gelegenen Narbenflächen treffen kann. Selbstbestäubung wird infolgedessen auch in den jüngeren Altersstufen bei einer Menge von Blüten ermöglicht.

Besucht von mehreren Fliegenarten.

Cerastium vulgare HN.

Homogam, regelmässig selbstbestäubend.

Nach AXELL schwach proterandrisch mit sowohl Staubfäden- als Pistillenbewegung.[2]) Die Bestäubung verläuft fast vollständig in derselben Weise wie diejenige bei *C. trigynum* VILL., die LINDMAN beschrieben hat. Schon ehe die Blüte sich ganz geöffnet hat, sind die Staubbeutel und Narben reif; die ersteren stehen dann etwas höher als die letzteren, oft entsteht aber dennoch Kontakt. In den geöffneten Blüten sind die Staubfäden zurückgebeugt, lehnen sich aber einer nach dem anderen nach innen gegen die Narbe. Dann trennen sich die Narbenlappen und beugen sich nach aussen, wobei auch Kontakt mit den Staubbeuteln entstehen kann. LINDMAN giebt betreffs des *C. trigynum* an, dass die Narben bei der Ausbeugung »an Länge zunehmen» und dass »dieser Zuwachs durch eine Streck-

[1]) Vergl. p. 421.

[2]) Vergl. AXELL l. c. p. 108. — Vergl. auch WARMING, Om Caryophyllaceernes Blomster, p. 202. Den Botan. Forenings Festskrift. Kbhvn 1890.

ung der Griffel unterhalb der vorher gebildeten Papillen geschieht, die mit einer Ausbildung neuer Papillen an dieser Stelle verbunden ist.» So auch bei dieser Art. Zuweilen öffnen sich die Narbenlappen schon, ehe sich alle Staubfäden nach dem Centrum gebeugt haben.

Besucht von Fliegen.

Silenaceæ.

Silene acaulis L.

Proterandrisch. — Stimmt mit AXELL's und LINDMAN's gleichlautenden Angaben überein.

Saxifrageæ.

Saxifraga stellaris L.

Nach AXELL ausgeprägt proterandrisch, und nach LINDMAN bei Pflanzen von Dovre ebenso, dagegen »fast homogam» bei denen von Ronderne und Tronfjället. Auffallenderweise stimmen meine Beobachtungen bei Storlien (4/7) beinahe mit denjenigen LINDMAN's auf den letztgenannten Lokalen überein. [1]) In der Knospe sind die Staubfäden fast reif, während die Narben noch unentwickelt, d. h. glatt und glänzend, aber nicht papillös sind. Wenn dann die Blüte sich öffnet und die ersten Staubfäden abgewelkt, sind die Narben papillös geworden. Der Pollen, welcher dann von den übrigen Staubgefässen bei deren Beugung nach dem Centrum an die Narben abgegeben wird, bleibt infolgedessen an denselben hängen und bewirkt Selbstbestäubung. In einer Menge Blumen wurden drei Stempel angetroffen. Die von LINDMAN erwähnte unregelmässige Färbung konnte ich nicht finden.

Saxifraga aizoides L.

Besucht von mehreren Fliegen- und Ameisenarten. Oft monströs.

[1]) Die Art dürfte in Hinsicht der Heterogamie sehr variirend sein. So z. B. giebt WARMING (Biol. Optegn. Om nogle grönl. Planter 2. Bot. Tidskrift 16, p. 13) an, dass er Exemplare aus Åreskutan (von O. JUEL eingesammelt) und Herjedalen, welche deutlich proterogyn waren, untersucht, so war auch bei Exemplaren aus Königin Lovisas Insel (ö. Grönl.) der Fall. Indessen darf man nicht einer an nur einem oder wenigen Individuen gemachten Untersuchung, zu grosse Bedeutung zumessen.

Bicornes.[1])

Myrtillus uliginosa (L.) DREJ.

Scheint mit der von LINDMAN gegebenen Beschreibung übereinzustimmen. Die Art ist also fast homogam, etwas proterandrisch. Die von AXELL erwähnte Staubfädenbewegung habe ich, ebenso wenig wie es LINDMAN gethan, auffinden können.

Myrtillus nigra GILIB.

Nach AXELL proterandrisch, nach LINDMAN proterandrisch-homogam. So fand ich auch die Art auf Åreskutan.

Vaccinium Vitis idœa L.

Nach AXELL proterandrisch, nach MÜLLER in den Alpen homogam. LINDMAN spricht keine eigene Ansicht über das Verhältnis auf Dovre aus. Mir kam die Art homogam vor.

Der Stempel ist in der Knospe hakenförmig gebogen. Beim Eröffnen der Blüte richtet er sich, doch nicht ganz, auf, gleichzeitig nimmt er in Grösse zu, und der basale Teil beugt sich fast nach dem Blütenboden. In einer Menge Blumen streckt sich der Stempel indessen ganz aus und nimmt eine winkelrechte Stellung zum Blütenboden ein. (Åreskutan 600 M.).

Das einzige Mal als ich ein Insekt diese Pflanze besuchen sah, war früh am Morgen den 9/7 auf dem südlichen Kamm von Lillskutan, da ein kleiner *Bombus* fleissig saugend von Pflanze zu Pflanze zu fliegen schien.[2])

Andromeda polifolia L.

Stimmt vollkommen mit LINDMAN'S Beschreibung überein, wogegen AXELL'S Angabe über die »Proterandrie mit Staubfädenbewegung» unrichtig ist.

---

[1]) Die Arten innerhalb dieser Familie wurden wiederholt und während des grössten Teiles ihrer Vegetationsperiode untersucht.

[2]) LINDMAN beobachtete direkt keine Insektenbesuche; er sagt hiervon: »dass Insekten die Blumen besuchten, konnte ich bei einigen Gelegenheiten daraus schliessen, dass einige Staubgefässe abgebissen waren (von Ameisen?).» Nach gef. Angabe des Herrn Stud. O. SANTESSON aus Luleå sollen im nördlichen Küstengebiet des Bottnischen Meerbusens Hummeln *V. vitis idea* oft besuchen.

Andromeda hypnoides L.

Lindman hält diese Art für proterogyn-homogam. Warming[1]) giebt dagegen an, dass dieselbe auf Grönland homogam ist mit einer Neigung zur Proterandrie, indem die Beutel ein wenig vor der Narbe sich entwickeln sollten. So fand ich auch die Art auf Åreskutan (am Fuss von Blaustein 9/7). In der Knospe ist die Narbe zwar feucht und glänzend, aber nicht papillös, was sie nicht wird, ehe die Antheren gereift sind, und dann kann sie, wie Lindman sagt, wie »eine platte, etwas unebene Scheibe beobachtet werden, welche bald von dem gewöhnlichen, zähen, harzartigen Sekrete bedeckt wird.» Die Staubbeutelhörner fand ich in neulich eröffneten Blüten fast horizontal gerichtet, nicht aufwärts, wie Lindman angiebt.

Phyllodoce coerulea (L.) Bab.

Stimmt ganz mit Lindman's Angaben überein, die Art ist also proterogyn-homogam. Axell's Angabe über die »Proterandrie mit Staubfädenbewegung» ist vollkommen unrichtig.[2])

Die von Lindman erwähnte Form mit dem Stempel bedeutend kürzer als die Staubfäden konnte ich in Jämtland nicht finden. Der Honig, welcher sich nach demselben Forscher an der Basis des Ovariums bildet und ansammelt, ist auf der ganzen Fläche des Ovariums, obgleich meist auf der Basis, anzutreffen.

Azalea procumbens L.

Nach Axell proterandrisch ohne Bewegung: nach Lindman proterogyn homogam. Meine Beobachtungen stimmen mit Lindman's Angaben von Dovre überein. Die Narbe reicht in der Knospe über die noch nicht reifen Staubbeutel hinaus, beim Eröffnen der Blume aber stehen sie in gleicher Höhe wie diese, und die Antheren sind dann reif.

---

[1]) Eug. Warming, Biol. Optegn. om nogle grønlandske Planter 1. Bot. Tidskr. Bd 15, p. 180.

[2]) Warming, der Exemplare von *Phyllodoce coerulea* aus Grönland untersucht, hält die Art für schwach proterogyn. Was die Staubfädenbewegung betrifft, sagt er »von Staubfädenbewegungen ist hier keine Rede». (Vergl. Warming l. c. p. 172).

Die von LINDMAN erwähnte Bewegung der Staubfäden konnte ich nicht gewahr werden. An einem sonnigen Vormittag (2/7) wurden einige Exemplare mit weit von der Narbe hervorstehenden Staubfäden nach Hause mitgenommen, welche bei der Heimkehr dieselbe Lage zeigten (d. h. diejenigen, welche nicht verwelkt waren).[1]) Ein Büschel wurde zur Beobachtung in einen Topf gesetzt, wurde wechselnden Beleuchtungs- und Temperaturverhältnissen wie auch dem Regen ausgesetzt, in keinem Falle aber war eine Bewegung der Staubfäden nach der Narbe hin zu bemerken. (Åreskutan, 1,000—1,100 M.).

Pyrola uniflora L.

Die Blüten variiren in Grösse mit einem Durchmesser von 12 bis 20 mm. Betreffs der Gruppierung der Staubgefässe fand ich auch Blüten mit 4 einzelnstehenden Staubfäden.

Pyrola minor L.

Nach AXELL homogam. Mir kam die Art proterogyn-homogam vor. In der jungen Knospe sind die Staubfäden dicht an den Stempel gedrückt, welcher bereits reif zu sein scheint. Die Antheren sind nach aussen gebogen, mit den Poren nach unten gegen die Basis der Blüte gewandt. Beim Eröffnen der Blüte haben dann die Antheren einen Bogen von 90° beschrieben und wenden also die Poren nach der Öffnung der Blüte. Da indessen der Stempel gerade und länger ist als die Staubfäden, kann eine Selbstbestäubung hier nicht stattfinden. (Birkenregion bei Åre).

Keine Besucher wahrnehmbar.

Plantagineæ.

Plantago media L.

Wie bereits LINDMAN angiebt, hat die Ähre bei dieser Art einen nicht unbedeutenden Wohlgeruch und rötliche Farbe, obgleich die Blüte anemophil ist. Dass dadurch Insekten gelockt

[1]) Vergl. die Note auf der Seite 12!

und betrogen werden, ist klar. Auch fand ich ($^{29}/_{6}$) eine kleine *Bombus*-art sich auf einem Pflanzen-Individuum lange aufhalten und Honig suchen. Ausserdem wird die Art oft von Fliegen besucht.

Polemoniaceæ.

Diapensia lapponica L.

In Übereinstimmung mit LINDMAN fand ich diese Pflanze proterogyn. WARMING fand die Art so wohl in Grönland als im nördlichen Norwegen schwach proterogyn. AXELL behauptet, obgleich vollkommen unrichtig, dass dieselbe »schwach proterandrisch mit Staubfädenbewegung» sein sollte.

Was die Bewegung selbst betrifft, glaube ich gefunden zu haben, dass die Staubfäden sich nach dem Eröffnen der Blüte gegen die Kronenblätter beugen und sich dann wieder dem Centrum ein wenig nähern (ungefähr $1^{1}/_{2}$ mm.), welche Lage dann beibehalten wird;[1]) dass sie sich aber nach dem Stempel hin beugen und ihren Pollen abgeben, wie AXELL angiebt, ist durchaus nicht der Fall.[2])

Besucht von mehreren Fliegenarten ($^{3}/_{7}$, 1000 M., Åreskutan).

Personatæ.

Rhinanthus minor EHRH.

Besucht $^{4}/_{8}$ in Storlien von einem *Argynnis*-Falter.

---

[1]) Vergl. WARMING, Om Bygningen og den formodede Bestøvningsmaade af nogle grønlandske Blomster. Overs. over d. K. D. Vidensk. Selsk. Forh. 1886, p. 35.

[2]) Abgepflückte Exemplare zeigten nach einigen Stunden eine ganz andere Staubgefässlage. Bei diesen hatten sich die Staubgefässe bis an den Stempel gebeugt (wie AXELL angiebt), wahrscheinlich zufolge partieller Turgescenzverluste. Da es ja möglich ist, dass AXELL seine Untersuchung erst nach der Heimkehr vornahm, da mitgenommene Pflanzen gewöhnlich ihre Turgescenz mehr oder weniger verloren haben, kann dies möglicherweise eine Erklärung von dem Resultat sein, zu welchem er kam.

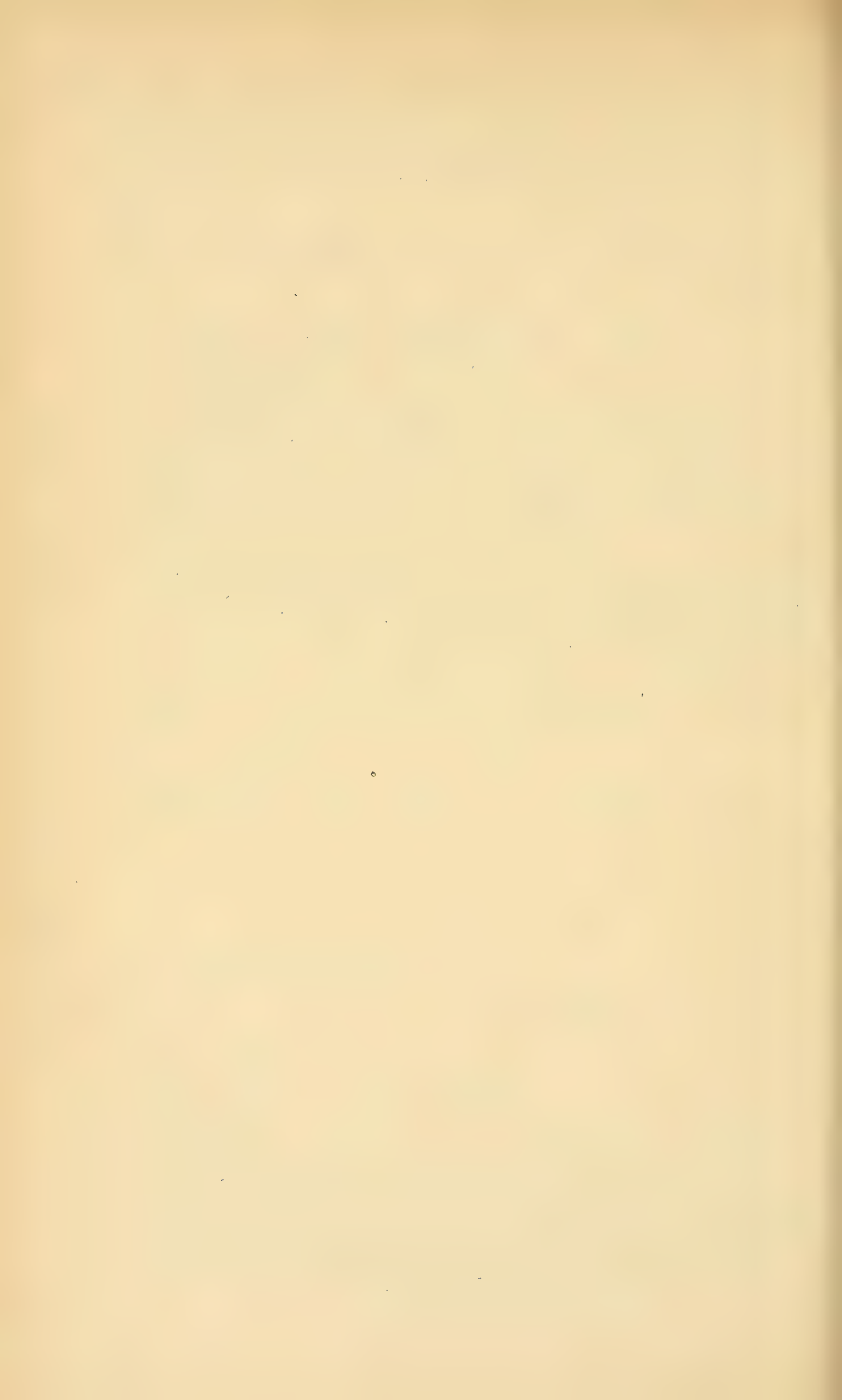
Rubiceæ.

Galium uliginosum L.

Nach AXELL proterandrisch; nach LINDMAN proterandrisch-homogam.

In der Knospe sind die Antheren schon reif, während die Narben noch klein und unentwickelt sind. Später beim Eröffnen der Blumen wachsen die Stempel höchst unbedeutend zu, die Narben aber werden recht bald papillös, so dass sie den Pollen, welchen die Staubgefässe bei ihrer Neigung nach dem Centrum abgeben, empfangen können. Dieser Staubempfang geschieht in der letzten Stunde des Daseins der Staubgefässe; bald darauf verwelken sie, d. h. die Filamenten verlieren ihre Turgescenz und die Beutel hängen schlaff herunter. Der Stempel wächst dann noch um 2 mm. zu.

Stockholm, 1894. Kungl. Boktryckeriet.



ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 9.

Onsdagen den 14 November.

INNEHÅLL:

Med anledning af nådig remiss å ett af Franska Regeringen framställdt förslag till internationel konvention rörande praktiska enheter för elektriciteten och ljuset hade Herrar THALÉN, DAHLANDER och HASSELBERG afgifvit infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Med. Kandidaten E. HOLMGREN med titel: »Studier öfver hudens och de körtelartade hudorganens morfologi», samt till införande i Bihanget till Handlingarne följande afhandlingar: 1:o) »Sur la distribution, à Vienne et à Thorshavn, des éléments météorologiques autour des minima et maxima barométriques» af Amanuensen PH. ÅKERBLOM; 2:o) »Ueber elektrische Resonanz. I. Theorie der Resonanzerscheinung», af Docenten V. BJERKNES; 3:o) »Ueber

elektrische Resonanz. II. Resonanzversuche», af densamme; 4:o) »Ballonfärd den 7 April 1894», af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE; 5:o) »Taphrina acerina n. sp.», af Filos. Doktor A. G. ELIASSON.

Hr GYLDÉN meddelade några resultat af sina undersökningar rörande vissa planetbanors minsta excentricitetsbelopp samt medelrörelsen hos samma planetbanors perihelier.

Hr THÉEL redogjorde för de försök han anställt vid Riksmuseum och vid Akademiens zoologiska station Kristineberg med *formol* såsom härdnings- och konserveringsvätska samt förevisade några på detta sätt konserverade lägre djur, hvilka under lång tid bibehållit sig synnerligen väl och ojemförligt mycket bättre än om de varit konserverade i sprit. Hr THÉEL aflemnade derjemte en af honom författad redogörelse för den zoologiska stationen Kristineberg, dess uppkomst, utveckling och verksamhet, hvilken uppsats Akademien beslöt låta trycka såsom en särskildt skrift.

Öfveringeniör ANDRÉE redogjorde för den af honom den 14 sistlidne Juli utförda ballonfärd och för de försök, som derunder gjordes, att i någon mån styra ballonen.

Sekreteraren meddelade följande, för intagande i Akademiens skrifter inlemnade uppsatser: 1:o) »Några tillämpningar af de elliptiska och de hyperelliptiska funktionerna inom den materiela punktens dynamik», af Lektorn O. OLSSON*; 2:) »Om de statistiska förutsättningarne för giltigheten af den så kallade indirekta metoden inom teorien för enkekassor», af Amanuensen G. ENESTRÖM*; 3:o) Cistella cistellula S. Word, en för Sverige ny Brachiopod, af Filos. Kandidaten T. EKMAN*; 4:o) »Mykologische Beiträge. II», af Docenten O. JUEL*; 5:o) »Mykologische Beiträge. III.» Eine neue Puccinia auf Molinia coerulea», af densamme*.

Årsräntan af *Wallmarkska* donationen skulle, fördelad i två lika lotter, såsom understöd tilldelas dels Fysiske Laboratorn vid Upsala universitetet K. ÅNGSTRÖM för fortsatta under-

sökningar öfver det strålande värmet, och dels Professorn P. G. ROSÉN för utförande af pendeliakttagelser å åtskilliga orter inom Sverige.

Genom anställda val kallades Professorn i organisk kemi vid universitetet i Paris och ledamoten af Franska Institutet CHARLES FRIEDEL, samt Professorn i statistik och ledamoten af Franska Institutet PIERRE EMIL LEVASSEUR till utländska ledamöter af Akademien.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *K. Biblioteket.*
Account of the operations of the great trigonometrical survey of India. Vol. 15. Dehra Dun 1893. 4:o.
10 småskrifter.
— *Geologiska föreningen.*
Berlin. K. Preussische geologische Landesanstalt.
Abhandlungen. N. F. H. 2 & Atlas, 9: Th. 2. 1893. 8:o & 4:o.
Jahrbuch. Bd 13(1892). 8:o.
Strassburg. Geologische Landesanstalt von Elsass-Lothringen.
Mittheilungen. Bd 4: H. 3. 1894. 8:o.
Verzeichniss der im westlichen Deutsch-Lothringen verliehenen Eisenerzfelder. 1894. 8:o.
— *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 5 häften.
— *Riksarkivet.*
Meddelanden. 18. 1894. 8:o.
— *K. Sjökarteverket.*
Svenske lotsen. Sthlm 1894. 8:o.
Upsala. *Universitetet.*
Årsskrift. 1893. 8:o.
Dissertationer 1893/94. 5 st.
— *Studentkåren.*
Upsala universitets katalog. 1894: Höstterminen. 8:o.
— *Meteorologiska observatoriet.*
Extrait des procès-verbaux de la première réunion du Comité météorologique international. 1894. 8:o.
— *Akademiska sjukhuset.*
Årsberättelse. N:o 10(1892). 8:o.
Belgrad. *Académie R. de Serbie.*
Srpski etnografski zbornik. Kn̂. 1. 1894. 8:o.
Berlin. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. 1894: 24—38. 8:o.

Berlin. *K. Preussisches Meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der magnetischen Beobachtungen in Potsdam. 1894. 4:o.
— *Physikalisch-technische Reichsanstalt.*
Die Thätigkeit in den Jahren 1891/92. 8:o.
Bericht über die Thätigkeit. 5(1892/94). 8:o.
— *Meteorologische Abtheilung des forstlichen Versuchswesen in Preussen.*
Beobachtungs-Ergebnisse der . . . forstlich-meteorologischen Stationen. Jahrg. 19(1893): N:o 1—12. 8:o.
Jahresbericht über die Beobachtungs-Ergebnisse . . . Jahrg. 19(1893). 8:o.
Bombay. *Government Observatory.*
Magnetical and meteorological observations. Year 1893. 4:o.
Breslau. *Verein für schlesische Insektenkunde.*
Zeitschrift für Entomologie. N. F. H. 19. 1894. 8:o.
Brookville. *Indiana academy of science.*
Proceedings. 1893. 8:o.
Buitenzorg. *'s Lands plantentuin.*
Verslag. Jaar 1893. 8:o.
Cambridge, Mass. *Museum of comparative zoology.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 8. 1894. 8:o.
Coimbra. *Sociedade Broteriana.*
Boletim. 11(1893): Fasc. 3. 8:o.
Cordoba. *Academia nacional de ciencias.*
Boletin. T. 13: Entr. 2. 1893. 8:o.
Delft. *École polytechnique.*
Annales. T. 8(1894): Livr. 1—2. 4:o.
Frankfurt a. M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 18: H. 3. 1894. 4:o.
Greifswald. *K. Universität.*
Akademische Schriften. 1893/94. 102 st.
Hamburg. *Botanisches Museum.*
19 botaniska småskrifter.
Heidelberg. *Grossh. Badische Universitäts-Bibliothek.*
Akademische Schriften. 1893/94. 87 st.
Helsingfors. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiella statistik. I: 13. 1894. 4:o.
Innsbruck. *Ferdinandeum für Tirol und Vorarlberg.*
Zeitschrift. (3) H. 38. 1893. 8:o.
Kiel. *Universitäts-Bibliothek.*
Akademische Schriften. 1893/94. 91 st.
Kjöbenhavn. *Meteorologisk Institut.*
Maanedsoversigt over Vejrforholdene. 1893. Fol.
La Plata. *Museo.*
Revista. T. 5. 1894. 8:o.
Liverpool. *Biological Society.*
Proceedings and transactions. Vol. 8(1893/94). 8:o.

(Forts. å sid. 509.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 9.
Stockholm.

Några tillämpningar af de elliptiska och de hyperelliptiska funktionerna inom den materiela punktens dynamik.

Af O. OLSSON.

[Meddeladt den 14 November 1894 genom M. FALK.]

Då de med tillhjälp af de hyperelliptiska funktionerna lösbara problem inom mekaniken, som man hittills lyckats finna, utgöra endast ett obetydligt fåtal, torde hvarje bidrag till riktandet af literaturen i detta hänseende vara förtjent af någon uppmärksamhet, och jag har på den grund tillåtit mig att i förevarande uppsats framställa några dylika problem, hörande till den materiela punktens dynamik. Dessutom har jag upptagit några andra, med dessa närbeslägtade problem, hvilka leda till dubbelperiodiska funktioner af andra slaget.

I uppsatsens första afdelning behandlar jag uppgiften:

Att bestämma rörelsen hos en på sferen

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

rörlig materiel punkt, då de verkande krafternas potential har någon af formerna

$$\alpha) \quad U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + (A'x^2 + B'y^2 + C'z^2)^2 ,$$

$$\beta) \quad U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + A'x^{-2} + B'y^{-2} + C'z^{-2} ,$$

L, A, B, C, A', B', C' betecknande gifna, reela konstanter.

I den händelse att $A' = B' = C' = 0$,[1]) utgör U, såsom bekant, potentialen för en ellipsoid med afseende på en inre punkt, och problemet kan i detta fall formuleras på följande sätt:

Att bestämma rörelsen hos en uti ett sferiskt mellanrum[2]) *rörlig materiel partikel, som enligt Newtons lag attraheras af masspartiklarne hos en ellipsoid, hvilken är koncentrisk med mellanrummet samt helt och hållet i sig innesluter det samma.*

Vidare löser jag den motsvarande uppgiften (i afdeln. II), då punkten rör sig på en ellipsoid, och potentialen har formen

$$\gamma)\quad U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + (A'x^2 + B'y^2 + C'z^2)^2\,.$$

När $A' = B' = C' = D$ kan detta problem formuleras sålunda: *Att bestämma rörelsen hos en uti ett elliptiskt mellanrum rörlig materiel partikel, som enligt Newtons lag attraheras af masspartiklarne hos en med mellanrummet koncentrisk, koaxial ellipsoid, hvilken helt och hållet innesluter det samma, samt af en i centrum verkande kraft, som är proportionel mot tredje digniteten af partikelns afstånd från centrum.*

Slutligen (i afdeln. III) antager jag, att den materiela punktens rörelse försiggår fritt i rymden under inverkan af en kraft, hvars potentialfunktion är

$$\delta)\quad U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D(x^2 + y^2 + z^2)^2 \qquad (D \gtrless 0)\,.$$

Denna uppgift kan äfven formuleras i öfverensstämmelse med den föregående.

Af dessa problem leda de två första, d. v. s. fallen α), β), till dubbelperiodiska funktioner af andra slaget, de två senare — γ), δ) — deremot till hyperelliptiska funktioner. Det förra af dem — γ) — leder nemligen till hyperelliptiska funktioner af två argument, det senare — δ) — till hyperelliptiska funktioner af tre argument, och argumenten utgöra i båda fallen liniära funktioner af tiden.

---

[1]) Se anm. 1) sid. 460.

[2]) Med ett »mellanrum» af viss form förstås härstädes liksom i det följande mellanrummet mellan tvenne ekvidistanta hvarandra oändligt nära belägna ytor af den i fråga varande formen.

I.

Om den materiela punktens rörelse på en sfer.

§ *A*.

1. Om

$$F(x, y, z) = 0 \tag{1}$$

betecknar ekvationen för den yta, på hvilken den materiela punktens rörelse försiggår,

$$U = U(x, y, z) \tag{2}$$

de härvid verkande krafternas potential, och man i stället för x, y, z inför tvenne nya variabler λ_1, λ_2 medels substitutionerna

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(\lambda_1, \lambda_2), \\ y &= f_2(\lambda_1, \lambda_2), \\ z &= f_3(\lambda_1, \lambda_2), \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

hvilka substitutioner skola identiskt satisfiera ytans ekvation, så kommer punktens rörelse att återgifvas genom följande ekvationer:

$$\begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_2} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_1} & u_{11} & u_{12} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_2} & u_{21} & u_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{vmatrix} \left(2U - \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) = 0; \tag{4$_1$}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_1} &= u_{11} \frac{d\lambda_1}{dt} + u_{12} \frac{d\lambda_2}{dt}, \\ \frac{d\varphi}{d\lambda_2} &= u_{21} \frac{d\lambda_1}{dt} + u_{22} \frac{d\lambda_2}{dt}, \end{aligned}\right\} \tag{4$_2$}$$

$$\left.\begin{aligned} u_{11} &= \left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial \lambda_1}\right)^2, \\ u_{22} &= \left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial \lambda_2}\right)^2, \\ u_{12} = u_{21} &= \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_1}\frac{\partial f_1}{\partial \lambda_2} + \frac{\partial f_2}{\partial \lambda_1}\frac{\partial f_2}{\partial \lambda_2} + \frac{\partial f_3}{\partial \lambda_1}\frac{\partial f_3}{\partial \lambda_2}. \end{aligned}\right\} \tag{4$_3$}$$

2. Vi skola till en början — vid härledandet af punktens rörelse på ytan $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ — antaga, att potentialen har formen

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2\,, \tag{5}$$

och sedan skola vi behandla det generellare fallet, då A', B', C' hafva från noll skilda värden.

Om man då låter f_1, f_2, f_3 hafva utseendet

$$\left.\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{(a-\lambda_1)(a-\lambda_2)}{(a-b)(a-c)}}\,, \\ y &= \sqrt{\frac{(b-\lambda_1)(b-\lambda_2)}{(b-c)(b-a)}}\,, \\ z &= \sqrt{\frac{(c-\lambda_1)(c-\lambda_2)}{(c-a)(c-b)}}\,, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

(a, b, c tillsvidare obestämda konstanter)

finner man vid substitution i (5):

$$U = k_1 - k_2(\lambda_1 + \lambda_2)\,, \tag{7}$$

der

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= L + \frac{1}{\mathrm{P}}(Aa^2(b-c) + Bb^2(c-a) + Cc^2(a-b))\,, \\ k_2 &= \frac{1}{\mathrm{P}}(Aa(b-c) + Bb(c-a) + Cc(a-b))\,, \\ \mathrm{P} &= (a-b)(a-c)(b-c)\,, \end{aligned}\right\} \tag{7_1}$$

under vilkor nemligen, att a, b, c uppfylla likheten

$$A(b-c) + B(c-a) + C(a-b) = 0\,. \tag{8}$$

Vidare erhåller man

$$\left.\begin{aligned} u_{11} &= \frac{1}{4}\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{r(\lambda_1)}\,, \\ u_{22} &= \frac{1}{4}\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{r(\lambda_2)}\,, \\ u_{12} = u_{21} = 0\,,\ & r(\lambda) = (\lambda - a)(\lambda - b)(\lambda - c)\,, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

och differentialekvationen (4_1) kommer altså att antaga utseendet

$$\frac{1}{2u_{11}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 + \frac{1}{2u_{22}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} - U = 0\,,$$

eller till slut

$$2r(\lambda_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 - 2r(\lambda_2)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} - k_1\right)(\lambda_1 - \lambda_2) -$$

$$- k_2\left(\lambda_1^2 - \lambda_2^2\right) = 0 . \quad (10)$$

Denna differentialekvation låter emellertid uppdela sig i trenne, nemligen

$$\left.\begin{aligned} &\left\{\frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + k_2(\alpha+\beta) - k_1\right\}(\lambda_1 - \lambda_2) = 0 , \\ &2r(\lambda_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 - k_2(\lambda_1 - \alpha)(\lambda_1 - \beta) = 0 , \\ &2r(\lambda_2)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 - k_2(\lambda_2 - \alpha)(\lambda_2 - \beta) = 0 , \end{aligned}\right\} (10_1)$$

hvarest α, β beteckna arbiträra konstanter.

Om man då sätter

$$\varphi = \varphi_0(t) + \varphi_1(\lambda_1) + \varphi_2(\lambda_2) , \quad (11)$$

och bestämmer $\varphi_0(t)$ ur den första af dessa ekvationer samt $\varphi_1(\lambda_1)$, $\varphi_2(\lambda_2)$ ur de båda öfriga, så bildar detta uttryck på φ en komplett solution till differentialekvationen (10), enär det innehåller de tvenne arbiträra konstanterna α, β.

Ur de två senare af ekvationerna (10_1) erhåller man nu

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\lambda_1} = -\varepsilon_1\sqrt{\frac{k_2}{2}\frac{\varrho(\lambda_1)}{r(\lambda_1)}} ,$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial\lambda_2} = -\varepsilon_2\sqrt{\frac{k_2}{2}\frac{\varrho(\lambda_2)}{r(\lambda_2)}} ,$$

der

$$\varrho(\lambda) = (\lambda - \alpha)(\lambda - \beta) ,$$

och der ε_1, ε_2 beteckna kvantiteten ± 1, hvilkens tecken sedermera skall angifvas; men emedan

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial\lambda_1} ,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial\lambda_2} ,$$

får man på grund af differentialekvationerna (4_2):

$$-\varepsilon_1\sqrt{\frac{k_2}{2}\frac{\varrho(\lambda_1)}{r(\lambda_1)}}=\frac{1}{4}\frac{\lambda_2-\lambda_1}{r(\lambda_1)}\frac{d\lambda_1}{dt},$$

$$-\varepsilon_2\sqrt{\frac{k_2}{2}\frac{\varrho(\lambda_2)}{r(\lambda_2)}}=\frac{1}{4}\frac{\lambda_1-\lambda_2}{r(\lambda_2)}\frac{d\lambda_2}{dt},$$

eller, om man sätter

$$R(\lambda)=8k_2r(\lambda)\varrho(\lambda)=8k_2(\lambda-a)(\lambda-b)(\lambda-c)(\lambda-\alpha)(\lambda-\beta):$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1\sqrt{R(\lambda_1)}&=(\lambda_1-\lambda_2)\frac{d\lambda_1}{dt},\\ \varepsilon_2\sqrt{R(\lambda_2)}&=(\lambda_2-\lambda_1)\frac{d\lambda_2}{dt},\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

och till slut:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varepsilon_1 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}}&=0,\\ \frac{\varepsilon_1\lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2\lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}}&=dt.\end{aligned}\right\}\quad(12_1)$$

Ur dessa ekvationer har man nu att bestämma λ_1, λ_2 och sedan den rörliga punktens koordinater x, y, z. — Emellertid läta ekvationerna (12_1) i väsentlig grad förenkla sig; de innehålla nemligen konstanterna α, β, a, b, c, och af dessa äro endast α, β bestämda, nemligen — såsom vi snart skola se — på grund af rörelsens begynnelsetillstånd, men kvantiteterna a, b, c äro ännu icke underkastade annat vilkor än att de skola satisfiera likheten (8). Man kan derföre pålägga de samma ett nytt vilkor, t. ex. att en af dem skall vara lika med endera af integrationskonstanterna, exempelvis $b=\beta$. Ekvationerna (12_1) öfvergå då till följande form:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varepsilon_1 d\lambda_1}{(\lambda_1-b)\sqrt{R_1(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2 d\lambda_2}{(\lambda_2-b)\sqrt{R_1(\lambda_2)}}&=0,\\ \frac{\varepsilon_1\lambda_1 d\lambda_1}{(\lambda_1-b)\sqrt{R_1(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2\lambda_2 d\lambda_2}{(\lambda_2-b)\sqrt{R_1(\lambda_2)}}&=dt,\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

der

$$R_1(\lambda)=8k_2(\lambda-a)(\lambda-c)(\lambda-\alpha).$$

3. Vi gå nu att verkställa bestämningen af α, β, och således också af b, för att sedan härleda uttrycken på a, c.

Ur ekvationerna (12) erhåller man

$$(\lambda_s - \alpha)(\lambda_s - \beta) = \lambda_s^2 - (\alpha + \beta)\lambda_s + \alpha\beta = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 \lambda'^2_s}{8k_2 r(\lambda_s)}, \quad (s = 1, 2)$$

altsä genom ledvis subtraktion:

$$\alpha + \beta = \lambda_1 + \lambda_2 + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{8k_2}\left\{\frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\};$$

vidare erhåller man genom förlängning med λ_1, λ_2 successive samt subtraktion led från led:

$$\alpha\beta = \lambda_1\lambda_2 + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{8k_2}\left\{\frac{\lambda'^2_1\lambda_2}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2\lambda_1}{r(\lambda_2)}\right\},$$

hvaraf följer, att α, β äro rötter till ekvationen

$$\delta^2 - \psi_1\delta + \psi_2 = 0, \tag{14}$$

hvarest

$$\psi_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{8k_2}\left\{\frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\},$$

$$\psi_2 = \lambda_1\lambda_2 + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{8k_2}\left\{\frac{\lambda'^2_1\lambda_2}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2\lambda_1}{r(\lambda_2)}\right\}.$$

Som nu α, β komma att innehålla ψ_1, ψ_2, skola vi visa, hurusom dessa kvantiteter kunna uttryckas i funktioner af rörelsens begynnelsevärden x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0.

Emedan

$$\sum\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda_1}\right)^2 = \frac{1}{4}\,\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{r(\lambda_1)},$$

$$\sum\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda_2}\right)^2 = \frac{1}{4}\,\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{r(\lambda_2)},$$

$$\sum\frac{\partial x}{\partial\lambda_1}\,\frac{\partial x}{\partial\lambda_2} = 0;$$

$$\sum a\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda_1}\right)^2 = \frac{\lambda_1}{4}\,\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{r(\lambda_1)},$$

$$\sum a\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda_2}\right)^2 = \frac{\lambda_2}{4}\,\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{r(\lambda_2)},$$

samt slutligen

$$x' = \frac{\partial x}{\partial \lambda_1} \lambda'_1 + \frac{\partial x}{\partial \lambda_2} \lambda'_2 ,$$

$$y' = \frac{\partial y}{\partial \lambda_1} \lambda'_1 + \frac{\partial y}{\partial \lambda_2} \lambda'_2 ,$$

$$z' = \frac{\partial z}{\partial \lambda_1} \lambda'_1 + \frac{\partial z}{\partial \lambda_2} \lambda'_2 ,$$

så finner man nemligen, att

$$\sum x'^2 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{4} \left\{ \frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} \right\} ,$$

$$\sum a x'^2 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{4} \left\{ \frac{\lambda_1 \lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_2 \lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} \right\} .$$

Men nu är

$$\frac{\lambda_2 \lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_1 \lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} = (\lambda_1 + \lambda_2) \left\{ \frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} \right\} - \left\{ \frac{\lambda_1 \lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_2 \lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} \right\} ,$$

altså

$$\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{4} \left\{ \frac{\lambda_2 \lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_1 \lambda'^2_2}{r(\lambda_2)} \right\} = (\lambda_1 + \lambda_2) \sum x'^2 - \sum a x'^2 ,$$

och om man nu observerar att

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \sum (b + c) x^2 ,$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = \sum b c x^2 ,$$

erhåller man för bestämmandet af α, β följande ekvation:

$$\delta^2 - \left(a x_1^2 + b y_1^2 + c z_1^2 + \frac{v_0^2}{2k_2} \right) \delta + \frac{v_0^2}{2k_2} \left(a x_1^2 + b y_1^2 + c z_1^2 \right) -$$

$$- \frac{1}{2k_2} \left(a x'^2_0 + b y'^2_0 + c z'^2_0 \right) + a b z_0^2 + a c y_0^2 + b c x_0^2 = 0 , \quad (15)$$

då man beteckningsvis skrifver

$$\left.\begin{aligned} x_0^2 + y_0^2 &= z_1^2 \\ x_0^2 + z_0^2 &= y_1^2 , \\ y_0^2 + z_0^2 &= x_1^2 \\ x'^2_0 + y'^2_0 + z'^2_0 &= v_0^2 . \end{aligned}\right\} \quad (15_1)$$

4. Vi skola vidare se till, hurusom man nu kan finna uttrycken på a, c.

Om man sätter

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu_1(B + C) + \mu_2 A + \mu_3 , \\ b &= \mu_1(A + C) + \mu_2 B + \mu_3 , \\ c &= \mu_1(A + B) + \mu_2 C + \mu_3 , \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

blir vilkorsekvationen (8) identiskt satisfierad för hvilka värden som helst på konstanterna μ_1, μ_2, μ_3. Det gäller då endast, för att ekvationerna (13) skola vara gällande, att bestämma dessa konstanter på sådant sätt, att $b = \beta$, d. ä. på sådant sätt att

$$b^2 - \psi_1 b + \psi_2 = 0 . \quad (16_1)$$

Om man i ekvationen (16_1) eller, som är det samma, i ekvationen (15) inför de i (16) gifna uttrycken på a, b, c, finner man, att μ_3 utfaller samt att μ_1, μ_2 komma att bli förenade genom följande relation: $\left[\text{enär } k_2 = \dfrac{1}{\mu_1 - \mu_2}\right]$:

$$p_0 \mu_1^2 + 2p_1 \mu_1 \mu_2 + p_2 \mu_2^2 = 0 , \quad (17)$$

der

$$p_0 = \left(A + C - \frac{v_0^2}{2}\right)(A + C - s\,\sigma) - \frac{1}{2}(v_0^2 s - \sigma') + r ,$$

$$p_1 = B(A + C) + \frac{1}{2}(A - B + C)\sigma - \frac{1}{2}s^2 + \frac{v_0^2}{2}(A + C - \sigma) + \frac{1}{2}(q - \sigma'),$$

$$p_2 = \left(B + \frac{v_0^2}{2}\right)(\sigma - A - C) + \frac{\sigma'}{2} + \sigma'' ,$$

hvarest

$$s = A + B + C , \quad \sigma = Ax_0^2 + By_0^2 + Cz_0^2 , \quad \sigma' = Ax_0'^2 + By_0'^2 + Cz_0'^2 ,$$

$$\sigma'' = BCx_0^2 + ACy_0^2 + ABz_0^2 ,$$

$$q = (B^2 + C^2 + AB + AC)x_0^2 + (A^2 + C^2 + AB + BC)y_0^2 + \\ + (A^2 + B^2 + AC + BC)z_0^2 = s^2 - r - \sigma'' ,$$

$$r = AB + AC + BC + A^2x_0^2 + B^2y_0^2 + C^2z_0^2 ,$$

eftersom

$$a_1x_1^2 + b_1y_1^2 + c_1z_1^2 = s + \sigma\,,\quad \alpha_1x_1^2 + \beta_1y_1^2 + \gamma_1z_1^2 = \mu_2(s - \sigma) + 2\mu_3\,,$$

$$\alpha_1x'^2_0 + \beta_1y'^2_0 + \gamma z'^2_0 = \mu_2\sigma' + \mu_3v_0^2\,,\quad a_1x'^2_0 + b_1y'^2_0 + cz'^2_0 = sv_0^2 - \sigma'\,,$$

$$(a_1\beta_1 + \alpha_1b_1)z_0^2 + (a_1\gamma_1 + \alpha_1c_1)y_0^2 + (b_1\gamma_1 + \beta_1c_1)x_0^2 = q + \mu_3(s + \sigma)\,,$$

då man beteckningsvis sätter

$$a_1 = B + C\,,\ b_1 = A + C\,,\ c_1 = A + B\,,$$

$$\alpha_1 = \mu_2A + \mu_3\,,\ \beta_1 = \mu_2B + \mu_3\,,\ \gamma_1 = \mu_2C + \mu_3\,.$$

Emedan sålunda ekvationen (17) icke innehåller konstanten u_3, kan man i (16) sätta den samma lika med noll, utan att detta medför någon inskränkning i lösningens allmängiltighet.

Ekvationen (17) satisfieras nu af tvenne särskilda värden μ'_1, μ''_1 på μ_1, nemligen

$$\mu'_1 = \mu_2f'\,,\ \mu''_1 = \mu_2f''\,,$$

der

$$\left.\begin{matrix} f' \\ f'' \end{matrix}\right\} = -\frac{1}{p_0}\left(p_1 \pm \sqrt{p_1^2 - p_0p_2}\right), \tag{17$_1$}$$

och emedan såväl

$$\delta' = \mu'_1(A + C) + \mu_2B \quad \text{som} \quad \delta'' = \mu''_1(A + C) + \mu_2B$$

utgöra rötter till ekvationen (15), har man att sätta antingen

$$b = \delta' = \mu'_1(A + C) + \mu_2B\,,\ \alpha = \delta'' = \mu''_1(A + C) + \mu_2B\,,$$

eller

$$b = \delta'' = \mu''_1(A + C) + \mu_2B\,,\ \alpha = \delta' = \mu'_1(A + C) + \mu_2B\,,$$

hvaraf åter följer, att det på konstanterna a, b, c, α gifves tvenne olika värdesystem, nemligen

1:o)

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu'_1(B + C) + \mu_2A = \mu_2\{f'\cdot(B + C) + A\}\,, \\ b &= \mu'_1(A + C) + \mu_2B = \mu_2\{f'\cdot(A + C) + B\}\,, \\ c &= \mu'_1(A + B) + \mu_2C = \mu_2\{f'\cdot(A + B) + C\}\,, \\ \alpha &= \mu''_1(A + C) + \mu_2B = \mu_2\{f''\cdot(A + C) + B\}\,; \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

och 2:o)

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu''_1(B + C) + \mu_2A = \mu_2\{f''\cdot(B + C) + A\}\,, \\ b &= \mu''_1(A + C) + \mu_2B = \mu_2\{f''\cdot(A + C) + B\}\,, \\ c &= \mu''_1(A + B) + \mu_2C = \mu_2\{f''\cdot(A + B) + C\}\,, \\ \alpha &= \mu'_1(A + C) + \mu_2B = \mu_2\{f'\cdot(A + C) + B\}\,. \end{aligned}\right\} \tag{18$_1$}$$

Härstädes kan man tilldela konstanten μ_2 hvilket talvärde man behagar.

För att man nu, såsom sig bör, skall erhålla reela värden på koordinaterna x, y, z, fordras, att a, b, c, α alle samman äro reela kvantiteter, hvilket åter i sin ordning kräfver, att

$$p_1^2 \geqq p_0 p_2 .$$

5. Sedan vi sålunda funnit värdena af konstanterna a, b, c, α, skola vi öfvergå till integrationerna (13), hvilka äro

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon_1 d\lambda_1}{(\lambda_1 - b)\sqrt{R_1(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2 d\lambda_2}{(\lambda_2 - b)\sqrt{R_1(\lambda_2)}} &= 0 , \\ \frac{\varepsilon_1 \lambda_1 d\lambda_1}{(\lambda_1 - b)\sqrt{R_1(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2 \lambda_2 d\lambda_2}{(\lambda_2 - b)\sqrt{R_1(\lambda_2)}} &= dt \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

der

$$\left.\begin{aligned} R_1(\lambda_1) &= 8k_2(\lambda - a)(\lambda - c)(\lambda - \alpha) , \\ k_2 &= \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} . \end{aligned}\right\} \quad (19_1)$$

Beträffande kvantiteterna ε_1, ε_2, så se vi af ekvationerna (12), att deras tecken bestämmas af tecknen för $-\lambda'_1$ och $+\lambda'_2$, om vi nemligen antaga λ_2 vara den större af de båda variablerna λ_1, λ_2. Låtom oss då för enkelhets skull sätta $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = +1$.

Rörande konstanterna a, b, c, antaga vi nu, att de hafva storleksordningen

$$a < b < c ; \qquad (20)$$

då måste λ_1, λ_2, eftersom de äro rötter till ekvationen

$$\frac{x^2}{\lambda - a} + \frac{y^2}{\lambda - b} + \frac{z^2}{\lambda - c} = 0 ,$$

vara reela samt dessutom uppfylla vilkoret

$$a < \lambda_1 < b < \lambda_2 < c , \qquad (20_1)$$

hvaraf åter följer, att man måste hafva

$$k_2(\lambda_s - \alpha) < 0 , \quad (s = 1, 2);$$

och alltså måste man äfven, enär man mellan a, b, c fastställt storleksordningen (20), antaga $k_2 > 0$,[1]) och sålunda också $\alpha > \lambda_2 > \lambda_1$.

[1]) Anm. Man kan alltid bestämma den arbiträra konstanten μ_2 på sådant sätt, att $k_2 > 0$.

Mellan kvantiteterna a, b, c, α äro följaktligen kombinationerna

$$\left.\begin{array}{l} 1)\quad a < b < c < \alpha\,, \\ 2)\quad a < b < \alpha < c \end{array}\right\} \quad (20_2)$$

möjliga, och mot hvar och en af dessa kombinationer svarar en särskild lösning till problemet.

Om man nu håller sig till fallet 1) och i stället för λ_1, λ_2 inför ett par nya variabler s_1, s_2 genom substitutionerna

$$\lambda_1 = a + (c - a)s_1^2\,, \quad \lambda_2 = a + (c - a)s_2^2\,, \tag{21}$$

låta ekvationerna (19) transformera sig till följande form:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{ds_1}{f(s_1)} + \dfrac{ds_2}{f(s_2)} = 0\,, \\ \dfrac{s_1^2 ds_1}{f(s_1)} + \dfrac{s_2^2 ds_2}{f(s_2)} = -\,g dt\,, \end{array}\right\} \quad (22)$$

$$f(s) = (h^2 - s^2)\sqrt{(1 - s^2)\,(1 - k^2 s^2)}\,,$$

$$h^2 = \frac{b - a}{c - a} < 1\,, \quad k^2 = \frac{c - a}{\alpha - a} < 1\,, \quad g = \frac{1}{2}\sqrt{8k_2(\alpha - a)}\,, \tag{22$_1$}$$

och om man sätter

$$s_1 = sn(u_1\,,\ k)\,, \quad s_2 = sn(u_2\,,\ k)\,, \quad h = sn(\gamma\,,\ k)\,,$$

erhåller man

$$\frac{du_1}{sn^2\gamma - sn^2 u_1} + \frac{du_2}{sn^2\gamma - sn^2 u_2} = 0\,,$$

$$\frac{sn^2 u_1 du_1}{sn^2\gamma - sn^2 u_1} + \frac{sn^2 u_2 du_2}{sn^2\gamma - sn^2 u_2} = -\,g dt\,,$$

eller till slut:

$$\left.\begin{array}{l} du_1 + du_2 = +\,g dt\,, \\ \dfrac{du_1}{sn^2\gamma - sn^2 u_1} + \dfrac{du_2}{sn^2\gamma - sn^2 u_2} = 0\,. \end{array}\right\} \quad (23)$$

Detta ekvationssystem låter omedelbart integrera sig, blott man observerar, att

$$\frac{sn\gamma\, cn\gamma\, dn\gamma}{sn^2 u - sn^2\gamma} = \frac{\theta'(\gamma)}{\theta(\gamma)} + \frac{1}{2}\, \mathrm{D}_u \log \frac{\theta_1(\gamma - u)}{\theta_1(\gamma + u)}\,;$$

man erhåller nemligen

$$u_1 + u_2 = gt + g',$$

$$\frac{1}{2}\log\frac{\theta_1(\gamma - u)\theta_1(u_2 - \gamma)}{\theta_1(\gamma + u)\theta_1(u_2 + \gamma)} = -\frac{\theta'(\gamma)}{\theta(\gamma)}(gt + g''),$$

der g', g'' beteckna integrationskonstanter, och vidare

$$\left.\begin{aligned} u_1 + u_2 &= \tau_1, \\ \frac{\theta_1(\gamma - u_1)\theta_1(u_2 - \gamma)}{\theta_1(\gamma + u_1)\theta_1(u_2 + \gamma)} &= e^{-2\tau_2} \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

hvarest

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= gt + g', \\ \tau_2 &= -\frac{\theta'(\gamma)}{\theta(\gamma)}(gt + g''). \end{aligned}\right\} \quad (24_1)$$

Vi skola nu se till, hurusom man ur dessa ekvationer kan komma åt uttrycken på u_1, u_2 i funktioner af tiden. [1])

Om x, y, z, a, b beteckna argument hvilka som helst, gälla mellan de JACOBISKA θ-funktionerna följande relationer:

$$\left.\begin{aligned} &\theta_1(y + a)\theta_1(y + b)\theta(z + x + a + b)\theta(z - x) = \\ &\quad = \theta(x + a)\theta(x + b)\theta_1(y + z + a + b)\theta_1(y - z) + \\ &\qquad + \theta_1(z + a)\theta_1(z + b)\theta(x + y + a + b)\theta(x - y), \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

$$\left.\begin{aligned} &\theta_1(y + a)\theta_1(y + b)\theta_2(z + x + a + b)\theta_2(z - x) = \\ &\quad = \theta_2(x + a)\theta_2(x + b)\theta_1(y + z + a + b)\theta_1(y - z) + \\ &\qquad + \theta_1(z + a)\theta_1(z + b)\theta_2(x + y + a + b)\theta_2(x - y), \end{aligned}\right\} \quad (25_1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\theta_1(y + a)\theta_1(y + b)\theta_3(z + x + a + b)\theta_3(z - x) = \\ &\quad = \theta_3(x + a)\theta_3(x + b)\theta_1(y + z + a + b)\theta_1(y - z) + \\ &\qquad + \theta_1(z + a)\theta_1(z + b)\theta_3(x + y + a + b)\theta_3(x - y). \end{aligned}\right\} \quad (25_2)$$

Om man i den första af dessa formler gör $x = z = 0$ och observerar, att θ_1 är udda, men de öfriga θ-funktionerna jemna, så erhåller man

$$\left.\begin{aligned} &\theta(a + b)\theta_1(a + y)\theta_1(b + y)\theta(0) = \\ &\quad = \theta(a)\theta(b)\theta_1(a + b + y)\theta_1(y) + \theta_1(a)\theta_1(b)\theta(a + b + y)\theta(y), \end{aligned}\right\} \quad (25_3)$$

[1]) Se för öfrigt ROSENHAINS arbete: »Memoire sur les fonctions de deux variables . . .»

och om man häri ändrar tecknet för y:

$$\left.\begin{aligned}&\theta(a+b)\theta_1(a-y)\theta_1(b-y)\theta(0)=\\&=-\theta(a)\theta(b)\theta_1(a+b-y)\theta_1(y)+\theta_1(a)\theta_1(b)\theta(a+b-y)\theta(y)\,,\end{aligned}\right\}(25_4)$$

hvaraf genom ledvis division

$$\frac{\theta_1(a+y)\theta_1(b+y)}{\theta_1(a-y)\theta_1(b-y)}=\frac{\theta_1(a+b+y)\theta_1(y)+\frac{\theta_1(a)}{\theta(a)}\frac{\theta_1(b)}{\theta(b)}\theta(a+b+y)\theta(y)}{-\theta_1(a+b-y)\theta_1(y)+\frac{\theta_1(a)}{\theta(a)}\frac{\theta_1(b)}{\theta(b)}\theta(a+b-y)\theta(y)}$$

$$=\frac{\theta_1(a+b+y)\theta_1(y)+ksna\,snb\theta(a+b+y)\theta(y)}{-\theta_1(a+b-y)\theta_1(y)+ksna\,snb\theta(a+b-y)\theta(y)}\,.$$

På liknande sätt erhåller man ur (25_1), (25_2) följande likheter:

$$\frac{\theta_1(a+y)\theta_1(b+y)}{\theta_1(a-y)\theta_1(b-y)}=$$

$$=\frac{\theta_1(a+b+y)\theta_1(y)\frac{k}{k'}cna\,cnb+ksna\,snb\theta_2(a+b+y)\theta_2(y)}{-\theta_1(a+b-y)\theta_1(y)\frac{k}{k'}cna\,cnb+ksna\,snb\theta_2(a+b-y)\theta_2(y)}$$

$$=\frac{\theta_1(a+b+y)\theta_1(y)k'dna\,dnb+ksna\,snb\theta_3(a+b+y)\theta_3(y)}{-\theta_1(a+b-y)\theta_1(y)k'dna\,dnb+ksna\,snb\theta_3(a+b-y)\theta_3(y)}\,,$$

och om man utbyter a, b, y, mot u_1, u_2, γ, får man slutligen:

$$\frac{\theta_1(\gamma+u_1)\theta_1(\gamma+u_2)}{\theta_1(\gamma-u_1)\theta_1(\gamma-u_2)}=$$

$$=\frac{\theta_1(\tau_1+\gamma)\theta_1(\gamma)+ksnu_1snu_2\theta(\tau_1+\gamma)\theta(\gamma)}{-\theta_1(\tau_1-\gamma)\theta_1(\gamma)+ksnu_1snu_2\theta(\tau_1-\gamma)\theta(\gamma)}$$

$$=\frac{\theta_1(\tau_1+\gamma)\theta_1(\gamma)cnu_1cnu_2+k'snu_1snu_2\theta_2(\tau_1+\gamma)\theta_2(\gamma)}{-\theta_1(\tau_1-\gamma)\theta_1(\gamma)cnu_1cnu_2+k'snu_1snu_2\theta_2(\tau_1-\gamma)\theta_2(\gamma)}$$

$$=\frac{\theta_1(\tau_1+\gamma)\theta_1(\gamma)k'dnu_1dnu_2+ksnu_1snu_2\theta_3(\tau_1+\gamma)\theta_3(\gamma)}{-\theta_1(\tau_1-\gamma)\theta_1(\gamma)k'dnu_1dnu_2+ksnu_1snu_2\theta_3(\tau_1-\gamma)\theta_3(\gamma)}\,,$$

eller på grund af (24):

$$snu_1snu_2=\frac{1}{k}\frac{\theta_1(\gamma)}{\theta(\gamma)}\frac{\varphi_1}{\varphi}\,,\qquad(26)$$

$$cnu_1cnu_2=\frac{k'}{k}\frac{\theta_2(\gamma)}{\theta(\gamma)}\frac{\varphi_2}{\varphi}\,,\qquad(26_1)$$

$$dnu_1dnu_2=\frac{1}{k'}\frac{\theta_3(\gamma)}{\theta(\gamma)}\frac{\varphi_3}{\varphi}\,,\qquad(26_2)$$

der

$$\left.\begin{aligned}\varphi &= e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)\,, \\ \varphi_1 &= e^{-\tau_2}\theta_1(\tau_1 - \gamma) - e^{\tau_2}\theta_1(\tau_1 + \gamma)\,, \\ \varphi_2 &= e^{-\tau_2}\theta_2(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta_2(\tau_1 + \gamma)\,, \\ \varphi_3 &= e^{-\tau_2}\theta_3(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta_3(\tau_1 + \gamma)\,. \end{aligned}\right\} (26_3)$$

Men utom dessa med afseende på u_1, u_2 symmetriska funktioner, hafva vi i det följande behof af ännu en dylik, nemligen

$$f(t) = \sqrt{(sn^2u_1 - sn^2\gamma)\,(sn^2u_2 - sn^2\gamma)}\,,$$

hvars uttryck i t vi här skola härleda.

Funktionen kan skrifvas

$$f^2(t) = \frac{1}{k^2}\left[\frac{\theta_1^2(u)}{\theta^2(u_1)} - \frac{\theta_1^2(\gamma)}{\theta^2(\gamma)}\right]\left[\frac{\theta_1^2(u_2)}{\theta^2(u_2)} - \frac{\theta_1^2(\gamma)}{\theta^2(\gamma)}\right]$$

$$= \frac{1}{k^2}\frac{[\theta_1^2(u_1)\theta^2(\gamma) - \theta^2(u_1)\theta_1^2(\gamma)]\,[\theta_1^2(u_2)\theta^2(\gamma) - \theta^2(u_2)\theta_1^2(\gamma)]}{\theta^2(u_1)\theta^2(u_2)\theta^4(\gamma)}$$

$$= \frac{1}{k^2}\frac{\theta^4(0)}{\theta^4(\gamma)}\frac{\theta_1(u_1 + \gamma)\theta_1(u_1 - \gamma)\theta_1(u_2 + \gamma)\theta_1(u_2 - \gamma)}{\theta^2(u_1)\theta^2(u_2)}$$

enär

$$\theta_1(z + a)\theta_1(z - a)\theta^2(0) = \theta^2(a)\theta_1^2(z) - \theta_1^2(a)\theta^2(z)\,,$$

såsom framgår af (25_4), om man gör $b = -a$, hvaraf i följd af ekvationen (24):

$$f(t) = \frac{i}{k}\frac{\theta^2(0)}{\theta^2(\gamma)}e^{\tau_2}\frac{\theta_1(u_1 + \gamma)\theta_1(u_2 + \gamma)}{\theta(u_1)\theta(u_2)}\,.$$

Men om man i formeln (25_3) inför u_1, u_2 γ i stället för a, b, y resp., så erhåller man likheten

$$\frac{\theta_1(u + \gamma)\theta_1(u_2 + \gamma)\theta(\tau_1)\theta(0)}{\theta(u_1)\theta(u_2)\theta_1(\gamma)} = \theta_1(\tau_1 + \gamma) + \frac{\theta_1(u_1)\theta_1(u_2)\theta(\gamma)}{\theta(u_1)\theta(u_2)\theta_1(\gamma)}\theta(\tau_1 + \gamma)\,.$$

På grund af (26) åter har man

$$\frac{\theta_1(u_1)\theta_1(u_2)\theta(\gamma)}{\theta(u_1)\theta(u_2)\theta_1(\gamma)} = \frac{e^{-\tau_2}\theta_1(\tau_1 - \gamma) - e^{\tau_2}\theta_1(\tau_1 + \gamma)}{e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)}\,,$$

alltså

$$\frac{(u_1 + \gamma)\theta_1(u_2 + \gamma)\theta(\tau_1)\theta(0)}{\theta(u_1)\theta(u_2)\theta_1(\gamma)} = e^{-\tau_2}\frac{\theta_1(\tau_1 + \gamma)\theta(\tau_1 - \gamma) + \theta_1(\tau_1 - \gamma)\theta(\tau_1 + \gamma)}{e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)}\,;$$

θ-relationen

$$\theta_1(z+a)\theta(z-a)\theta_2(0)\theta_3(0)=\theta_2(a)\theta_3(a)\theta(z)\theta_1(z)+\theta_1(a)\theta(a)\theta_2(z)\theta_3(z)\,,$$

hvilken erhålles, om man i (25_1) gör $x=z=0$, $b=-a+\frac{\omega'}{2}$ och observerar att

$$\theta_1\left(u+\frac{\omega'}{2}\right)=\frac{i}{\sqrt[4]{q}}e^{-\frac{\pi i}{\omega}u}\theta(u)\,,\quad \theta_2\left(u+\frac{\omega'}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt[4]{q}}e^{-\frac{\pi i}{\omega}u}\theta_3(u)\,,\text{ [1]}$$

ger emellertid, om man ändrar tecknet för a:

$$\theta_1(z+a)\theta(z-a)\theta_2(0)\theta_3(0)=\theta_2(a)\theta_3(a)\theta(z)\theta_1(z)-\theta_1(a)\theta(a)\theta_2(z)\theta_3(z)$$

och om man häri utbyter z och a mot τ_1 och γ samt adderar:

$$\{\theta_1(\tau_1+\gamma)\theta(\tau_1-\gamma)+\theta_1(\tau_1-\gamma)\theta(\tau_1+\gamma)\}\theta_2(0)\theta_3(0)=$$
$$=2\theta_2(\gamma)\theta_3(\gamma)\theta(\tau_1)\theta_1(\tau_1)\,;$$

hvadan

$$e^{\tau_2}\frac{\theta_1(u_1+\gamma)\theta_1(u_2+\gamma)}{\theta(u_1)\theta(u_2)}=2\frac{\theta_1(\gamma)}{\theta(0)}\frac{\theta_2(\gamma)\theta_3(\gamma)}{\theta_2(0)\theta_3(0)}\frac{\theta_1(\tau_1)}{\varphi}\,,$$

och följaktligen

$$f(t)=\sqrt{(sn^2u_1-sn^2\gamma)(sn^2u_2-sn^2\gamma)}$$
$$=2i\frac{\theta(0)}{k}\frac{\theta_1(\gamma)\theta_2(\gamma)\theta_3(\gamma)}{\theta^2(\gamma)\theta_2(0)\theta_3(0)}\frac{\theta_1(\tau_1)}{\varphi}$$

eller

$$f(t)=2isn\gamma cn\gamma\frac{\theta_3(\gamma)}{\theta_2(0)}\frac{\theta_1(\tau_1)}{\varphi}\,. \tag{27}$$

Med tillhjälp af ekvationerna (26), (26_1), (27) kan man nu finna uttrycken på den rörliga punktens koordinater.

På grund af (6), (21), (22_1) erhåller man nemligen

$$(\lambda_1-a)(\lambda_2-a)=(c-a)^2s_1^2s_2^2\,,$$
$$(\lambda_1-b)(\lambda_2-b)=(c-a)^2(h^2-s_1^2)(h^2-s_2^2)\,,$$
$$(\lambda_1-c)(\lambda_2-c)=(c-a)^2(1-s_1^2)(1-s_2^2)\,,$$

[1]) Se Briot et Bouquet: »Fonctions Elliptiques», Paris 1875.

eller

$$(\lambda_1 - a)(\lambda_2 - a) = (c - a)^2 \frac{sn^2\gamma}{k} \frac{\varphi_1^2}{\varphi^2},$$

$$(\lambda_1 - b)(\lambda_2 - b) = -(c - a)^2 \frac{sn^2\gamma cn^2\gamma}{\theta_2^2(0)} \frac{4\theta_3^2(\gamma)\theta_1^2(\tau_1)}{\varphi^2}$$

$$(\lambda_1 - c)(\lambda_2 - c) = (c - a)^2 \frac{k'}{k} sn^2\gamma \frac{\varphi_3^2}{\varphi^2},$$

alldenstund

$$sn(u\,,\ k) = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\theta_1(u)}{\theta(u)},\quad cn(u\,,\ k) = \frac{\sqrt{k'}}{k} \frac{\theta_2(u)}{\theta(u)},$$

och alltså till slut:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\theta_3(0)}{\theta_2(0)} \frac{e^{-\tau_2}\theta_1(\tau_1 - \gamma) - e^{\tau_2}\theta_1(\tau_1 + \gamma)}{e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)}, \\ y &= \frac{2\theta_3(\gamma)}{\theta_2(0)} \frac{\theta_1(\tau_1)}{e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)}, \\ z &= \frac{\theta(0)}{\theta_2(0)} \frac{e^{-\tau_2}\theta_2(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta_2(\tau_1 + \gamma)}{e^{-\tau_2}\theta(\tau_1 - \gamma) + e^{\tau_2}\theta(\tau_1 + \gamma)}, \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

eftersom

$$sn\gamma = \sqrt{\frac{b - a}{c - a}},\quad cn\gamma = \sqrt{\frac{c - b}{c - a}},\quad \sqrt{k} = \frac{\theta_2(0)}{\theta_3(0)},\quad \sqrt{k'} = \frac{\theta(0)}{\theta_3(0)}.$$

§ B.

1. Efter att på detta sätt hafva framstält det i fråga varande problemets lösning i det enskilda fallet att $A' = B' = C' = 0$, öfvergå vi nu till behandling af det generellare, då dessa konstanter hafva från noll skilda värden, hvarvid potentialfunktionen är

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + (A'x^2 + B'y^2 + C'z^2)^2. \quad (29)$$

Om man häri inför koordinaterna λ_1, λ_2, erhåller man

$$U = k_1 - k_2(\lambda_1 + \lambda_2), \quad (29_1)$$

hvarest

$$k_1 = \frac{K_1}{\mathrm{P}},\quad k_2 = \frac{K_2}{\mathrm{P}}, \quad (29_2)$$

då man skrifver:

$$\left.\begin{aligned}
K_1 &= L\mathrm{P} + a^2X_1 + b^2X_2 + c^2X_3 + a^2b^2Y_1 + a^2c^2Y_2 + b^2c^2Y_3 + \\
&\qquad + a^4Z_1 + b^4Z_2 + c^4Z_3\,, \\
K_2 &= aX_1 + bX_2 + cX_3 + \\
&\qquad + ab(a+b)Y_1 + ac(a+c)Y_2 + bc(b+c)Y_3 + \\
&\qquad + 2a^3Z_1 + 2b^3Z_2 + 2c^3Z_3\,, \\
\mathrm{P} &= (a-b)^2(a-c)^2(b-c)^2\,; \\
&\text{och} \\
X_1 &= A(a-b)(a-c)(b-c)^2,\quad X_2 = B(b-a)(b-c)(a-c)^2, \\
X_3 &= C(c-a)(c-b)(a-b)^2\,; \\
Y_1 &= 2A'B'(c-a)(b-c)\,,\quad Y_2 = 2A'C'(a-b)(b-c)\,, \\
Y_3 &= 2B'C'(a-b)(c-a)\,; \\
Z_1 &= A'^2(b-c)^2,\quad Z_2 = B'^2(c-a)^2,\quad Z_3 = C'^2(a-b)^2,
\end{aligned}\right\}\quad (29_3)$$

under vilkor nemligen, att a, b, c satisfiera ekvationerna

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0\,, \qquad (30)$$

$$(a+b)Y_1 + (a+c)Y_2 + (b+c)Y_3 + 2aZ_1 + 2bZ_2 + 2cZ_3 = 0\,, \qquad (30_1)$$

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 + (a+b)^2Y_1 + (a+c)^2Y_2 + (b+c)^2Y_3 + \\ + 4a^2Z_1 + 4b^2Z_2 + 4c^2Z_3 = 0\,, \end{aligned} \qquad (30_2)$$

$$abY_1 + acY_2 + bcY_3 + a^2Z_1 + b^2Z_2 + c^2Z_3 = 0\,. \qquad (30_3)$$

Bestämningen af kvantiteterna a, b, c kan nu ske på följande sätt.

Ekvationen (30), som kan skrifvas

$$\begin{aligned}
(b-c)[2A'B'(c-a) + A'^2(b-c)] + \\
+ (c-a)[2B'C'(a-b) + B'^2(c-a)] + \\
+ (a-b)[2A'C'(b-c) + C'^2(a-b)] = 0\,,
\end{aligned}$$

blir identiskt satisfierad, om man sätter

$$\left.\begin{aligned}
2A'B'(c-a) + A'^2(b-c) &= \mu_1(b+c) + \mu_2 a + \mu_3\,, \\
2B'C'(a-b) + B'^2(c-a) &= \mu_1(c+a) + \mu_2 b + \mu_3\,, \\
2A'C'(b-c) + C'^2(a-b) &= \mu_1(a+b) + \mu_2 c + \mu_3\,,
\end{aligned}\right\}\quad (31)$$

(μ_1, μ_2, μ_3 obestämda konst.)

Häraf erhåller man

$$a\mathrm{D} = \mu_3\mathrm{D}_1\,,\quad b\mathrm{D} = \mu_3\mathrm{D}_2\,,\quad c\mathrm{D} = \mu_3\mathrm{D}_3\,, \qquad (31_1)$$

då man beteckningsvis skrifver

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & A'^2 - \mu_1 & 2A'B' - A'^2 - \mu_1 \\ 1 & -(2B'C' + \mu_2) & B'^2 - \mu_1 \\ 1 & 2A'C' - C'^2 - \mu_1 & -(2A'C' + \mu_2) \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & -(2A'B' + \mu_2) & 2A'B' - A'^2 - \mu_1 \\ 1 & 2B'C' - B'^2 - \mu_1 & B'^2 - \mu_1 \\ 1 & C'^2 - \mu_1 & -(2A'C' + \mu_2) \end{vmatrix},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & -(2A'B' + \mu_2) & A'^2 - \mu_1 \\ 1 & (2B'C' - B'^2 - \mu_1) & -(2B'C' + \mu_2) \\ 1 & C'^2 - \mu_1 & 2A'C' - C'^2 - \mu_1 \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} -(2A'B' + \mu_2) & A'^2 - \mu_1 & 2A'B' - A'^2 - \mu_1 \\ 2B'C' - B'^2 - \mu_1 & -(2B'C' + \mu_2) & B'^2 - \mu_1 \\ C'^2 - \mu_1 & 2A'C' - C'^2 - \mu_1 & -(2A'C' + \mu_2) \end{vmatrix}.$$

Man finner nu, att likheterna (31_1) blifva identiskt uppfylda för hvilka värden som helst på a, b, c, blott man bestämmer $\mu_2 - \mu_1$ ur ekvationen

$$(\mu_2 - \mu_1)^2 + 2N(\mu_2 - \mu_1) + N^2 = 0\,,$$

eller

$$\mu_2 - \mu_1 + N = 0\,, \tag{32}$$

der

$$N = A'B' + A'C' + B'C'\,.$$

Uttrycken (31) böra emellertid också satisfiera vilkorsekvationerna (30_1)—(30_3). — Likheten (30_1), som kan skrifvas under formen

$$\begin{aligned} & a(b-c)[2A'B'(c-a) + A'^2(b-c)] + \\ & \qquad + b(c-a)[2B'C'(a-b) + B'^2(c-a)] + \\ & \qquad\qquad + c(a-b)[2A'C'(b-c) + C'^2(a-b)] \\ & + (a-b)[2A'C'a(b-c) + C'^2c(a-b)] + \\ & \qquad + (c-a)[2B'C'c(a-b) + B'^2b(c-a)] + \\ & \qquad\qquad + (b-c)[2A'B'b(c-a) + A'^2a(b-c)] = 0\,, \end{aligned}$$

reducerar sig vid insättning till

$$\begin{aligned} & \mu_1[a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2)] + \\ & + \mu_2[a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)] + N(a-b)(a-c)(b-c) = 0\,, \end{aligned}$$

d. ä. till en med (32) identisk ekvation.

Vid substitution i vilkorsekvationen (30_2) eller, som är det samma, i ekvationen

$$\begin{aligned}
&a^2(b-c)[2A'B'(c-a)+A'^2(b-c)]+\\
&\qquad+b^2(c-a)[2B'C'(a-b)+B'^2(c-a)]+\\
&\qquad\qquad+c^2(a-b)[2A'C'(b-c)+C'^2(a-b)]\\
&+(b-c)[2A'B'b^2(c-a)+A'^2a^2(b-c)]+\\
&\qquad+(c-a)[2B'C'c^2(a-b)+B'^2b^2(c-a)]+\\
&\qquad\qquad+(a-b)[2A'C'a^2(b-c)+C'^2c^2(a-b)]+\\
&+(a-b)(a-c)(b-c)[A(b-c)+B(c-a)+C(a-b)]=0;
\end{aligned}$$

på grund af de i (31) gifna uttrycken, erhåller man åter:

$$\left.\begin{aligned}
&2\mu_3+(a+b+c)\mu_2+2(a+b)A'B'+2(a+c)A'C'+2(b+c)B'C'+\\
&\qquad+(b-c)A+(c-a)B+(a-b)C=0\,.
\end{aligned}\right\}(33)$$

Och slutligen finner man vid insättning i (30_3), hvilken ekvation kan skrifvas

$$\begin{aligned}
&a(b-c)[2A'B'b(c-a)+A'^2a(b-c)]+\\
&\qquad+b(c-a)[2B'C'c(a-b)+B'^2b(c-a)]+\\
&\qquad\qquad+c(a-b)[2A'C'a(b-c)+C'^2c(a-b)]=0\,,
\end{aligned}$$

följande relation:

$$\mu_3+(a+b+c)\mu_2+2aA'B'+2bB'C'+2cA'C'=0\,,$$

och på grund af denna i förening med (33) erhåller man:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu_3+2bA'B'+2aA'C'+2cB'C'+\\
&\qquad+(b-c)A+(c-a)B+(a-b)C=0\,,
\end{aligned}\right\}(34)$$

$$\left.\begin{aligned}
&(a+b+c)\mu_2+(a-b)(2A'B'-C)+(c-a)(2A'C'-B)+\\
&\qquad+(b-c)(2B'C'-A)=0\,.
\end{aligned}\right\}(35)$$

Ur dessa tvenne sista ekvationer har man nu att bestämma värdena på konstanterna a, b, c, och sedan man härledt dessa, finner man liksom i föregående §, att rörelseekvationerna blifva

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1\sqrt{R(\lambda_1)}&=(\lambda_1-\lambda_2)\frac{d\lambda_1}{dt}\,,\\
\varepsilon_2\sqrt{R(\lambda_2)}&=(\lambda_2-\lambda_1)\frac{d\lambda_2}{dt}\,,
\end{aligned}\right\}(36)$$

eller

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varepsilon_1 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}} = 0\,, \\ \frac{\varepsilon_1 \lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2 \lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}} = dt\,,\end{aligned}\right\} \quad (36_1)$$

$$R(\lambda) = 8k_2(\lambda - a)(\lambda - b)(\lambda - c)(\lambda - \alpha)(\lambda - \beta)\,,$$

der k_2 har det i (29_2) gifna värdet.

Man har nu att bestämma konstanterna μ, a, b, c. Denna bestämning låter emellertid verkställa sig på sådant sätt, att endera af integrationskonstanterna α, β blir lika med någon af kvantiteterna a, b, c, t. ex. $b = \beta$, och problemet kommer, liksom i föreg, §, att leda till elliptiska transcendenter, nemligen till dubbelperiodiska funktioner af andra slaget.

För att verkställa denna bestämning, har man att observera, hurusom integrationskonstanterna äro rötter till ekvationen

$$\delta^2 - \psi_1\delta + \psi_2 = 0 \quad (37)$$

der

$$\psi_1 = \sum (b + c)x_0^2 + \frac{1}{2k_2}\sum x_0'^2\,, \quad (38)$$

$$\psi_2 = \sum bcx_0^2 + \frac{1}{2k_2}\sum (b + c)x_0^2 \cdot \sum x_0'^2 - \frac{1}{2k_2}\sum ax_0'^2\,. \quad (39)$$

I följd af likheterna (34), (35) erhåller man

$$aA_1 + bB_1 + cC_1 + \mu_3 = 0\,,$$
$$a(A'_1 - \mu_2) + b(B'_1 - \mu_2) + c(C'_1 - \mu_2) = 0\,,$$

der

$$\begin{aligned} A_1 &= 2A'C' + C - B\,, & A'_1 &= A_1 - 2A'B' \\ B_1 &= 2A'B' + A - C\,, & B'_1 &= B_1 - 2B'C' \\ C_1 &= 2B'C' + B - A\,; & C'_1 &= C_1 - 2A'C'\,; \end{aligned}$$

man får alltså

$$a = \nu\mu_3 + \nu_1 b\,, \quad c = \nu'\mu_3 + \nu'_1 b \quad (40)$$

då man sätter

$$\nu = -\frac{C'_1}{D}\,, \quad \nu_1 = \frac{D_1}{D}\,, \quad \nu' = \frac{A'_1}{D}\,, \quad \nu'_1 = \frac{D'_1}{D}$$

$$D_1 = -\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B'_1 - \mu_2 & C'_1 - \mu_2 \end{vmatrix}, \quad D'_1 = \begin{vmatrix} B_1 & A_1 \\ B'_1 - \mu_2 & A'_1 - \mu_2 \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A'_1 - \mu_2 & C'_1 - \mu_2 \end{vmatrix}.$$

Konstanten k_2 befinnes gifven genom likheten

$$k_2(a-b)(a-c)(b-c) = Aa(b-c) + Bb(c-a) + Cc(a-b) + \\ + 2A'B'a(2a+b) + 2B'C'b(2b+c) + 2A'C'c(2c+a) + \\ + 2(ab+ac+bc)\mu_1 + 2(a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc)\mu_2 + 2(a+b+c)\mu_3$$

eller på grund af (32):

$$\left.\begin{aligned} & k_2(a-b)(a-c)(b-c) = ac(A_1 - A + B + 2N) + \\ & + ab(B_1 - B + C + 2N) + bc(C_1 - C + A + 2N) + 4a^2A'B' + \\ & + 4b^2B'C' + 4c^2A'C' + 2[(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2]\mu_2 + \\ & \qquad + 2(a+b+c)\mu_3 \,. \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

Ekvationen (37), som enligt antagande skall satisfieras af $\delta = b$, så att

$$b^2 - b\psi + \psi_2 = 0$$

låter skrifva sig under följande form:

$$p_0 b^2 + p_1 b + p_2 = 0\,, \qquad (42)$$

der

$$p_0 = 1 + \nu_1(z_0^2 - x_1^2) + \nu'_1(x_0^2 - z_1^2) + \nu_1\nu'_1 y_0^2 - y_1^2 = \\ = y_0^2(1 - \nu_1 - \nu'_1 + \nu_1\nu'_1)\,,$$

$$p_1 = \frac{1}{2k_2}\left[v_0^2(\nu_1 x_1^2 + y_1^2 + \nu'_1 z_1^2 - 1) - (\nu_1 x'^2_0 + y'^2_0 + \nu'_1 z'^2_0) + \right. \\ \left. + y_0^2\mu_3(\nu\nu'_1 + \nu'\nu_1 - \nu - \nu')\right],$$

$$p_2 = \frac{\mu_3}{2k_2}\left[v_0^2(\nu x_1^2 + \nu' z_1^2) - (\nu x'^2_0 + \nu' z'^2_0) + 2k_2\mu_3\nu\nu' y_0^2\right],$$

och om man nu i likheten (41) substituerar de i (40) gifna värdena på a och c, erhåller man:

$$k_2[\nu\mu_3 + (\nu_1 - 1)b][(\nu - \nu')\mu_3 + (\nu_1 - \nu_1')b][\nu'_1 - 1)b - \nu'\mu_3] = \\ = (A_1 - A + B + 2N)(\nu\mu_3 + \nu_1 b)(\nu'\mu_3 + \nu'_1 b) + \\ + (B_1 - B + C + 2N)(\nu\mu_3 + \nu_1 b)b + (C_1 - C + A + 2N)(\nu'\mu_3 + \nu'_1 b)b + \\ + 4A'B'(\nu\mu_3 + b)^2 + 4B'C'b^2 + 4A'C'(\nu'\mu_3 + \nu_1' b)^2 + \\ + 2\mu_2\{[\nu\mu_3 + (\nu_1 + 1)b]^2 + [(\nu + \nu')\mu_3 + (\nu_1 + \nu'_1)b]^2 + [\nu'\mu_3 + (\nu'_1 + 1)b]^2\} + \\ + 2\mu_3[(\nu + \nu')\mu_3 + (\nu_1 + \nu'_1 + 1)b]\,.$$

Man har nu att bestämma konstanterna b, μ_2, μ_3, k_2 med tillhjälp af den sista likheten i förening med ekvationen (42). För att de samma, såsom sig bör, må erhålla reela värden, sönderdela vi ekvationen (42) i tvenne, nemligen i

$$b(p_0 b + p_1) = 0 \tag{44}$$

$$p_2 = 0 \tag{44$_1$}$$

och bestämma b, μ_2, μ_3, lemnande k_2 arbiträrt.

På grund af (44$_1$) finner man vid införandet af värdena på ν, ν':

$$k_2\mu_3 = e + e'\mu_2\,, \tag{45}$$

der

$$e = \frac{\begin{vmatrix} A_1 & A_1' \\ C_1 & C'_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A'_1 & v_0^2 x_1^2 - x'^2_0 \\ C'_1 & v_0^2 z_1^2 - z'^2_0 \end{vmatrix}}{2A'_1 C'_1 y_0^2}\,, \quad e' = \frac{(C_1 - A_1)\begin{vmatrix} A'_1 & v_0^2 x_1^2 - x'^2_0 \\ C'_1 & v_0^2 z_1^2 - z'^2_0 \end{vmatrix}}{2A'_1 C'_1 y_0^2}\,.$$

Om den första roten i ekvationen (44), $b = 0$, införes i (43), finner man, med stöd af (45):

$$(A'_1 - C'_1)D^2 + 2[A'B'C'^2_1 + A'C'A'^2_1 - \tfrac{1}{4}A'_1C'_1(A_1 - A + B + 2N) +$$
$$+ \mu_2(A'^2_1 - A'_1C'_1 + C'^2_1)]D + A'_1C'_1(A'_1 + C'_1)(e + e'\mu_2) = 0. \tag{46}$$

Ur denna andra grads ekvation finner man två värden på μ_2: μ'_2, μ''_2, hvarefter man medels (45) bestämmer de motsvarande värdena på μ_3: μ'_3, μ''_3.

Man har följaktligen att sätta

$$1)\quad a = \nu\mu'_3\,,\quad b = 0\,,\quad c = \nu'\mu'_3\,,\quad \alpha = -\frac{p_1}{p_0}\,,$$

$$2)\quad a = \nu\mu''_3\,,\quad b = 0\,,\quad c = \nu'\mu''_3\,,\quad \alpha = -\frac{p_1}{p_0}\,,$$

med värdena μ'_2, μ''_2 substituerade i uttrycken på ν, ν', p_0 och p_1.

Substitueras åter ekvationens (44) andra rot

$$b = -\frac{p_1}{p_0} = -\frac{D[D_1(v_0^2x_1^2 - x'^2_0) + D'_1(v'^2_0 z_1^2 - z'^2_0) + D(v_0^2y_1^2 - y'^2_0 - v_0^2)] + 2yk_2\mu_3[A'_1D_1 - C'_1D'_1 + D(C'_1 - A'_1)]}{2y_0^2k_2[D^2 - D(D_1 + D'_1) + D_1D'_1]}$$

i (43), erhåller man för bestämmandet af μ_2 en ekvation af 9:de graden. Som denna ekvation alltid eger åtminstone en reel rot, låt vara μ_2''', erhåller man ännu en lösning

$$3) \quad a = \nu\mu'''_3\,, \; b = -\frac{p_1}{p_0}\,, \; c = \nu'\mu'''_3\,, \; \alpha = 0\,.$$

För att rörelse verkligen skall ega rum, fordras i de båda första fallen, att konstanterna A, B, C, A', ... x_0, y_0, z_0, x'_0, ... hafva sådana värden, att ekvation (46) erhåller reela rötter; i det senare fallet åter fordras — teoretiskt taget åtminstone — icke något dylikt vilkor med afseende på konstanterna.

Man kan nu fullfölja problemets lösning såsom i det speciela fallet att $A' = B' = C' = 0$.

Anm. 1. Att detta problem låter lösa sig med tillhjälp af endast elliptiska transcendenter, är en anmärkningsvärd omständighet, ty vid första påseende skulle man kunna tro, att det samma för sin lösning kräfde hyperelliptiska funktioner, till och med i specialfallet $A' = B' = C' = 0$. Det enklaste sättet att satisfiera vilkorsekvationen (8) (sid. 440) vore nemligen, att man bestämde konstanterna a, b, c genom att sätta $a = A$, $b = B$, $c = C$, och då erhölle man slutekvationerna (12_1), hvilka leda till hyperelliptiska funktioner. På detta sätt finnes också specialfallet $A' = B' = C' = 0$ förut löst, nemligen af C. NEUMANN i Crelles J. för år 1859. Det är alltså den omständigheten, att vilkorsekvationen (8) låter satisfiera sig af de generellare uttrycken i (16), som gör, att uppgiften kan bringas till lösbarhet medels elliptiska transcendenter. På enahanda sätt inses skälet till, att äfven den generellare uppgiften låter lösa sig med tillhjälp af dylika funktionsformer.

Anm. 2. Det nu behandlade problemet är i sin ordning ett enskildt fall af följande:

Att bestämma rörelsen hos en på sferen $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ rörlig materiel punkt, då de verkande krafternas potential har formen:

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + A_1x^2y^2 + B_1x^2z^2 + C_1y^2z^2 + \\ + A_2x^4 + B_2y^4 + C_2z^4\,.$$

Genom ett tillvägagångssätt fullkomligt liknande det i denna § följda, skall man finna, att uppgiften

äfven i detta generaliserade skick låter lösa sig med tillhjälp af dubbelperiodiska funktioner af andra slaget, blott konstanterna A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 uppfylla relationen

$$Q = \tfrac{1}{4}S^2,$$

der

$$Q = A_1B_1 + A_1C_1 + B_1C_1 + A_2B_2 + A_2C_2 + B_2C_2 - \\ - B_1B_2 - A_1C_2 - C_1A_2,$$

$$S = A_1 + B_1 + C_1.$$

Denna relation är t. ex. uppfyld, om potentialen har formen

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D\{(A - B)^2x^2y^2 + \\ + (A - C)^2x^2z^2 + (B - C)y^2z^2\}.$$

I »Bihang till K. Vetenskaps-Akad. Handl.», B. 17 har jag — i analogi med NEUMANNS förfaringssätt — utfört lösningen af detta sista fall med användning af hyperelliptiska funktioner.

§ C.

Vi gå slutligen att behandla det fall, då potentialen har formen

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + A'x^{-2} + B'y^{-2} + C'z^{-2}. \qquad (48)$$

Emedan

$$U' = A'x^{-2} + B'y^{-2} + C'z^{-2} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left\{\frac{A'_1}{a - \lambda_1} + \frac{B'_1}{b - \lambda_1} + \frac{C'_1}{c - \lambda_1}\right\} \\ - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left\{\frac{A'_1}{a - \lambda_2} + \frac{B'_1}{b - \lambda_2} + \frac{C'_1}{c - \lambda_2}\right\}$$

der

$$A'_1 = A'(a - b)(a - c), \quad B'_1 = B'(b - c)(b - a), \\ C'_1 = C'(c - a)(c - b),$$

finner man

$$U' = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left\{\frac{r_1(\lambda_1)}{r(\lambda_1)} - \frac{r_1(\lambda_2)}{r(\lambda_2)}\right\},$$

då man skrifver

$$r_1(\lambda) = A'_1(b - \lambda)(c - \lambda) + B'_1(a - \lambda)(c - \lambda) + C'_1(a - \lambda)(b - \lambda),$$

och $r(\lambda)$ har den i § A gifna betydelsen.

Man erhåller följaktligen

$$U = k_1 - k_2(\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left\{\frac{r_1(\lambda_1)}{r(\lambda_1)} - \frac{r_1(\lambda_2)}{r(\lambda_2)}\right\}, \tag{49}$$

der k_1, k_2 hafva samma betydelse som i ekvationerna (7_1). Äfvenledes måste ock härstädes konstanterna a, b, c uppfylla vilkoret

$$A(b-c) + B(c-a) + C(a-b) = 0\,,$$

och om man nu förfar på samma sätt som i § A, erhåller man ekvationer af enahanda form som de i (12_1) och (13) gifna, och dessas integration kan sedan verkställas med tillhjälp af elliptiska θ-funktioner.

II.

Om den materiela punktens rörelse på en ellipsoid.

1. Låtom oss antaga, att rörelsen försiggår på ellipsoiden

$$\frac{A_1x^2}{a+\lambda_0} + \frac{B_1y^2}{b+\lambda_0} + \frac{C_1z^2}{c+\lambda_0} = 1 \tag{1}$$

under inverkan af krafter, hvilkas potential är

$$U = Ax^2 + By^2 + Cz^2 \pm (A'x^2 + B'y^2 + C'z^2)^2\,,$$

der A, B, C, A', B', C' beteckna — såsom förut — gifna, reela konstanter.

Om man då medels substitutionerna

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt{\frac{A_1}{a+\lambda_0}}\,x &= \sqrt{\frac{(a-\lambda_1)(a-\lambda_2)}{(a-b)(a-c)}}\,,\\
\sqrt{\frac{B_1}{b+\lambda_0}}\,y &= \sqrt{\frac{(b-\lambda_1)(b-\lambda_2)}{(b-c)(b-a)}}\,,\\
\sqrt{\frac{C_1}{c+\lambda_0}}\,z &= \sqrt{\frac{(c-\lambda_1)(c-\lambda_2)}{(c-a)(c-b)}}
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

inför koordinaterna λ_1, λ_2, komma x, y, z att satisfiera ekvationen (1) identiskt.

Värdena på u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22} blifva följande:

$$\left.\begin{aligned} u_{11} &= \frac{l}{4}\frac{(\lambda_2-\lambda_1)(l_1-\lambda_1)}{r(\lambda_1)}, \\ u_{22} &= \frac{l}{4}\frac{(\lambda_1-\lambda_2)(l_1-\lambda_2)}{r(\lambda_2)}, \\ u_{12} &= u_{21} = 0, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

der

$$r(\lambda) = (a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)$$

$$\left.\begin{aligned} l &= \frac{A_1{}^{-1}(a+b_0)-B_1{}^{-1}(b+\lambda_0)}{a-b}, \\ l_1 &= \frac{A_1a(b+\lambda_0)-B_1b(a+\lambda_0)}{A_1(b+\lambda_0)-B_1(a+\lambda_0)}, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

under vilkor nemligen, att relationen

$$A_1{}^{-1}(a+\lambda_0)(b-c)+B_1{}^{-1}(b+\lambda_0)(c-a)+C_1{}^{-1}(c+\lambda_0)(a-b)=0 \quad (5)$$

eger rum. Denna relation är identiskt uppfyld, om $A_1 = B_1 = C_1 = D$.

Potentialens uttryck i funktion af λ_1, λ_2 härleda vi på följande sätt.

Emedan $-\lambda_0$, λ_1, λ_2 äro rötter till ekvationen

$$\frac{A_1x^2}{a-\lambda}+\frac{B_1y^2}{b-\lambda}+\frac{C_1z^2}{c-\lambda}=1,$$

följer, att

$$-\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2 = a+b+c-(A_1x^2+B_1y^2+C_1z^2), \quad (6)$$

$$-\lambda_0(\lambda_1+\lambda_2)+\lambda_1\lambda_2 = \\ ab+ac+bc-\{A_1(b+c)x^2+B_1(a+c)y^2+C_1(a+b)z^2\},$$

och altså

$$\lambda_1^2+\lambda_1\lambda_2+\lambda_2^2 = k_1+\lambda_0(-\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)-A_1(2a+b+c)x^2- \\ -B_1(2b+a+c)y^2-C_1(2c+a+b)z^2+(A_1x^2+B_1y^2+C_1z^2)^2,$$

der

$$k_1 = (a+b+c)^2+ab+ac+bc,$$

samt till slut:

$$\lambda_1^2+\lambda_1\lambda_2+\lambda_2^2 = k'_1-A_1(2a+b+c+\lambda_0)x^2-B_1(2b+a+c+\lambda_0)y^2- \\ -C_1(2c+a+b+\lambda_0)z^2+(A_1x^2+B_1y^2+C_1z^2)^2,$$

då

$$k'_1 = (a+b+c)(a+b+c+\lambda_0)+ab+ac+bc.$$

Häraf finner man vidare:

$$\frac{k}{\varepsilon}(\lambda_1^2+\lambda_1\lambda_2+\lambda_2^2)+k_2(\lambda_1+\lambda_2)=k_3-A_1\left[\frac{k}{\varepsilon}(2a+b+c+\lambda_0)+k_2\right]x^2-$$
$$-B_1\left[\frac{k}{\varepsilon}(2b+a+c+\lambda_0)+k_2y^2\right]-C_1\left[\frac{k}{\varepsilon}(2c+a+b+\lambda_0)+k_2\right]z^2+$$
$$+\frac{k}{\varepsilon}(A_1x^2+B_1y^2+C_1z^2)^2,$$

der

$$k_3=\frac{k}{\varepsilon}k'_1+k_2(a+b+c+\lambda_0),$$

k och k_2 betecknande godtyckliga, reela konstanter, och $\varepsilon=\pm 1$, allt efter som

$$U=Ax^2+By^2+Cz^2+(A'x^2+B'y^2+C'z^2)^2$$

eller

$$U=Ax^2+By^2+Cz^2-(A'x^2+B'y^2+C'z^2)^2.$$

Låtom oss nu med detta uttryck jemföra potentialen U. Om man genom ekvationerna

$$2a+b+c+\lambda_0+\varepsilon\frac{k_2}{k}=-\frac{\varepsilon A}{kA_1},$$
$$2b+a+c+\lambda_0+\varepsilon\frac{k_2}{k}=-\frac{\varepsilon B}{hB_1},$$
$$2c+a+b+\lambda_0+\varepsilon\frac{k_2}{k}=-\frac{\varepsilon C}{kC_1},$$
$$\sqrt{k}A_1=A',\ \sqrt{k}B_1=B',\ \sqrt{k}C_1=C'$$

bestämmer a, b, c, $\frac{k_2}{k}$, A_1, B_1, C_1, blir

$$U=\frac{k}{\varepsilon}(\lambda_1^2+\lambda_1\lambda_2+\lambda_2^2)+k_2(\lambda_1+\lambda_2)-k_3, \tag{6$_1$}$$

och värdena på a, b, c, $\frac{k_2}{k}$ befinnas blifva

$$\left.\begin{aligned} a=-\frac{\varepsilon A}{\sqrt{k}A'}+\nu,\ b=-\frac{\varepsilon B}{\sqrt{k}B'}+\nu,\ c=-\frac{\varepsilon C}{\sqrt{k}C'}+\nu,\\ \varepsilon\frac{k_2}{k}=\frac{\varepsilon}{\sqrt{k}}\left(\frac{A}{A'}+\frac{B}{B'}+\frac{C}{C'}\right)-\lambda_0-4\nu,\end{aligned}\right\}(7)$$

der ν är en reel konstant hvilken som helst.

Om man nu på de elliptiska koordinaternas konstanter fastställer dessa värden, blir följaktligen punktens rörelseekvation af utseendet

$$\frac{2r(\lambda_1)}{l_1-\lambda_1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2-\frac{2r(\lambda_2)}{l_1-\lambda_2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2-l\left(k_3+\tfrac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)(\lambda_1-\lambda_2)+lk_2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)+$$
$$+\,l\frac{k}{\varepsilon}(\lambda_1^3-\lambda_2^3)=0\,,$$

men denna ekvation låter uppdela sig i trenne andra, nemligen

$$\frac{2r(\lambda_1)}{l_1-\lambda_1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2+l\frac{k}{\varepsilon}\varrho(\lambda_1)=0\,,$$
$$\frac{2r(\lambda_2)}{l_1-\lambda_2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2+l\frac{k}{\varepsilon}\varrho(\lambda_2)=0\,,$$
$$\frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+l\frac{k}{\varepsilon}(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)+lk_3=0\,,$$

der

$$\alpha+\beta+\gamma=-\varepsilon\frac{k_2}{k}\,, \tag{8}$$

$$\varrho(\lambda)=(\lambda-\alpha)(\lambda-\beta)(\lambda-\gamma)\,,$$

α, β betecknande tvenne arbiträra konstanter. Ur dessa likheter erhåller man nu, liksom i föreg. afdeln., ekvationerna

$$\left.\begin{aligned}-\varepsilon_1\sqrt{R(\lambda_1)}&=(\lambda_2-\lambda_1)\frac{d\lambda_1}{dt}\,,\\ -\varepsilon_2\sqrt{R(\lambda_2)}&=(\lambda_1-\lambda_2)\frac{d\lambda_2}{dt}\,,\quad(\varepsilon_1,\ \varepsilon_2=\pm1)\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

då man sätter

$$R(\lambda)=8l'(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)(\alpha-\lambda)(\beta-\lambda)(\gamma-\lambda)(l_1-\lambda)^{-1}$$

der

$$l'=l\frac{k}{\varepsilon}\,,$$

eller

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varepsilon_1(l_1-\lambda_1)d\lambda_1}{\sqrt{R_1(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2(l_1-\lambda_2)d\lambda_2}{\sqrt{R_1(\lambda_2)}}&=0\,,\\ \frac{\varepsilon_1(l_1-\lambda_1)\lambda_1d\lambda_1}{\sqrt{R_1(\lambda_1)}}+\frac{\varepsilon_2(l_1-\lambda_2)\lambda_2d\lambda_2}{\sqrt{R_1(\lambda_2)}}&=dt\,,\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

hvarest

$$R_1(\lambda) = 8l'(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)(\alpha-\lambda)(\beta-\lambda)(\gamma-\lambda)(l_1-\lambda).$$

Emellertid låter detta ekvationssystem i väsentlig grad förenkla sig, om man på lämpligt sätt bestämmer någon eller några af konstanterna k_1 k_2, λ_0, ν. Om man nemligen verkställer den bestämningen på sådant sätt, att l_1 och γ blifva lika, erhåller man de reducerade ekvationerna

$$\left.\begin{aligned} -\varepsilon_1\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)} &= (\lambda_2-\lambda_1)\frac{d\lambda_1}{dt}, \\ -\varepsilon_2\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)} &= (\lambda_1-\lambda_2)\frac{d\lambda_2}{dt}; \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon_1 d\lambda_1}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2 d\lambda_2}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)}} &= 0, \\ \frac{\varepsilon_1\lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon_2\lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)}} &= dt \end{aligned}\right\} \quad (11_1)$$

der

$$\mathfrak{R}(\lambda) = 8l'(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)(\alpha-\lambda)(\beta-\lambda) = 8l'(\alpha-\lambda)(\beta-\lambda)r(\lambda),$$

och ur dessa ekvationer låta nu den rörliga punktens koordinater x, y, z, hvilka äro symmetriska funktioner af λ_1, λ_2, uttrycka sig i kvoter mellan hyperelliptiska ϑ-funktioner af två argument.

2. Vi gå nu att bestämma värdena på integrationskonstanterna α, β, på samma gång som vi skola verkställa den erforderliga bestämningen för att l_1 skall blifva lika med γ.

På grund af ekvationerna (11) har man:

$$(\lambda_s-\alpha)(\lambda_s-\beta)(\lambda_s-\gamma) = \frac{(\lambda_1-\lambda_2)^2}{8l'}\left\{\frac{\lambda_s\lambda_s'^2}{r(\lambda_s)} - \frac{l_1\lambda_s'^2}{r(\lambda_s)}\right\} = f(\lambda_s), \quad (s=1,2)$$

följaktligen

$$\lambda_s^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\lambda_s^2 + (\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)\lambda_s - \alpha\beta\gamma = f(\lambda_s)$$

och

$$\lambda_1^3 - \lambda_2^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}(\lambda_1^2-\lambda_2^2) + (\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)(\lambda_1-\lambda_2) = f(\lambda_1) - f(\lambda_2),$$

samt

$$\lambda_2\left(\lambda_1^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\lambda_1^2\right) - \lambda_1\left(\lambda_2^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\lambda_2^2\right) + \alpha\beta\gamma(\lambda_1 - \lambda_2) = \lambda_2 f(\lambda_1) - \lambda_1 f(\lambda),$$

hvilka likheter efter division med $\lambda_1 - \lambda_2$ låta skrifva sig på följande sätt:

$$\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \psi_1, \tag{12}$$

$$\alpha\beta\gamma = \psi_2, \tag{12$_1$}$$

der

$$\psi_1 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{8l'}\left\{\frac{\lambda_1\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_2\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\} - \frac{l_1(\lambda_1 - \lambda_2)}{8l'}\left\{\frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\} - \\ - \varepsilon\frac{k_2}{k}(\lambda_1 + \lambda_2) - (\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2),$$

$$\psi_2 = -\frac{l_1(\lambda_1 - \lambda_2)}{8l'}\left\{\frac{\lambda'^2_1\lambda_2}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2\lambda_1}{r(\lambda_2)}\right\} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{8l'}\left\{\frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\} - \\ - \lambda_1\lambda_2\left(\lambda_1 + \lambda_2 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\right).$$

Sätter man

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{8l'}\left\{\frac{\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\}, \\ L_2 &= \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{8l'}\left\{\frac{\lambda_1\lambda'^2_1}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda_2\lambda'^2_2}{r(\lambda_2)}\right\}, \\ L_3 &= \varepsilon\frac{k_2}{k}(\lambda_1 + \lambda_2) + (\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2), \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

och observerar, att

$$\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{8l'}\left\{\frac{\lambda'^2_1\lambda_2}{r(\lambda_1)} - \frac{\lambda'^2_2\lambda_1}{r(\lambda_2)}\right\} = (\lambda_1 + \lambda_2)L_1 - L_2,$$

erhålles

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= L_2 - l_1L_1 - L_3, \\ \psi_2 &= L_1[\lambda_1\lambda_2 - l_1(\lambda_1 + \lambda_2)] + l_1L_2 - \lambda_1\lambda_2\left(\lambda_1 + \lambda_2 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\right). \end{aligned}\right\} \tag{13$_1$}$$

Och eftersom vidare

$$\alpha + \beta + \gamma = -\varepsilon\frac{k_2}{k}, \tag{14}$$

inses, att α, β, γ äro rötter till tredje grads ekvationen

$$\delta^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}\delta^2 + \psi_1\delta - \psi_2 = 0. \tag{15}$$

Funktionerna ψ_1, ψ_2 kunna uttryckas i rörelsens begynnelsekvantiteter på följande sätt.

Emedan

$$\sum \frac{A_1}{a+\lambda_0}\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda_1}\right)^2 = \frac{1}{4}\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{r(\lambda_1)},$$

$$\sum \frac{A_1}{a+\lambda_0}\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda_2}\right)^2 = \frac{1}{4}\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{r(\lambda_2)},$$

$$\sum \frac{A_1}{a+\lambda_0}\frac{\partial x}{\partial \lambda_1}\frac{\partial x}{\partial \lambda_2} = 0;$$

och

$$\sum \frac{aA_1}{a+\lambda_0}\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda_1}\right)^2 = \frac{\lambda_1}{4}\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{r(\lambda_1)},$$

$$\sum \frac{aA_1}{a+\lambda_0}\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda_2}\right)^2 = \frac{\lambda_2}{4}\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{r(\lambda_1)},$$

$$\sum \frac{aA_1}{a+\lambda_0}\frac{\partial x}{\partial \lambda_1}\frac{\partial x}{\partial \lambda_2} = 0;$$

samt

$$x' = \frac{\partial x}{\partial \lambda_1}\lambda'_1 + \frac{\partial x}{\partial \lambda_2}\lambda'_2,$$

$$y' = \frac{\partial y}{\partial \lambda_1}\lambda'_1 + \frac{\partial y}{\partial \lambda_2}\lambda'_2,$$

$$z' = \frac{\partial z}{\partial \lambda_1}\lambda'_1 + \frac{\partial z}{\partial \lambda_2}\lambda'_2,$$

erhåller man

$$L_1 = \frac{1}{2l'}\sum \frac{A_1 x'^2_0}{a+\lambda_0}, \tag{16}$$

$$L_2 = \frac{1}{2l'}\sum \frac{aA_1 x'^2_0}{a+\lambda_0}. \tag{16$_1$}$$

Skall nu l_1 blifva lika med γ, gäller det följaktligen att bestämma någon eller några af konstanterna k_1 k_2, ν, λ_0 [1]) på sådant sätt, att

$$l_1^3 + \varepsilon\frac{k_2}{k}l_1^2 + \psi_1 l_1 - \psi_2 = 0. \tag{17}$$

---

[1]) Af dessa konstanter äro endast tre af hvarandra oberoende.

Denna bestämning låter verkställa sig på mångahanda vis, beroende på, hvilken eller hvilka af konstanterna k, k_2, ν_1 λ_0 lemnas arbiträra.

För att välja ett enkelt fall, skola vi antaga, att λ_0 lemnas arbiträrt, under det att k, k_2, ν bestämmas i funktioner deraf.

Om man bestämmer k och ν ur ekvationerna

$$l_1 = 0\,, \quad \lambda_1\lambda_2 = 0\,, \tag{17$_1$}$$

se vi, att relationen (17) blir, såsom sig bör, satisfierad. Ur den förra af ekvationerna (17_1) erhåller man på grund af (4) och (7):

$$\nu\sqrt{k} = \mathfrak{B}\,\frac{\mathfrak{A}' + \varepsilon\lambda_0\sqrt{k}\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}'' + \varepsilon\lambda_0\sqrt{k}\mathfrak{A}'}\,, \tag{18}$$

der

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{B} - \frac{1}{A}\,, \quad \mathfrak{A}' = \frac{1}{B'} - \frac{1}{A'}\,,$$

$$\mathfrak{A}'' = \frac{B}{B'^2} - \frac{A}{A'^2}\,, \quad \mathfrak{B} = \frac{AB}{A'B'}\,,$$

och om detta värde på $\nu\sqrt{k}$ införes i den senare af likheterna (17_1), hvilken, enär

$$\lambda_0\lambda_1\lambda_2 = \sum A_1 bcx^2 - abc\,,$$

kan skrifvas på följande sätt:

$$\sum A'\left(\varepsilon\frac{B}{B'} - \nu\sqrt{k}\right)\left(\varepsilon\frac{C}{C'} - \nu\sqrt{k}\right)x_0^2 +$$

$$+ \left(\varepsilon\frac{A}{A'} - \nu\sqrt{k}\right)\left(\varepsilon\frac{B}{B'} - \nu\sqrt{k}\right)\left(\varepsilon\frac{C}{C'} - \nu\sqrt{k}\right) = 0\,, \tag{19}$$

erhålles en tredje grads ekvation för bestämmandet af $\nu\sqrt{k}$. Denna ekvation ger åtminstone *ett* reelt värde på $\nu\sqrt{k}$, och då detta värde införes i (18), erhåller man sedan $\sqrt{k}$, på grund hvaraf man också får uttrycken på a, b, c gifna.

Sedermera erhålles dessutom integrationskonstanterna α, β ur likheterna

$$\alpha + \beta = -\varepsilon\frac{k_2}{k} = -\frac{\varepsilon}{\sqrt{k}}\left(\frac{A}{A'} + \frac{B}{B'} + \frac{C}{C'}\right) + \lambda_0 + 4\nu\,,$$

$$\alpha\beta = L_2 - L_3$$

eller ur ekvationen

$$\delta^2 + \varepsilon \frac{k_2}{k} \delta + L_2 - L_3 = 0 . \tag{20}$$

L_2:s värde är angifvet i (16_1), och värdet på L_3 befinnes på grund af (6_1) vara:

$$L_3 = \frac{\varepsilon}{k} U_0 + k'_1 + \varepsilon \frac{k_2}{k}(a + b + c + \lambda_0) =$$

$$\frac{\varepsilon}{k} U_0 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{k}}(\nu - \lambda_0)S - 4\nu\lambda_0 - \lambda_0^2 + \frac{S_1}{k},$$

då man beteckningsvis skrifver

$$S = \frac{A}{A'} + \frac{B}{B'} + \frac{C}{C'}, \quad S_1 = \frac{AB}{A'B'} + \frac{AC}{A'C'} + \frac{BC}{B'C'} .$$

3. Sedan vi nu visat, att rörelseekvationerna låta reducera sig till den i (11_1) gifna formen, skola vi undersöka mellan hvilka gränser kvantiteterna λ_1, λ_2 måste variera, för att problemet skall hafva någon reel lösning, d. v. s. för att rörelse verkligen skall ega rum.

Om vi då rörande konstanterna a, b, c antaga, att de hafva storleksordningen

$$0 < a < b < c , \tag{21}$$

så måste på grund af (2) λ_1, λ_2 vara reela samt dessutom, om $\lambda_1 < \lambda_2$, uppfylla olikheten

$$0 < a < \lambda_1 < \lambda_2 < c , \tag{22}$$

hvaraf åter följer, att

$$r(\lambda_1) > 0 , \; r(\lambda_2) < 0 .$$

Skola nu, såsom sig bör, radikalerna $\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)}$, $\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)}$ blifva reela, fordras, enär

$$\mathfrak{R}(\lambda) = 8l'(\alpha - \lambda)(\beta - \lambda)r(\lambda) ,$$

att konstanterna α, β uppfylla olikheterna

$$A) \quad \lambda_1 < \alpha < \lambda_2 < \beta , \quad \text{då} \quad l' > 0 ,$$

$$B) \quad \alpha < \lambda_1 < \beta < \lambda_2 , \quad \text{då} \quad l' < 0 .$$

Sammanställer man dessa olikheter med olikheten (22), finner man, att följande kombinationer mellan kvantiteterna α, β, a, b, c, λ_1, λ_2 äro möjliga:

$$\left.\begin{array}{lll} A) & l' > 0: & 1)\ a < \lambda_1 < \alpha < b < \lambda_2 < \beta < c\,, \\ & & 2)\ a < \lambda_1 < b < \alpha < \lambda_2 < \beta < c\,, \\ & & 3)\ a < \lambda_1 < \alpha < b < \lambda_2 < c < \beta\,, \\ & & 4)\ a < \lambda_1 < b < \alpha < \lambda_2 < c < \beta\,; \end{array}\right\} \quad (23)$$

$$\left.\begin{array}{lll} B) & l' < 0: & 1)\ a < \alpha < \lambda_1 < b < \beta < \lambda_2 < c\,, \\ & & 2)\ a < \alpha < \lambda_1 < \beta < b < \lambda_2 < c\,, \\ & & 3)\ \alpha < a < \lambda_1 < b < \beta < \lambda_2 < c\,, \\ & & 4)\ \alpha < a < \lambda_1 < \beta < b < \lambda_2 < c\,. \end{array}\right\} \quad (23_1)$$

Mot hvar och en af dessa kombinationer svarar en särskild lösning till problemet, men dessa lösningar äro dock alla af samma form, hvarföre det kan vara tillräckligt att angifva en bland dem. — Förr än vi emellertid lngå på härledningen häraf, skola vi först ur de hyperelliptiska funktionernas teori citera några af de formler, på hvilka lösningen grundar sig.[1])

4. Låt

$$R(x) = A_0(x - a_0)(x - a_1)\ldots(x - a_{2\varrho})$$

vara en hel funktion af x af gradtalet $2\varrho + 1$, och antag att A_0, a_0, $a_1 \ldots$, $a_{2\varrho}$ alle samman äro reela kvantiteter, som hafva storleksordningen

$$a_0 > a_1 > \ldots > a_{2\varrho}\,,\ \text{då}\ A > 0\,,$$

men

$$a_0 < a_1 < \ldots < a_{2\varrho}\,,\ \text{då}\ A < 0\,.$$

Låt vidare u_1, u_2, ..., u_ϱ vara ϱ variabler, förenade med ϱ andra variabler x_1, x_2, ..., x_ϱ genom följande ekvationer, i hvilka $F_1(x)$, $F_2(x)$, ..., $F_\varrho(x)$ beteckna hela funktioner af x utaf ett gradtal, som är lägre än ϱ:

[1]) Se KÖNIGSBERGER: »Ueber die Transformation der Abelschen Functionen erster Ordning», Crelles J., B. 64.

$$\left.\begin{aligned}
&\int_{a_1}^{x_1}\frac{F_1(x)dx}{\sqrt{R(x)}}+\ldots+\int_{a_{2\varrho-1}}^{x_\varrho}\frac{F_1(x)dx}{\sqrt{R(x)}}=u_1\,,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\int_{a_1}^{x_1}\frac{F_\varrho(x)dx}{\sqrt{R(x)}}+\ldots+\int_{a_{2\varrho-1}}^{x_\varrho}\frac{F_\varrho(x)dx}{\sqrt{R(x)}}=u_\varrho\,.
\end{aligned}\right\}\quad(24)$$

Sätt

$$K_{\alpha\beta}=\int_{a_{2\beta-1}}^{a_{2\beta}}\frac{F_\alpha(x)dx}{\sqrt{R(x)}}\,,\quad i\overline{K}_{\alpha\beta}=\int_{a_{2\beta-2}}^{a_{2\beta-1}}\frac{F_\alpha(x)dx}{\sqrt{R(x)}}\,,$$

$$iK'_{\mu\nu}=i\overline{K}_{\mu1}+i\overline{K}_{\mu2}+\ldots+i\overline{K}_{\mu\nu}\,,$$

och definiera ϱ nya variabler v_1, v_2, ..., v_ϱ genom likheterna

$$\left.\begin{aligned}
u_1&=2K_{11}v_1+\ldots+2K_{1\varrho}v_\varrho\,,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
u_\varrho&=2K_{\varrho1}v_1+\ldots+2K_{\varrho\varrho}v_\varrho\,.
\end{aligned}\right\}(24_\alpha)$$

Antag nu, att dessa ekvationer, lösta med afseende på v_1, ..., v_ϱ gifva

$$\left.\begin{aligned}
v_1&=G_{11}u_1+\ldots+G_{\varrho1}u_\varrho\,,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
v_\varrho&=G_{\varrho1}u_1+\ldots+G_{\varrho\varrho}u_\varrho\,,
\end{aligned}\right\}(24_\beta)$$

samt skrif

$$\tau_{\alpha\beta}=2i(G_{1\alpha}K_{1\beta}+\ldots+G_{\varrho\alpha}K_{\varrho\beta})$$

och definiera funktionen $\vartheta(v_1\ldots v_\varrho)$ såsom summan af den oändliga serien

$$\vartheta(v_1\ldots v_\varrho)=\sum\left\{e^{[\nu_1(2v_1+\nu_1\tau_{11}+\ldots+\nu_\varrho\tau_{1\varrho})+\ldots+\nu_\varrho(2v_\varrho+\nu_1\tau_{\varrho1}+\ldots+\nu_\varrho\tau_{\varrho\varrho})]\pi i}\right\},$$

der summationen verkställes på sådant sätt, att hvar och en af de ϱ kvantiteterna ν_1, ..., ν_ϱ genomlöper, oberoende af alla de öfriga kvantiteterna, hela talserien från $-\infty$ till $+\infty$.

Sambandet mellan variablerna v_1, ..., v_ϱ och x_1, ..., x_ϱ kan då uttryckas på följande sätt.

Inför beteckningen

$$\varphi(x) = (x - x_1) \ldots (x - x_\varrho),$$

och sätt $\varepsilon = \pm 1$, allt efter som $A_0 \gtrless 0$, och man har relationerna

$$\frac{\sqrt{\varepsilon^\varrho (-1)^\alpha \varphi(a_{2\alpha})}}{\sqrt[4]{R'(a_{2\alpha})}} = \frac{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)_{2\alpha}}{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)}, \tag{24_1}$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon^\varrho (-1)^{\alpha-1} \varphi(a_{2\alpha-1})}}{\sqrt[4]{R'(a_{2\alpha-1})}} = \frac{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)_{2\alpha-1}}{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)}, \tag{24_2}$$

$$A_0 \sqrt{\frac{\pm(a_\lambda - a_\mu)}{A_0}} \sum_1^\varrho{}_\alpha \left\{ \frac{\sqrt{R(x_\alpha)}}{(x_\alpha - a_\lambda)(x_\alpha - a_\mu)\varphi'(x_\alpha)} \right\} = \frac{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)_{\lambda\mu}}{\vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)_\lambda \vartheta(v_1 \ldots v_\varrho)_\mu}. \tag{24_3}$$

5. Låtom oss nu verkställa lösningen af t. ex. första fallet i (23_1), d. v. s. då

$$l' < 0, \; a < \alpha < b < \beta < c.$$

Vid en jemförelse af ekvationerna (11_1)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon d\lambda_1}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon d\lambda_2}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)}} &= du_1 = 0, \\ \frac{\varepsilon \lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_1)}} + \frac{\varepsilon \lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{\mathfrak{R}(\lambda_2)}} &= du_2 = dt, \end{aligned}\right\} \tag{24_4}$$

med systemet (24), finner man, enär $a_0 = a$, $a_1 = \alpha$, $a_2 = b$, $a_3 = \beta$, $a_4 = c$ (ε antages $= +1$):
att

$$\sqrt{(a_0 - \lambda_1)(a_0 - \lambda_2)} = \sqrt[4]{(a_0 - a_1)(a_0 - a_2)(a_0 - a_3)(a_0 - a_4)} \frac{\vartheta_0(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)},$$

$$\sqrt{(a_2 - \lambda_1)(a_2 - \lambda_2)} = \sqrt[4]{(a_2 - a_0)(a_2 - a_1)(a_2 - a_3)(a_2 - a_4)} \frac{\vartheta_2(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)},$$

$$\sqrt{(a_4 - \lambda_1)(a_4 - \lambda_2)} = \sqrt[4]{(a_4 - a_0)(a_4 - a_1)(a_4 - a_2)(a_4 - a_3)} \frac{\vartheta_4(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)};$$

eller

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt{\frac{(a-\lambda_1)(a-\lambda_2)}{(a-b)(a-c)}} &= \sqrt[4]{\frac{(a-\alpha)(a-\beta)}{(a-b)(a-c)}} \cdot \frac{\vartheta_0(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}, \\
\sqrt{\frac{(b-\lambda_1)(b-\lambda_2)}{(b-c)(b-a)}} &= \sqrt[4]{\frac{(b-\alpha)(b-\beta)}{(b-a)(b-c)}} \cdot \frac{\vartheta_2(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}, \\
\sqrt{\frac{(c-\lambda_1)(c-\lambda_2)}{(c-a)(c-b)}} &= \sqrt[4]{\frac{(c-\alpha)(c-\beta)}{(c-a)(c-b)}} \cdot \frac{\vartheta_4(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}.
\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

På koordinaterna x, y, z erhåller man alltså till slut följande värden

$$\left.\begin{aligned}
x &= c_1 \frac{\vartheta_0(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}, \quad \text{der } c_1 = \sqrt[4]{\frac{(a+\lambda_0)^2(a-\alpha)(a-\beta)}{A_1^2(a-b)(a-c)}}, \\
y &= c_2 \frac{\vartheta_2(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}, \quad c_2 = \sqrt[4]{\frac{(b+\lambda_0)^2(b-\alpha)(b-\beta)}{B_1^2(b-a)(b-c)}}, \\
z &= c_3 \frac{\vartheta_4(v_1 v_2)}{\vartheta_5(v_1 v_2)}, \quad c_3 = \sqrt[4]{\frac{(c+\lambda_0)^2(c-\alpha)(c-\beta)}{C_1^2(c-a)(c-b)}}.
\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

der v_1, v_2 på grund af ekvationerna (24_α), (24_β), (24_4) befinnas vara liniära funktioner af tiden.

III.

Om den materiela punktens rörelse i rymden.

1. Den HAMILTONSKA differentialekvationen för en fritt rörlig materiel punkt med massan m

$$\frac{1}{2m}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\} = U + h, \quad (1)$$

som är gällande under förutsättning, att kraftfunktionen U icke innehåller tiden t explicite, antager, om man i stället för x, y, z inför elliptiska koordinater, i det att man sätter

$$\left.\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{(a-\lambda_1)(a-\lambda_2)(a-\lambda_3)}{(a-b)(a-c)}}\,, \\ y &= \sqrt{\frac{(b-\lambda_1)(b-\lambda_2)(b-\lambda_3)}{(b-c)(b-a)}}\,, \\ z &= \sqrt{\frac{(c-\lambda_1)(c-\lambda_2)(c-\lambda_3)}{(c-a)(c-b)}}\,, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

följande utseende: [1])

$$\frac{2r(\lambda_1)}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 + \frac{2r(\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2-\lambda_3)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 + \\ + \frac{2r(\lambda_3)}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_3}\right)^2 = U + h\,, \quad (m=1)$$

der

$$r(\lambda) = (a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)\,.$$

Om man inför beteckningen

$$\mathrm{P} = (\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)\,; \quad (3)$$

kan denna ekvation äfven skrifvas under formen

$$2(\lambda_2-\lambda_3)r(\lambda_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 + 2(\lambda_3-\lambda_1)r(\lambda_2)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 + \\ + 2(\lambda_1-\lambda_2)r(\lambda_3)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_3}\right)^2 = \mathrm{P}U + h(\lambda_2-\lambda_3)\lambda_1^2 + h(\lambda_3-\lambda_1)\lambda_2^2 + \\ + h(\lambda_1-\lambda_2)\lambda_3^2\,. \quad (4)$$

2. Vi gå nu att behandla följande uppgift:

Att bestämma rörelsen hos en i rymden fritt rörlig materiel partikel, som påverkas af en kraft, hvars potentialfunktion är

$$U = L + Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D(x^2+y^2+z^2)^2\,. \quad (D \lesseqgtr 0) \quad (5)$$

Potentialfunktionens uttryckande i λ_1, λ_2, λ_3, liksom ock bestämningen af konstanterna a, b, c, sker enklast på följande sätt.

Emedan λ_1, λ_2, λ_3 äro rötter till ekvationen

$$\frac{x^2}{a-\lambda} + \frac{y^2}{b-\lambda} + \frac{z^2}{c-\lambda} = 1\,,$$

[1]) Se JACOBI: »Vorlesungen über Dynamik», s. 206.

hafva vi mellan de samma relationerna

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = a + b + c - (x^2 + y^2 + z^2), \quad (6)$$

$$\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 = ab + ac + bc - (b+c)x^2 - (a+c)y^2 - (a+b)z^2, \quad (7)$$

och alltså

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) = (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) - \\ - (2a - b - c)x^2 - (2b - a - c)y^2 - (2c - a - b)z^2 + \\ + (x^2 + y^2 + z^2)^2,$$

samt slutligen:

$$U' = k(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + k_1(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_3) = \\ = k_2 - \{k_1(2a - b - c) + k\}x^2 - \{k_1(2b - a - c) + k\}y^2 - \\ - \{k_1(2c - a - b) + k\}z^2 + k_1(x^2 + y^2 + z^2)^2,$$

hvarest

$$k_2 = k(a + b + c) + k_1(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + L.$$

Om man nu med hvarandra jemför uttrycken på U och U', finner man, att

$$U = U' - k_2,$$

blott man bestämmer a, b, c, k genom ekvationerna

$$\left.\begin{aligned} k_1(2a - b - c) + k &= -A, \\ k_1(2b - a - c) + k &= -B, \\ k_1(2c - a - b) + k &= -C, \end{aligned}\right\} (8)$$

$$k_1 = D,$$

hvilka gifva

$$a - b = -\frac{1}{3k_1}(A - B), \quad a - c = -\frac{1}{3k_1}(A - C),$$

$$b - c = -\frac{1}{3k_1}(B - C), \quad k = -\frac{1}{3k_1}(A + B + C),$$

eller

$$a = -\frac{1}{3}\frac{A}{D} + \delta, \quad b = -\frac{1}{3}\frac{B}{D} + \delta, \quad c = -\frac{1}{3}\frac{C}{D} + \delta,$$

$$k = -\frac{1}{3}\left(\frac{A}{D} + \frac{B}{D} + \frac{C}{D}\right),$$

der δ betecknar en arbiträr, reel konstant.

Om man nu i differentialekvationen (4) inför uttrycket på U:

$$U = k(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + k_1(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_3) - k_2$$

samt observerar, att

$$\mathrm{P}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = (\lambda_2 - \lambda_3)\lambda_1^3 + (\lambda_3 - \lambda_1)\lambda_2^3 + (\lambda_1 - \lambda_2)\lambda_3^3\,,$$

och

$$\mathrm{P}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_3) = (\lambda_2 - \lambda_3)\lambda_1^4 + (\lambda_3 - \lambda_1)\lambda_2^4 + (\lambda_1 - \lambda_2)\lambda_3^4\,,$$

erhåller man

$$2(\lambda_2 - \lambda_3)r(\lambda_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 + 2(\lambda_3 - \lambda_1)r(\lambda_2)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 + 2(\lambda_1 - \lambda_2)r(\lambda_3)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_3}\right)^2 =$$
$$= (\lambda_2 - \lambda_3)(h_1\lambda_1^2 + k\lambda_1^3 + k_1\lambda_1^4) + (\lambda_3 - \lambda_1)(h_1\lambda_2^2 + k\lambda_2^3 + k_1\lambda_2^4) +$$
$$+ (\lambda_1 - \lambda_2)(h_1\lambda_3^2 + k\lambda_3^3 + k_1\lambda_3^4)\,, \quad (9)$$

der

$$h_1 = h - k_2\,.$$

Denna differentialekvation låter nu uppdela sig i trenne, nemligen

$$2r(\lambda_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}\right)^2 = \alpha + \beta\lambda_1 + h_1\lambda_1^2 + k\lambda_1^3 + k_1\lambda_1^4\,,$$

$$2r(\lambda_2)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}\right)^2 = \alpha + \beta\lambda_2 + h_1\lambda_2^2 + k\lambda_2^3 + k_1\lambda_2^4\,,$$

$$2r(\lambda_3)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_3}\right)^2 = \alpha + \beta\lambda_3 + h_1\lambda_3^2 + k\lambda_3^3 + k_1\lambda_3^4\,,$$

der α, β beteckna arbiträra konstanter. Om man nu ur dessa ekvationer bestämmer funktionen φ, dervid erhållande $\varphi = \varphi_1(\lambda_1)$, $\varphi = \varphi_2(\lambda_2)$, $\varphi = \varphi_3(\lambda_3)$, så utgör

$$\varphi = \varphi_1(\lambda_1) + \varphi_2(\lambda_2) + \varphi_3(\lambda_3)$$

en komplett solution till differentialekvationen (9), enär φ innehåller de tre arbiträra konstanterna α, β, h, och man erhåller för bestämmandet af λ_1, λ_2, λ_3 följande ekvationer:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = \alpha'\,, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} = \beta'\,, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial h_1} = \frac{\partial\varphi}{\partial h} = t - \tau\,, \quad (\alpha', \beta', \tau \text{ konstanter})$$

eller

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}} + \frac{d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}} + \frac{d\lambda_3}{\sqrt{R(\lambda_3)}} &= 0\,, \\
\frac{\lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}} + \frac{\lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}} + \frac{\lambda_3 d\lambda_3}{\sqrt{R(\lambda_3)}} &= 0\,, \\
\frac{\lambda_1^2 d\lambda_1}{\sqrt{R(\lambda_1)}} + \frac{\lambda_2^2 d\lambda_2}{\sqrt{R(\lambda_2)}} + \frac{\lambda_3^2 d\lambda_3}{\sqrt{R(\lambda_3)}} &= dt\,,
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

då man sätter

$$R(\lambda) = 8(\alpha + \beta\lambda + h_1\lambda^2 + k\lambda^3 + k_1\lambda^4)\,(a - \lambda)\,(b - \lambda)\,(c - \lambda)\,.$$

Om man nu på grund af rörelsens begynnelsetillstånd bestämmer konstanterna α_1, β_1, h_1, och detta på sådant sätt, att rötterna a_3, a_4, a_5, a_6 till ekvationen

$$k_1\lambda^4 + k\lambda^3 + h_1\lambda^2 + \beta\lambda + \alpha = 0\,,$$

blifva reela, då man kan skrifva

$$R(\lambda) = 8(a_0 - \lambda)(a_1 - \lambda)(a_2 - \lambda)(a_3 - \lambda)(a_4 - \lambda)(a_5 - \lambda)(a_6 - \lambda)\,,$$

hvarest $a_0 = a$, $a_1 = b$, $a_2 = c$, så erhåller man med användning af relationerna (24)—(24_2) koordinaterna x, y, z omedelbart framstälda såsom kvoter mellan hyperelliptiska ϑ-funktioner af tre argument, hvilka alla utgöra liniära uttryck af tiden.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 9.
Stockholm.

Om de statistiska förutsättningarna för giltigheten af den så kallade indirekta metoden inom teorien för enkekassor.

Af G. Eneström.

[Meddeladt den 14 November 1894 genom D. G. Lindhagen.]

För att på direkt väg exakt beräkna värdet af en enkekassas förpliktelser till de ännu lefvande delägarnes familjer erfordras som bekant vissa detaljerade uppgifter om kassans dödlighets- och familjeförhållanden. För hvarje förekommande åldersklass behöfver man således känna icke blott mortaliteten bland delägarne själfva och deras hustrur samt bland enkorna och barnen, utan äfven bland annat äktenskapsfrekvensen för de icke gifta delägarne, äfvensom barnafrekvensen för dessa, sedan de bildat familj; dessa senare sannolikhetstal äro gemenligen ganska besvärliga att erhålla, och deras användning medför dessutom ej obetydligt räknearbete. [1])

Vill man söka undvika de svårigheter och besvär, som den direkta metoden sålunda medför, erbjuder sig en annan väg, där inga särskilda undersökningar om äktenskapsfrekvensen och

[1]) Den utförligaste beräkning af en enkekassas ställning enligt den direkta metoden, om hvilken jag haft tillfälle att taga kännedom, är verkställd af Johannes Karup (*Die Finanzlage der Gothaischen Staatsdiener-Wittwen-Societät am 31. Dezember 1890, begutachtet auf Grund der eigenen Erfahrungen der Anstalt und eingehender mathematisch-technischer Untersuchungen.* Dresden 1893). Redogörelsen med tillhörande tabeller fyller 146 tättryckta sidor i stort kvartformat.

den eventuella barnafrekvensen för de ej gifta delägarne erfordras. Man bestämmer nämligen för hvarje åldersklass bland delägarne hustrurnas antal och fördelning efter ålder samt likaledes barnens antal och ålder. Med ledning häraf beräknar man sedan, huru stor hela kostnaden för kassan skulle blifva, om alla delägarne omedelbart aflida och vederbörliga pensioner på grund däraf börja utgå till deras familjer; denna kostnad kan tydligen erhållas, om man känner mortalitetsförhållandena för enkorna och barnen äfvensom äktenskapsfrekvensen för enkorna och eventuellt äfven för döttrarna. Dividerar man så den nämda kostnaden med antalet delägare i den ifrågavarande åldersklassen, erhåller man medelkostnaden vid dödsfall för en enskild delägare; med kännedom om delägarnes mortalitetsförhållanden kan sedan själfva pensionsrättens medelkapitalvärde för olika åldrar utan svårighet beräknas.

Erkännas måste, att denna indirekta metod är både enkel och elegant; liksom med ett enda slag erhåller man här resultater, hvilka eljest blott genom långa räkningar kunna härledas. Också har metoden särskildt under den senaste tiden vunnit stor användning vid utredningar af svenska enkekassors ställning. Emellertid synes man därvid icke alltid hafva ägnat tillräcklig uppmärksamhet åt de förutsättningar, under hvilka metodens användning är berättigad, och därför icke häller sökt att tillämpa den på sådant sätt, att de antaganden, om hvilkas riktighet tvifvel kan råda, blifvit reducerade till ett minimum. En undersökning om de statistiska förutsättningarna för metodens giltighet torde således icke vara alldeles opåkallad.

Först och främst är det klart, att metoden förutsätter familjeförhållandena vara åtminstone tillnärmelsevis lika för en delägare, som ännu befinner sig vid full hälsa, och en delägare, hvars död är omedelbart förestående. I fråga om denna förutsättning har LINDELÖF [1]) erinrat, att densamma icke torde vara fullt giltig, enär döden gemenligen föregås af en tids sjuklighet,

---

[1]) L. LINDELÖF, *Statistiska beräkningar angående finska civilstatens enke- och pupillkassa.* Acta societatis scientiarum Fennicæ **13**, 1885, s. 29.

hvilken kan i någon mån inverka på barnafrekvensen. Denna anmärkning torde nog vara befogad, ehuru å andra sidan den påpekade omständigheten icke lär kunna tillmätas, — och icke häller af anmärkaren blifvit tillmätt — något afsevärdt inflytande på beräkningens resultat. Af större vikt synes däremot en annan likartad anmärkning vara. Då nämligen dödsfall i allmänhet böra inträffa oftare bland de sjukliga än bland de friska delägarne, och då de förra kunnat just på grund af sin sjuklighet blifva hindrade från att bilda familj, så är det också antagligt, att de ogifta delägarne skola vara proportionsvis starkare representerade bland dem, som aflidit vid en viss ålder, än bland dem, som vid en gifven tidpunkt tillhöra samma ålder. Men om så är, så följer däraf, att kassans medelkostnad vid en delägares död icke blir fullt så stor, som beräkningen enligt den ofvan omförmälda metoden gifver vid handen.

För att undersöka, huru stor skillnaden kan blifva, väljer jag ett särskildt exempel. Jag antager, att i en enkekassa finnas 37 trettioåriga delägare, af hvilka 21 äro gifta och 16 ogifta men ingen enkling.[1]) Jag antager vidare, att man genom en statistisk utredning funnit, att mot 21 aflidna gifta trettioåriga delägare svara — icke 16 utan — 32 aflidna ogifta trettioåriga delägare, hvilket i sak betyder, att mortaliteten bland de ogifta delägarne är dubbelt så stor som bland de gifta.[2]) Jag antager slutligen, att man funnit kassans hela kostnad, om alla trettioåringarna omedelbart skulle aflida, vara 112,998 kronor. Enligt den ofvan angifna metoden skulle då medelkostnaden vid dödsfall för en enskild trettioåring vara $\frac{112,998}{37} = 3,054$ kronor, ehuru den i själfva verket blott är $\frac{112,998}{53} = 2,132$ kronor, så att kostnaden genom det mindre

[1]) Denna proportion mellan gifta och ogifta delägare förefanns vid 1890 års slut inom »Gothaische Staatsdiener-Wittwen-Societät» (se KARUP, anf. arb. s. 87).

[2]) Att detta antagande ingalunda är orimligt, framgår däraf, att i Sverige under decenniet 1881—1890 mortaliteten bland de ogifta verkligen var ungefär dubbelt så stor som bland de gifta; se G. SUNDBÄRG, *Grunddragen af befolkningsläran* (Stockholm 1894), s. 35.

exakta antagandet ökats med 922 kronor eller omkring 43 %. Emellertid inser man lätt, att vid beräkningen af själfva pensionsrättens medelkapitalvärde för en trettioårig delägare felet icke kan på grund af högre mortalitet bland de ogifta uppgå till omkring 43 %, enär inom de äldre åldersklasserna endast få ogifta delägare finnas; i regeln torde dessa icke utgöra mer än omkring 10 %. Felet i afseende på pensionens medelkapitalvärde vid dödsfall skulle alltså för de högre åldrarna blott uppgå till omkring 9 %, och felet i själfva pensionsrättens medelkapitalvärde möjligen hålla sig omkring 10 %. I alla händelser synes det mig, som om den nu anmärkta olägenheten vid metodens användning icke borde helt och hållet förbises.

En annan nödvändig förutsättning för metodens giltighet är tydligen också, att familjeförhållandena inom kassan äro tillnärmelsevis stabila, så att vid hvarje tidpunkt finnas inom en viss åldersklass proportionsvis ungefär lika många ogifta, gifta och enklingar, samt att hustrurnas åldersförhållanden och barnens antal icke häller äro underkastade några nämnvärda förändringar. Vill man använda metoden vid en viss utredning, synes det därför också vara af behofvet påkalladt att undersöka, huruvida i detta särskilda fall nämda förutsättning är uppfylld. Finner man därvid, att under en följd af år några störande omständigheter icke förefunnits, utan både de nyinträdande delägarnes antal och deras medelålder varit tillnärmelsevis konstant, så torde metodens användning kunna försvaras. Har däremot exempelvis ett ovanligt stort antal nya delägare inträdt under den närmast föregående tiden, så blir förhållandet ett annat. Bland nyinträdande delägare finnas nämligen i allmänhet, åtminstone då fråga är om en tjänstemannakassa, ett betydligt antal ogifta, och häraf blir en följd, att för de yngre åldersklasserna pensionens medelkapitalvärde vid dödsfall måste enligt den nu ifrågavarande metoden utfalla lägre, än om det skulle hafva beräknats på direkt väg;[1]) själfva pensionsrättens medelkapitalvärde bör således också blifva något för litet.

[1]) Jämför KARUP, anf. arb. s. 59.

På grund af det nu anförda skulle man möjligen kunna sätta ifråga, huruvida icke den indirekta metodens användning borde i regeln betraktas såsom en nödfallsåtgärd, afsedd att tillgripas blott i sådana fall, då af någon anledning en direkt beräkning icke kan ifrågakomma. Till denna uppfattning synes också JOHANNES KARUP, som bekant en af vår tids förnämste försäkringsteknici, i viss mån ansluta sig.[1]) Emellertid synes det mig, som om metodens ofullkomligheter icke borde föranleda till dess omedelbara förkastande, utan snarare till en undersökning, huruvida icke ofullkomligheterna kunna aflägsnas genom lämpliga förbättringar af metoden, så att den blir användbar äfven på sådana fall, då de ofvan omförmälda förutsättningarna om lika stor mortalitet bland gifta och ogifta delägare, samt om familjeförhållandenas stabilitet icke äga rum. Enligt min åsikt är det verkligen möjligt att införa sådana förbättringar, åtminstone om tillräckligt statistiskt material föreligger.

Vill man först och främst göra sig oberoende af förutsättningen om lika stor mortalitet bland de gifta och ogifta delägarne, torde det vara tillräckligt, att inom hvarje åldersklass beräkna pensionens medelkapitalvärde vid dödsfall särskildt för de gifta och för enklingarna[2]) samt multiplicera de sålunda erhållna beloppen respektive med relativa antalet gifta och enk-

---

[1]) Se KARUP, anf. arb. s. 61. KARUP framhåller, att metoden visserligen kan med fördel användas för att beräkna en kassas eventuella förpliktelser till barn, hvilkas båda föräldrar äro aflidna, enär kapitalvärdet af dessa förpliktelser utgör en mycket obetydlig del af kassans »passiva», men att den däremot i fråga om hustrurnas eventuella pensionsrätt är mycket otillförlitligare än den direkta metoden. För »Gothaische Staatsdiener-Wittwen-Societät» hafva visserligen båda metoderna gifvit i det närmaste samma resultat; denna omständighet anser KARUP dock icke hafva någon egentlig betydelse och tillägger därför: »Ob die Differenzen zwischen den Resultaten der beiden Methoden sich immer so gering gestalten werden, als es hier hinsichtlich der Wittwenpensionen der Fall ist, möchte ich freilich bezweifeln, und ich halte es deshalb auch für einigermassen bedenklich, wenn ein übrigens sehr gewiegter Mathematiker [LINDELÖF] neuerdings die direkte Methode ganz generell durch die indirekte ersetzt hat.»

[2]) Detta förfaringssätt har äfven blifvit förordadt af KARUP (anf. arb. s. 59) ehuru blott ur den synpunkten, att man därigenom bättre kan utföra den nödiga utjämningen af medelkapitalvärdena.

lingar bland dem, som aflidit inom ifrågavarande åldersklass. I det förut exempelvis anförda fallet, då af 37 trettioåriga delägare 21 voro gifta och 16 ogifta men inga enklingar, hade för de gifta pensionens medelkapitalvärde vid dödsfall blifvit lika med 5,381 kronor, och då relativa antalet aflidna gifta trettioåriga delägare var enligt antagandet $\frac{21}{53}$, skulle man således på detta sätt hafva erhållit 2,132 kronor eller just pensionens rätta medelkapitalvärde vid dödsfall. Naturligtvis förutsättes härvid, att man verkligen kan bestämma de nyss omförmälda relativa antalen, vare sig på grund af direkta observationer, eller med ledning af särskilda mortalitetstabeller för gifta, ogifta och enklingar.

För att åter aflägsna inflytandet af bristande stabilitet i fråga om delägarnes familjeförhållanden, skulle man möjligen kunna försöka några korrektionsmetoder, liknande dem, hvilka föreslagits för beräkning af lifslängdstabeller, då blott antalen personer i olika åldersklasser inom en icke stationär befolkning äro bekanta. Ett sådant förfaringssätt synes mig dock vara att förorda endast i det fall, att tillräckligt noggranna uppgifter om pensionärer och pensionsbelopp under en följd af år ej stå att erhålla, eller kassans delägareantal är så ringa, att af nämnda uppgifter inga giltiga slutsatser kunna dragas. Har däremot kassan flere tusental delägare, och kunna nödiga uppgifter om pensionärer och pensionsbelopp erhållas för en tidrymd af 15 à 20 år, så synas dessa uppgifter i främsta rummet böra begagnas för härledande af pensionens medelkapitalvärden vid dödsfall inom olika åldrar. Vill man t. ex. beräkna detta värde för en trettioårig delägare, antecknar man för hvar och en af de delägare, som aflidit vid 30 års ålder, de belopp, kassan till hans familj vid olika tidpunkter utbetalat. Alla dessa belopp diskonteras sedan till tidpunkten för delägarens död, och om ännu någon pensionsberättigad medlem af familjen återstår, diskonteras äfven pensionsrättens nuvarande kapitalvärde till nämnda tidpunkt. Med ledning af de sålunda erhållna talen kan man lätt beräkna pensionens medelkapitalvärde både för delägare, som

aflida gifta, och för dem, som vid dödstillfället äro enklingar med pensionsberättigade barn. Bestämmer man slutligen med tillhjälp af kassans erfarenhet relativa antalen delägare, som aflidit gifta eller vid dödstillfället varit enklingar med pensionsberättigade barn, så erhålles därigenom pensionens medelkapitalvärde för en trettioårig delägare, som omedelbart aflider, och sedan beräknas på vanligt sätt själfva pensionsrättens medelkapitalvärde. Att under särskilda omständigheter vissa modifikationer vid nu angifna operationers utförande äro behöfliga, torde af sig själft vara klart. Skulle t. ex. inga uppgifter finnas att tillgå om åldersfördelningen för de delägare, som aflidit ogifta eller vid dödstillfället varit barnlösa enklingar, samt icke häller några antagliga mortalitetstabeller för ogifta, gifta och enklingar kunna erhållas, så torde det nödfallsvis vara skäl att begagna kassans erfarenhet rörande relativa antalen inom olika åldersklasser *lefvande* gifta äfvensom enklingar med pensionsberättigade barn. [1])

Det nu föreslagna sättet att i främsta rummet bygga beräkningen af medelkapitalvärdena på uppgifter om verkligt utbetalade pensionsbelopp synes mig för öfrigt äfven af andra skäl vara att förorda. Dels undviker man därigenom att grunda kalkylerna uteslutande på den i allmänhet osäkra kännedom, man äger om enkornas och barnens mortalitetsförhållanden, dels blir det möjligt att utan särskilda undersökningar taga hänsyn till den besparing, som uppkommer genom enkornas omgiften, en besparing, som vid de svenska utredningarna enligt den indirekta metoden allsicke synes hafva blifvit beaktad.

Mot de af mig sålunda förordade förbättringarna i den indirekta metoden torde möjligen invändas, att desamma, om också

---

[1]) Vid sin förtjänstfulla, ofvan citerade utredning af finska civilstatens enkekassas ställning har LINDELÖF ansett sig icke kunna för beräkningen af pensionernas medelkapitalvärde draga nytta af uppgifterna om verkligt utbetalade pensionsbelopp, emedan åldersuppgifter saknats för de delägare, som icke efterlämnat sterbhus (se LINDELÖF, anf. arb. s. 27). Härigenom har han dock, enligt min mening utan tillräckligt skäl, lämnat obegagnadt just den värdefullaste delen af det statistiska materialet.

teoretiskt taget befogade, dock i verkligheten icke äga någon betydelse, enär i hvarje utredning af en kassas ställning ingå vissa osäkra eller föränderliga faktorer, nämligen räntefoten och kassans mortalitetsförhållanden, hvilka utöfva lika stort eller ännu större inflytande på beräkningens resultat, än den olika mortaliteten för gifta och ogifta, samt den bristande stabiliteten i familjeförhållandena. Denna invändning är emellertid enligt min mening endast i ringa mån berättigad.

Hvad först angår räntefoten, så är det onekligt, att densamma under en följd af år varit stadd i långsamt sjunkande, och att en ytterligare nedgång däri icke är alldeles osannolik. Å andra sidan är det dock klart, att en enkekassa, som ägt bestånd åtminstone ett eller annat tiotal år, endast i mycket ringa mån beröres af räntans långsamma fallande, enär det belopp, som för hvarje år skall placeras, är relativt litet i förhållande till det redan placerade kapitalet. Men äfven för en enkekassa, som nyss blifvit inrättad, har räntefotens sjunkande icke på långt när så stor betydelse, som man skulle vara böjd att tro, då man tager kännedom om de särskilda försiktighetsmått, hvilka vid vissa utredningar ansetts nödvändiga för att hålla en kassa solvent äfven vid sjunkande räntefot. Till stöd för detta påstående tillåter jag mig citera ett uttalande af professor GYLDÉN, till hvilkens uppfattning jag i denna fråga ansluter mig: [1])

> Man har [då hänsyn skolat tagas till räntans sjunkande] förfarit helt enkelt sålunda, att man förutsatt räntefoten konstant, men tilldelat densamma ett mindre värde, än det som nu är gällande, ett sådant som man förmodat skall bli gällande om några decennier. Man tillåter sig således den alldeles oberättigade och notoriskt oriktiga förutsättningen, att räntan genast i början skall utgå efter en mindre procentsats än faktiskt är förhållandet. Om ränte-

---

[1]) Se *Betänkande angående ordnande af pensionsväsendet för statens civile tjensteinnehafvare samt för deras enkor och barn, afgifvet af den för ändamålet af Kongl. Maj:t tillsatta komité* (Stockholm 1894), sid. 413—414.

fotens inflytande på pensionsafgiftens storlek vore proportionellt mot tiden, så skulle detta förfarande ganska väl kunna låta försvara sig, endast man vore förvissad om att kunna i förväg bestämma det medelvärde af den småningom sjunkande räntefoten, som härvid borde användas. Men räntefotens inflytande är icke af denna enkla beskaffenhet, utan detta inflytande har mera en karaktär, som representeras analytiskt af en exponentialfunktion af tiden; och man kan visa, att om framtida annuiteter diskonteras med föränderlig räntefot till nuvarande tid, så bero de största af dessa diskonterade värden hufvudsakligen af den nuvarande räntefoten, så att räntans framtida ändringar spela en relativt mindre rol.

Hvad åter angår den minskning i dödligheten, som hittills från årtionde till årtionde kunnat konstateras, så bör framhållas, att dess inverkan stundom blifvit på ett i någon mån vilseledande sätt framställd. Så har man t. ex. påpekat, att både antalet af dem, som uppnå en viss ålder, och sannolika återstående lifslängden vid denna ålder äro stadda i jämförelsevis rask tillväxt, och funnit det klart, att detta dubbla inflytande måste högst betydligt höja de framtida pensionskostnaderna.[1]) Oafsedt den mera formella anmärkningen, att man egentligen borde hafva tagit hänsyn till den återstående *medel*lifslängden i stället för den sannolika återstående lifslängden, kan emellertid mot den slutsats, som af ofvan anförda fakta dragits, göras den invändningen, att slutsatsen är direkt giltig blott om hela pensionskostnaden bestrides genom *inträdes*afgifter. Om däremot, såsom i regeln är fallet, kassans inkomster utgöras af *års*afgifter från delägarne, så måste man tydligen äfven taga hänsyn till den omständigheten, att medeltalet afgifter för en enskild delägare ökas, i den mån mortaliteten minskas, hvadan årsafgiftens belopp icke behöfver på långt när i samma proportion som pensionens kapitalvärde tillväxa. Detta förhållande

---

[1]) Jfr *Betänkande angående ordnande af pensionsväsendet för statens civila tjensteinnehafvare*, bil. 2, sid. 488.

framgår också omedelbart däraf, att i uttrycket för årsafgiften ingår äfven en nämnare, hvars alla termer utom den första ökas, i den mån mortaliteten minskas. För öfrigt må erinras, att då fråga är om en enkekassa, den minskade dödligheten har en jämförelsevis underordnad betydelse.

Af det nu anförda torde framgå, att de föränderliga faktorer, hvilka alltid ingå i en utredning af en enkekassas ställning, icke äro af så öfverväldigande inflytande, att de af mig föreslagna förbättringarna af den indirekta metoden skulle vara utan betydelse. Däremot kan naturligtvis i särskilda fall inträffa, att de data, på hvilka beräkningen af en enkekassas förpliktelser måste grundas, äro så osäkra, att det är fullkomligt likgiltigt, om man använder den indirekta metoden med eller utan förbättringar, eller till och med något ännu mera summariskt tillvägagående. I hvarje sådant fall bör dock den mindre exakta metodens berättigande genom en särskild undersökning ådagaläggas.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 9.
Stockholm.

Cistella cistellula S. Wood, en för Sverige ny Brachiopod.

Af Thorsten Ekman.

Meddeladt den 14 November 1894 genom Hjalmar Théel.

Af denna lilla Brachiopod har jag erhållit ett tjugotal exemplar från Gullmarsfjorden i Bohuslän, och åtminstone en del af dem äro från större djup vid Skårbergen. Dessutom har jag erhållit uppgift om, att bland Kongl. Riksmusei samlingar finnes en flaska med flere exemplar fästade på serpulidrör från omkring 60 famnars djup från Skårbergen. Dessa äro redan år 1855 insamlade af professor Sven Lovén och af honom bestämda till *Argiope cistellula.* Fyndet är ej förut offentliggjordt.

De två första exemplaren fann jag på serpulidrör, som jag af annan anledning undersökte, och de andra i en samling dylika rör, som jag för detta ändamål fått låna från Kongl. Riksmuseum. De flesta voro fästade direkt på rören, de öfriga på andra föremål, som voro invuxna bland dessa såsom specielt ofta *Cynthia tesselata* Forbes. I allmänhet tycktes de finnas bland rör och föremål, som voro mer eller mindre bruna, ej så ofta bland hvita. *Cistella* är också själf brunaktig, och dels i följd häraf dels i följd af sin litenhet och dolda plats är den ganska svår att upptäcka. I allmänhet behöfs lupp för att få syn på den. De största exemplar, jag sett, mäta omkr. 1 mm. i längd och 2 mm. i bredd. Af dessa hade några tydligen uppnått sin

fulla storlek, i det att vinkeln mellan dorsala och ventrala skalet var trubbigare, och djurets tjocklek i förhållande till längden större än hos de yngre. DAVIDSON[1]) uppger största måtten för *C. cistellula* från England till resp. 1 och $1^1/_4$ »line» (engelskt mått). De flesta af mina exemplar öfverensstämma till formen bäst med den teckning FORBES & HANLEY[2]) lemna, men de variera ganska mycket, och jag har fått exemplar, t. o. m. ett gammalt, som voro föga bredare än långa, ungefär såsom Pl. 22, fig. 2 i DAVIDSONS[1]) arbete visar.

---

1) TH. DAVIDSON: A monograph of recent Brachiopoda, pag. 139. in: Transact. Linn. Soc. London. Vol. 4, Part. 1—3. 1886—88.

2) FORBES & HANLEY: A History of British Mollusca, London 1853. Pl. 57, fig. 9.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 9.
Stockholm.

Mykologische Beiträge. II.

Von H. O. Juel.

[Mitgeteilt den 14. November 1894 durch V. Wittrock.]

Es werden hier einige parasitischen Pilze aufgezählt, die ich an verschiedenen Stellen in Schweden und Norwegen gefunden habe. Einige werden als neu für die Wissenschaft beschrieben, Andere wurden auf neuen Wirtpflanzen gefunden, noch Andere sind dem einen der skandinavischen Länder neu. Auch werden zur genaueren Kenntnis unvollständig gekannter Arten einige Beiträge geliefert.

Die im Folgenden häufigst erwähnten Fundorte sind in Gebirgsgegenden gelegen, nämlich in Schweden: Åre und der Berg Åreskuta im westlichen Jämtland; in Norwegen: Röisheim, Elvesæter und Sulheim in Lom, der Berg Hövring im Gudbrandsdal, Jerkin und Drivstuen in Dovre. Die schwedischen Fundorte werden mit **S.**, die norwegischen mit **N.** bezeichnet.

Chytridineæ.

Synchytrium Phegopteridis Juel (Botan. Notis. 1893).
Auf *Ph. polypodioides* Fée. **N.** Kvam im Gudbrandsdal.

Ustilagineæ.

Ustilago seminum n. sp. (Fig. 1 *a—c.*)
Sporenpulver blassbraun (»terra de sienna»). Sporen rundlich, 13 μ im Durchm., oder länglich, ungef. 19 μ lang, 9 μ breit,

blass, mit ziemlich dicken Papillen dicht besetzt. Keimung durch einen sterilen Mycelschlauch.

In den Samen von *Arabis petræa* LAM.; N. Sulheim.

In den kranken Früchten, die etwas kürzer sind als die gesunden, aber sonst kaum deformirt, sind die Samen durch kleine Massen von Sporenpulver ersetzt. Das Mycel befällt die Samenknospen, welche verkümmern, während das sporenerzeugende Gewebe als Wucherungen an der Fläche des Funiculus und der Integumente, besonders um die Chalaza-Gegend entstehen.

In Juli eingesammelte Sporen keimten auf Wasser schon nach einem Tage, doch nicht in grosser Zahl. In September wurden Sporen von demselben Materiale auf Wasser gesäet und keimten jetzt reichlicher. Die Keimung erfolgte stets in der Weise, dass ein etwa 3 μ dicker, septirter Keimschlauch entwickelt wurde, der sich spärlich verzweigte (Fig. 1 *b*). Der Protoplasma-Inhalt sammelte sich in den Zweigenden, die sich stets in die Luft erhoben. Nie konnte ich einen Ansatz zu Sporidienbildung wahrnehmen. In einer Nährlösung von Mistdekokt keimten die Sporen in September sehr reichlich. Die Keimschläuche waren hier etwas dicker und an der Mitte der einzelnen Zellen schwach aufgetrieben (Fig. 1 *c*). Auch hier blieb die Sporidienbildung aus.

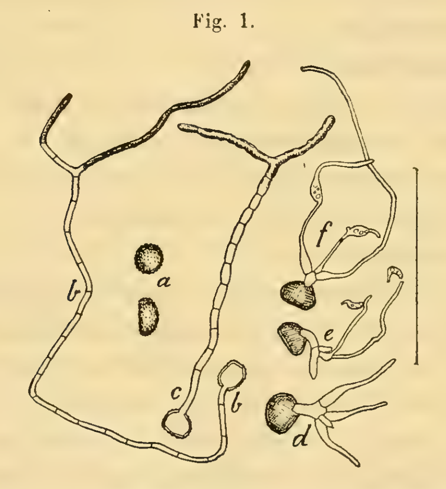
Das Ausbleiben der Sporidien dürfte hier nicht von ungünstigen Umständen bei der Keimung bedingt sein. Ich glaube vielmehr, dass das Vermögen Sporidien zu erzeugen bei dieser Art weggefallen, und dass die Infektion direkt durch die Keimschläuche erfolgt. Dieser Vorgang dürfte mit demjenigen bei Phytophthora verglichen werden können, bei welcher die Conidien, statt Zoosporen zu erzeugen, mit einem Mycel auskeimen können, andere ähnliche Beispiele zu verschweigen.

Da die Entstehungsweise der Sporidien den wichtigsten Gattungscharakter unter den Ustilagineen bildet, kann der Platz dieser Art im Systeme aus der Keimung nicht hervorgehen. Aber die Sporenbildung ist diejenige einer Ustilago. In dem sporenbildenden Gewebe sind die Sporenanlagen wie in einer Gallerte

zusammengeflossen, so dass die Verzweigungen der Hyphen nicht mehr gespürt werden können. Diese Art muss daher zu *Ustilago*, nicht zu *Tilletia* gezählt werden.

Aber im Baue der Sporen dieser Art besteht eine grosse Aehnlichkeit mit *Sorosporium Saponariæ* RUD. Wenn ich die Sporen dieser beiden Arten, unter demselben Deckglase vermischt beobachtete, konnte ich sie nur mit Mühe von einander unterscheiden. Zwar sind die Sporen bei Sorosporium zu grossen Klumpen zusammengeballt, aber die Verbindung zwischen den einzelnen Sporen ist nur eine lose, und dieses Merkmal scheint

Fig. 1.



Ustilago seminum. *a* reife Sporen; *b* in Wasser seit einigen Tagen gekeimte Spore; *c* in Nährlösung gekeimte Spore. Die in die Luft erhobenen Zweigenden sind schattirt.

Melanotænium caulium. *d* keimende Spore mit Promycel und Sporidien, die eben auskeimen; *e*, *f* spätere Stadien der Keimung, Bildung von Sekundärsporidien. Der Strich bezeichnet 100 μ bei dieser Vergrösserung.

mir kein sehr wichtiger Gattungscharakter zu sein. Die Entstehungsweise der Sporen ist, vom Zusammenballen abgesehen, bei Sorosporium dieselbe als bei Ustilago. Die Keimung des *S. Saponariæ* erfolgt wie bei *U. seminum* durch einen sterilen Keimschlauch. Ich glaube daher, dass U. seminum und S. Saponariæ nahe verwandte Arten sind.

Im Baue und in der Farbe der Sporen scheint *U. seminum* keiner der europäischen Ustilago-Arten nahe zu stehen, ausser *U. Duriæana* TUL., die in den Samenknospen von Cerastium-Arten parasitirt.

Beck (Zur Pilzflora Niederösterreichs III. Zool.-bot. Ges. Wien 1885, p. 361) hat eine *Tilletia Thlaspeos* in den Samenknospen von *T. alpestre* beschrieben, die in den Charakteren der Sporen mit der eben beschriebenen Art sehr wohl übereinzustimmen scheint. Da ich den Pilz nicht gesehen habe, und seine Gründe denselben zur Gattung *Tilletia* zu stellen nicht kenne, habe ich vorläufig die von mir gefundene Form als selbständige Art aufstellen müssen.

Sorosporium Saponariæ RUD.

In den Blüten von *Silene venosa* (GILIB.) ASCH. N. Röisheim.

Schizonella melanogramma (DC.) SCHROET.

Auf *Carex ericetorum* POLL. S. Grebbestad in Bohuslän.

Auf *C. vaginata* TAUSCH. N. Röisheim.

Tilletia Sesleriæ n. sp.

Sporen unregelmässig-rundlich, dunkelbraun, 25—28 μ im Durchm. Epispor mit niedrigem engmaschigen Netzwerke versehen. Bildet in den Blättern sehr lange und schmale schwarze Streifen.

Auf *Sesleria coerulea* (L.) ARD. S. Gotland.

Ich fand diesen Pilz schon 1883 und legte ihn damals der »Botaniska Sällskapet» in Stockholm vor, in deren Verhandlungen er, jedoch ohne Namen, beschrieben ist (Botan. Notis. 1883, p. 195). Er ist auch in der seitdem vergangenen Zeit von keinem anderen Verfasser erwähnt worden und wird daher jetzt als neue Art in die Literatur eingeführt.

Diese Art steht der *T. olida* (RIESS) WINT., welche ich auch auf Gotland gefunden habe, sehr nahe, und ist von dieser nur durch grössere Dimensionen verschieden. Die Sporen von *T. olida* sind meist 20 μ, die von *T. Sesleriæ* in der Regel 27 μ in Durchm. Auch hat bei letzterer Art das Netzwerk ein wenig weitere Maschen.

Melanotænium caulium (SCHNEID.) SCHROET.

Auf *Linaria vulgaris* MILL. **N.** Röisheim.

Fast alle von derselben Wurzel entspringenden Sprosse werden vom Pilze befallen. Ein perennirendes Mycel dürfte daher vorhanden sein.

Ich habe die Keimung der Sporen bei dieser Art beobachtet (Fig. 1 *d*—*f*). Ein kurzes, ungef. 15 μ langes Promycel trägt an seiner Spitze 3—4 längliche Körperchen, die Sporidien, welche sogleich auskeimen (*d*), soweit ich sehen konnte, ohne zu kopuliren. In mehreren Fällen blieb eine derselben kurz und entwickelte sich nicht weiter (*e*, *d*). Die Sporidien wuchsen in lange, ungef. 2 μ dicke septirte Fäden aus, und bildeten öfters an der Spitze derselben je eine kleine, etwas gekrümmte, ungef. 9 μ lange, 3 μ dicke Sekundärsporidie (*e*, *f*), die oft in gleicher Weise auskeimte ohne abgeschnürt zu sein. Bei Cultur in einer Nährlösung von Mistdekokt wurden die primären Sporidien zu einem, vom Ende des Promycels ausgehenden Büschel von etwas dickeren, rein vegetativ wachsenden Fäden entwickelt.

Urocystis Agropyri (PREUSS) SCHROET.

Auf *Triticum repens* L. **N.** Röisheim.

Auf *Avena pubescens* L. **N.** Jerkin.

Auf *Festuca* sp. **N.** Röisheim.

Auf *Agrostis vulgaris* WITH. **N.** Röisheim.

Auf *Carex pallescens* L. **S.** Åre.

Auf *C. stricta* GOOD. **N.** Röisheim.

Auf *C. vulgaris* FR. **N.** bei Röisheim und Elvesæter häufig.

Ich kann die Carex-bewohnenden Formen, welche der *U. Fischeri* KÖRN. wahrscheinlich entsprechen, von den grasbewohnenden nicht unterscheiden. Auch die Formen auf Carex besitzen ein perennirendes Mycel. Bis dass es dargelegt worden ist, ob die resp. Formen biologisch verschieden sind, ist es wohl am besten, mit DE TONI, alle unter eine Art zu vereinigen.

Urocystis sorosporoides KÖRN.

Auf *Thalictrum simplex* L. **N.** Röisheim.

Auf *Th. alpinum* L. **N.** Röisheim. Die Form auf dieser Wirtpflanze scheint ein wenig kleinere Hauptsporen zu haben.

Urocystis Anemones (PERS.) WINT. var. **irregularis** WINT.

Auf *Aconitum septentrionale* KOELLE in den Gebirgsgegenden Skandinaviens häufig.

Auf *Ranunculus auricomus* L. **S.** Åre.

Die Form auf *Aconitum* wurde von WINTER (Hedw. 1880, p. 2) als var. *irregularis* der vorigen Art aufgestellt. Später hat er (RABENH. Krypt.-Flora I: 1) dieselbe mit dieser Art vereinigt. Sie ist jedoch durch die Zahl der Hauptsporen, die zu fünf oder mehr vorhanden sind, von der Hauptform hinreichend verschieden um einen Varietätsnamen zu verdienen.

Erysipheæ.

Podosphæra myrtillina (SCHUB.) KZE var. **major** n. var.

Anhängsel doppelt länger als bei der Hauptform, bis 600 μ lang.

Auf *Myrtillus uliginosa* (L.) DREJ. **S.** Falun.

Wegen des erheblichen Unterschiedes in der Länge der Anhängsel scheint mir diese Form wenigstens eine besondere Varietät zu sein. Ob die in der Literatur, z. B. in RABENH. Kryptog.-Flora I: 2, p. 29, erwähnte *P. myrtillina* auf *M. uliginosa* zu dieser Varietät gehört, ist mir nicht bekannt.

Sphærotheca Drabæ JUEL (Bot. Notis. 1890).

Auf *Dr. hirta* L. und *incana* L. **N.** Röisheim.

Auf *Astragalus alpinus* L. **N.** Röisheim.

Auf *Thalictrum alpinum* L. **S.** Åre; **N.** Hövring, Röisheim.

Als ich diese Art beschrieb, kannte ich nur die Perithecien-Form. In Juli 1894 habe ich die Conidien-Form auf den genannten Wirtpflanzen, mit Perithecien beisammen, häufig angetroffen. Die Conidien sind dessen der *S. Castagnei* LÉV. ähnlich, ungef. 30 μ lang, 8 μ breit.

Die Form auf *Astragalus* stimmt mit der auf *Draba* in allen Teilen überein. Die Form auf *Thalictrum alpinum* hat dagegen etwas kleinere Perithecien und Conidien.

ROSTRUP hat einen Zweifel über den Wert dieser Art ausgesprochen (Bidrag til Kundskaben om Norges Soparter II. Chri-

stiania Vidensk.-Selsk. Forhandl. 1891) und vermutet, dass dieselbe von *Sph. Castagnei* nicht verschieden sei. Bei *Sph. Drabæ* sind die Perithecien nur am Grunde durch einige Hyphen mit dem Mycel verbunden, aber entbehren gänzlich der Anhängsel. Auch sind die Perithecien etwas kleiner, nur 70—80 μ im Durchm., bei der Form auf *Thalictrum* sogar nur 60—70 μ; bei *Sph. Castagnei* dagegen wenigstens 90 μ. Bei Röisheim habe ich typische *Sph. Drabæ* auf *Dr. incana* und ebenso typische *Sph. Castagnei* mit zahlreichen Anhängseln auf *Alchemilla vulgaris* L. nahe einander wachsend gefunden.

Vielleicht kommen jedoch Zwischenformen vor. Ich habe bei Falun in Dalarne auf *Melampyrum pratense* L. eine *Sph. Castagnei* mit nur 1—2 entwickelten Anhängseln an den Perithecien gesammelt. Dieselbe mag vorläufig als *Sph. Castagnei* var. **submutica** bezeichnet werden.

Pyrenomycetes.

Polystigma obscurum n. sp. (Fig. 2 E).

Stroma häufigst ein ganzes Blättchen einnehmend, welches dadurch verdickt und schwach gewölbt wird, unten weisslich, oben von den Spermogonienmündungen gelbbrötlich punktirt, später, wenn die Perithecien auftreten, braungrau. Spermogonien häufigst auf der Oberseite, eingesenkt, meist eiförmig mit kaum hervorragender Mündung. Spermatien stäbchenförmig, 8 μ lang, 2 μ breit. Perithecien kuglig, an der oberen oder unteren Fläche ausmündend, mit aus bräunlichem Parenchym gebildeter Wandung, und einer wenig vorragenden Mündung, welche nebst der angrenzenden Gewebepartie schwärzlich gefärbt ist. Asci cylindrisch, kurz gestielt, ungef. 85 μ lang, 10 μ breit (Fig. 2 E). Sporen einreihig, ellipsoidisch, hyalin, 10 μ lang, 6 μ breit.

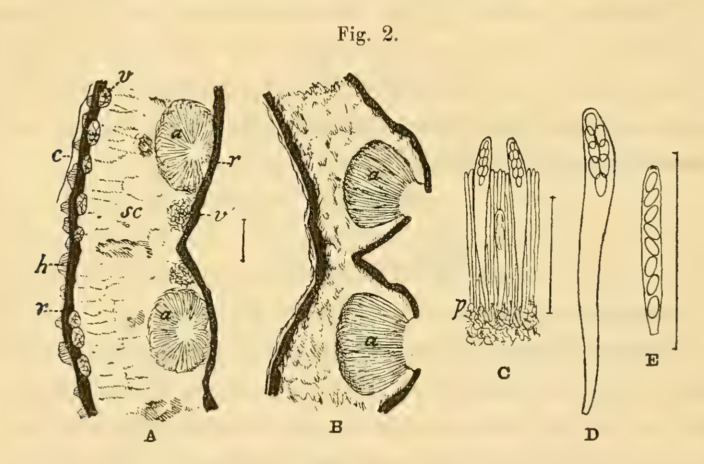
In lebenden Blättern von *Astragalus alpinus* L. **S.** Åre; **N.** Röisheim. Auf *A. oroboides* HORN. **N.** Drivstuen.

Dieser Pilz dürfte in den Gebirgsgegenden Skandinaviens nicht selten sein, und es scheint befremdend, dass er bisher nicht

beschrieben worden ist. Wahrscheinlich wurde die Perithecien-Fruktifikation bisher übersehen. Anfang Juli sind nur Spermogonien ausgebildet, aber gegen Ende dieses Monats fand ich bei Röisheim häufig die Perithecien-Form.

Das Stroma hat denselben sclerotienähnlichen Bau wie bei *P. ochraceum* (WAHLENB.) SACC. Das Gewebe ist aus einem ähnlichen hellen, körnigen Gewebe gebildet, doch weniger dicht als bei jener Art. Es zeigt auf dem Blattquerschnitte einen fast palissadenförmigen Aufbau. Junge Perithecien zeigen bei beiden Arten einen ziemlich übereinstimmenden Bau.

Fig. 2.



Pseudorhytisma Bistortæ. A Querschnitt durch ein Blatt im Herbste; c Cuticula, *h* Zotten, *r* Rindenschicht, *sc* Sclerotiengewebe, *v* den Athemhöhlen entsprechende Räume an der Oberseite des Blattes, *v'* Partieen von locker verflochtenen Hyphen an der Unterseite, *a* Apothecienanlagen. — B Querschnitt durch ein überwintertes Blatt; *a* reife Apothecien. — C Querschnitt durch die Fruchtscheibe; bei *p* Pigmentschicht. — D reifer Ascus.

Polystigma obscurum. E reifer Ascus.

Vergr. in A und B 50, in C 150; in D und E 250. Die Striche bezeichnen 100 μ bei den resp. Vergrösserungen.

Discomycetes.

Pseudorhytisma nov. gen. *Phacidiacearum* (Fig. 2 A—D).

Mycel ein kräftig entwickeltes, innen weissliches und von einer schwarzen Rinde bekleidetes Sclerotiengewebe bildend. Apo-

thecien im Sclerotienlager eingeschlossen, gerundet oder länglich-gewunden, nach Ueberwinterung reifend und durch unregelmässig-lappiges Zerreissen der Rindendecke die noch eingesenkte unberandete Fruchtscheibe entblössend. Asci cylindrisch-keulig, mit 8 eiförmigen, hyalinen Sporen. Paraphysen fädig.

Ps. Bistortæ (DC).

Syn. *Xyloma Bistortæ* DE CANDOLLE Fl. franc. 6, p. 153.

Ectostroma Bistortæ FRIES Syst. Myc. 2, p. 602.

Rhytisma Bistortæ LIBERT Pl. Crypt. Ard. exs. 68.

Pseudopeziza Bistortæ FUCKEL Symb. myc., p. 290; REHM Rabenh. Kryptog.-Flora I: 3, p. 596; SACCARDO Syll. Fung. VIII, p. 723.

Rhytisma Bistortæ (DC) Rostr. ERIKSSON Fung. paras. scand. exs. VIII, N:o 537; non ROSTRUP Fungi Grönlandiæ. Meddelelser om Grönland III, p. 542.

Auf *Polygonum Bistorta* L. und *viviparum* L. in den Gebirgen Mitteleuropas.

Auf *P. viviparum* L. **N.** in den Gebirgen wahrscheinlich nicht selten; **S.** Dufed in westlichen Jämtland.

Es gelang mir an Exemplaren, die ich 1888 bei Jerkin in Dovre gesammelt, und die ich den ganzen Winter unter dem Schnee aufbewahrt hatte, reife Apothecien zu bekommen. Ich sandte sterile Exemplare und Zeichnungen von Asci und Sporen zum Herrn Medicinalrat H. REHM, der mir mit grosser Zuvorkommenheit mitteilte, dass dieselben mit *Pseudopeziza Bistortæ* identisch seien. Nachher sind Beschreibungen dieser Art in REHM'S und SACCARDO'S Bearbeitungen der Discomyceten erschienen, und es geht deutlich hervor, dass die von mir gefundene Form ganz gewiss die *Pseudopeziza Bistortæ* dieser Autoren ist.

Durch eine genaue Untersuchung dieser Exemplare ist es mir indessen klar geworden, dass dieser Pilz der Gattung *Pseudopeziza* nicht zugezählt werden kann. In REHM'S trefflicher Bearbeitung der Discomyceten gehört *Pseudopeziza* zu der Fam. *Mollisieæ*, Abteilung *Pyrenopezizeæ*, a *Pseudopezizeæ*. Bei dieser Gruppe sind die Apothecien »zuerst unter die oberen Zell-

schichten eingesenkt, durch dieselben hervorbrechend und dann sitzend», und »aus einem in den lebenden Blättern wuchernden Hyphengewebe sich entwickelnd, kaum hervortretend.» Wie die Abbildungen von *Ps. Trifolii* und *Fabræa Astrantiæ* es zeigen, sind die reifen Apothecien oberflächlich, und erheben sich mit ihren Rändern über das Substrat. Und das erwähnte Hyphengewebe ist von einem Sclerotienlager weit entfernt. Dagegen ist ein Sclerotienlager, wie es bei *Ps. Bistortæ* vorhanden ist, der Gattung *Rhytisma* unter den Phacidiaceen eigen. Hier sind auch die Apothecien bei der Reife noch im Sclerotiumlager eingesenkt, und nur von dessen Rindenschicht begrenzt, gerade wie dies bei *Ps. Bistortæ* der Fall ist. Diese Art muss daher in dieser Gattung ihre nächsten Verwandten haben und der Fam. *Phacidiaceæ*, a *Euphacidieæ* zugezählt werden, deren Apothecien »eingesenkt, mit den bedeckenden Schichten des Substrates oben zu einer schwärzlichen Decke verwachsen, und daselbst lappig zerreissend» sind. Da sie aber von *Rhytisma* im Bau der Sporen weit verschieden ist, musste für dieselbe eine neue Gattung geschafft werden.

ROSTRUP hat (l. c., p. 542) ein *Rhytisma Bistortæ* (DC) ROSTR. beschrieben, das auf *P. viviparum* in Grönland gefunden ist. Nach seiner Beschreibung muss dasselbe von der hier fraglichen Form weit verschieden sein, denn es hat als echte *Rhytisma* die Apothecien auf der Oberseite des Blattes und fadenförmige Sporen. Er vermutet, dass die sogenannte *Pseudopeziza Bistortæ* mit seiner Art identisch sei, und dass dieselbe von FUCKEL fehlerhaft beschrieben sei. Dass ROSTRUP sich hierin geirrt hat, dürfte aus der hier gegebenen Beschreibung genügend hervorgehen. Auf *P. viviparum* dürften daher zwei Rhytisma-ähnliche Pilze auftreten. Der eine, nämlich der hier als *Pseudorhytisma* beschriebene, kommt in Mitteleuropa auch auf *P. Bistorta* vor. Der andere ist bisher nur auf *P. viviparum* aus Grönland bekannt. Den Namen *Rhytisma Bistortæ* dürfte die letztere Art nicht tragen können, weil dieser Name von LIBERT für die *Pseudorhytisma Bistortæ* benutzt worden ist.

Die in ERIKSSON'S Exsiccatwerk distribuirte *Rhytisma Bistortæ* (DC) ROSTR. ist auch *Pseudorhytisma.* Wahrscheinlich gilt dasselbe von der von ROSTRUP und BLYTT (Bidrag til Kundskaben om Norges Soparter II. Christiania Vidensk.-Selsk. Forhandl. 1891, N:o 9, p. 4) erwähnten Form aus Dovre in Norwegen.

Ich will noch über den Bau dieses interessanten Pilzes einige Details hinzufügen. Die Rinde (Fig. 2 A *r*) besteht aus einem schwarzen, undurchsichtigen Gewebe, welches der umgewandelten Epidermis des Blattes entspricht. An der Oberseite ist die Rinde von zahlreichen, aus innig verwachsenen, sterilen Hyphen bestehenden Zotten (*h*) bekleidet. Diese fehlen an der Unterseite des Blattes. Ueber diesen Zotten liegt oft die Cuticula (*c*) als zarte, schimmernde Schicht. Das Sclerotiengewebe (*sc*) ist von feinen, farblosen, vollkommen dicht verflochtenen und schwer unterscheidbaren Hyphen aufgebaut, und hat eine feste Consistenz. In demselben treten die Reste der Gefässbündel und Andeutungen der Palissadenstructur des Blattes mit bräunlicher Farbe hervor (sieh Fig. A). An der oberen Seite bleiben kleine begrenzte Räume, welche den Athemhöhlen entsprechen (*v*) von Sclerotiengewebe frei, und enthalten nur locker gewundene, etwas dickere Hyphen. An der unteren Seite kommen undeutlich begrenzte Partien von einem lockeren Hyphengewebe vor (*v*').

Die Apothecienanlagen sind im Herbste deutlich entwickelt (Fig. 2 A *a*) und von gegen das Centrum gerichteten Fäden erfüllt. Sie sind in Flächenansicht gerundet oder länglich und etwas gewunden, und nehmen die von den kleinsten Blattnerven begrenzten Räume ein. Bei der Reife wird die Decke des Apotheciums etwas erhoben und lappig zerrissen, wobei auch die zwischenliegenden Gewebepartien etwas zusammensinken (Fig. 2 B). Am Grunde der Fruchtschicht (bei *p* in Fig. 2 C) liegen in den Zellen orangefarbene Pigmentkörner. Die blass rötliche Farbe der Fruchtscheibe rührt wahrscheinlich von diesen her. Die reifen Asci sind ungef. 140 μ lang, 12—14 μ dick und ragen über die Fruchtscheibe empor (C). Die Sporen liegen immer in

der Ascusspitze in regelmässiger Ordnung, wie es Fig. 2 D zeigt. Sie sind in den Enden mit kleinen Tropfen versehen, sind 13 μ lang, 6 μ dick. Die Paraphysen sind fadenförmig, an der Spitze schwach verdickt.

Sphæropsideæ.

Melasmia Empetri P. Magn. Ber. deutsch. Botan. Ges. IV, p. 104.

Auf *E. nigrum* L. **S.** Åreskutan (von E. Henning und von mir gefunden), Sandhamn in den Stockholmer Scheeren (K Starbäck).

Von den typischen Melasmia-Arten ist diese Form durch weit kräftiger gebaute, auch unten wohl entwickelte Perithecium-Wandung nicht wenig verschieden, und scheint mir kaum unter die Leptostromaceen zu stellen sein. — Die sehr kümmerlich beschriebene *Rhytisma Empetri* White, Sacc. Syll. Fung. VIII, p. 761 stimmt in der äusserlichen Beschreibung mit dieser Art ziemlich überein.

Placosphæria Bartsiæ C. Mass.; Sacc. Syll. Fung. X, p. 235.

Auf der Unterseite der Blätter von *B. alpina* L. **S.** Åreskutan.

Die von mir gefundene Form stimmt mit der Beschreibung Massalongo's überein, ausgenommen dass ich die conidientragenden Hyphen kaum verzweigt gefunden. Diese Form ist aber gewiss eine *Melasmia*, denn ihr Bau ist mit *M. salicina* Lév. sehr übereinstimmend. Die Perithecien sitzen auf einem schwach entwickelten Sclerotienlager.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 9.
Stockholm.

Mykologische Beiträge. III.

Eine neue Puccinia auf Molinia coerulea.

Von H. O. JUEL.

[Mitgeteilt den 14. November 1894 durch V. B. WITTROCK.]

In Juli 1886 fand ich in einem Wäldchen bei Uddevalla (Provinz Bohuslän, Schweden) die *Molinia coerulea* (L.) Moench von einem Rostpilze häufig befallen, der mit den Beschreibungen von *Puccinia Moliniæ* TUL. gut übereinstimmte.[1]) Zwischen den kranken Individuen beobachtete ich auch Exemplare von einer Melampyrum-Art, ich erinnere mich nicht mehr welche, die von *Æcidium Melampyri* KZE & SCHM. befallen waren. Ich legte damals auf diese Beobachtung kein besonderes Gewicht, aber wurde daran erinnert, als ich in Juni 1893 bei Falun (Provinz Dalarne) dieses Aecidium, in einem Gebüsche auf *M. pratense* wachsend, wieder antraf. Ich suchte hier nach irgend einer Teleutosporenform auf den um den kranken Melampyrum-Pflanzen wachsenden Gräsern und fand auch auf dürren Blättern von Molinia coerulea zahlreiche Häufchen von ausgekeimten Teleutosporen der erwähnten Puccinia-Art. Auch auf einer Wiese in der Nähe fand ich diese beiden Rostformen auf denselben Nährpflanzen zusammen wachsend.

Während eines Aufenthalts in Falun besuchte ich am 26. März 1894 den eben erwähnten Fundort. Der Schnee war eben

[1]) Diese Form ist in ERIKSSON's »Fungi parasitici Scandinavici exsiccati», Fasc. VI, N:o 278, unter dem Namen *P. Moliniæ* Tul. distribuirt, aber gehört ohne Zweifel der hier beschriebenen *P. nemoralis* an.

hinweggeschmolzen, und ich konnte Molinia-Blätter mit überwinterten Teleutosporen einsammeln. Auch suchte ich zwischen Moos und abgefallenen Blättern Samen von *Melampyrum pratense* auf. Dieselben hatten schon zu keimen begonnen und wurden in feuchtem Moos aufbewahrt nebst kleinen Rasen von einer *Festuca*, die neben den gesammelten Samen gewachsen; ich vermutete nämlich, dass diese die Nährpflanze des Melampyrum sei. Das eingesammelte Material wurde nach Upsala mitgebracht. Die Samen sammt dem Grase wurden in Töpfen gepflanzt und standen, mit Glastöpfen bedeckt, in einem Fenster. Mehrere Melampyrum-Pflanzen kamen bald zum Vorschein und gediehen anfangs gut. In April wurde eine Infektion an einem Keimlinge mit völlig entwickelten Primordialblättern vorgenommen. Ich hatte vorher Stücke von Molinia-Blättern mit Teleutosporen in ein Glasrohr gebracht, das am Boden einen Tropfen Wasser enthielt und mit einem Propfen verschlossen war. Nach ein Paar Tagen hatten die Sporen reichlich gekeimt. Kleine Stückchen von diesem Materiale wurden jetzt auf die entwickelten Blätter zweier Melampyrum-Pflanzen gelegt. Nach einigen Tagen zeigten sich auf diesen Blättern Pykniden tragende Fleckchen. Diese Pflanzen wurden jedoch in ihrer Entwicklung gehemmt und starben bald ab, ohne dass Aecidien zum Vorschein kamen.

Ende April wurde eine neue Infektion an ein Paar Pflanzen, die etwas weiter entwickelt waren, ausgeführt. An diesen traten mehrere Pykniden-Fleckchen auf, und auf einer derselben entwickelten .sich endlich auch einige deutliche Aecidien.

Dadurch war ich zwar von der Richtigkeit meiner Vermutung über die Zusammengehörigkeit dieser beiden Pilzformen überzeugt, aber das gewonnene Resultat war noch etwas ärmlich. Die zur Cultur benutzten Pflanzen kamen im Zimmer nur zu einer kümmerlichen Entwicklung, was für das Gedeihen des Parasiten ungünstig sein musste. Ich schritt daher zu Culturen im Freien. Im Saume eines Waldes bei Upsala suchte ich einen Platz auf, wo junge Pflanzen eines Melampyrum häufig

vorkamen; dieselben stellten sich später als *M. pratense* heraus. Einige Pflanzen wurden mittels eines Blumen-Douche-Apparates bewässert, und Stückchen von keimendem Sporenmaterial auf mehrere Blätter gelegt. Weil hier im Walde die Culturen nicht durch aufgesetzte Glastöpfe geschützt werden konnten, nahm ich diese Culturen am Abend vor, um das Eintrocknen der Keime wo möglich zu verhindern. Ein im April angestellter Versuch blieb ohne Erfolg. Am 3. Juni wurden wieder mehrere Pflanzen in der genannten Weise infizirt. Als ich am 17. Juni dieselben untersuchte, bemerkte ich an ihren Blättern ziemlich grosse weissliche Flecke, die jedoch noch keine Aecidien trugen. Herr Cand. phil. K. TIMANDER begleitete mich diesmal zum Platze, und er versprach mir in gefälliger Weise die kranken Exemplare nach einiger Zeit einzusammeln und zu präpariren. Ich selbst musste nämlich am nächsten Tage eine Reise nach Norwegen vornehmen. Bei meiner Rückkehr nach Upsala im August lieferte er mir vier getrocknete Individuen von Melampyrum pratense, die an mehreren Blättern reichlich entwickelte Aecidium-Flecke trugen, und welche eben die von mir bezeichneten Individuen waren, die er am 4. Juli am erwähnten Orte gesammelt hatte.

Ich habe diese Culturversuche ausführlich beschrieben um jeden Zweifel an der Zuverlässigkeit des gewonnenen Resultates zu beseitigen. Es hat nämlich ROSTRUP schon längst erwiesen, dass *Puccinia Moliniæ* in Dänemark ihre Aecidien auf *Orchis*-Arten erzeugt (Botan. Tidskrift, Köbenhavn. 2: 4, p. 10). Auch in Schlesien treten nach SCHROETER (COHN'S Kryptog. Flora von Schlesien III: 1, p. 332) *P. Moliniæ* und *Æ. Orchidearum* gesellig auf. ROSTRUP'S Angaben über seine Culturversuche lassen keinen Raum für einen Zweifel über die Richtigkeit seiner Resultate. Es müssen daher auf Molinia coerulea zwei biologisch verschiedene, aber morphologisch fast identische Puccinia-Species vorkommen. Beide Arten dürften in der TULASNE'schen Art, die ursprünglich nur die Formen auf Molinia umfasste, eingeschlossen sein. Aber dieser Name ist von ROSTRUP für die von

ihm behandelte Art in Anspruch genommen worden, und die von mir untersuchte Art muss daher einen neuen Namen bekommen. *P. Moliniæ* kommt nach ROSTRUP in Mooren vor, meine Art habe ich dagegen an trockneren Stellen, in Wäldchen und auf Wiesen gefunden, und ich nenne sie daher *P. nemoralis*.

Durch die Güte Herrn Professor ROSTRUP'S war ich so glücklich Exemplare von *P. Moliniæ* untersuchen zu können, und zwar von demselben Materiale, das er seiner Zeit zur Darlegung der Entwicklungsgeschichte dieser Art benutzt hatte. Schon aus der von ROSTRUP in dem oben citirten Aufsatze gegebenen Beschreibung der Sporen hatte ich ersehen können, dass die beiden Arten einander sehr ähnlich sein müssten, und die direkte Vergleichung konnte dies nur bestätigen. Ich habe nur sehr geringfügige Unterschiede finden können, wie aus den folgenden Beschreibungen hervorgehen wird.

P. Moliniæ TUL.; ROSTR.

Aecidienform = *Æ. Orchidearum* DESM.[1])

Uredo sehr spärlich vorhanden, nach ROSTRUP nur in den Teleutosporenhäufchen vereinzelt auftretend. Die Sporen sind denen der *P. nemoralis* ähnlich, vielleicht etwas dunkler.

Teleutosporen meist breit ellipsoidisch, aus zwei halbkugligen Zellen bestehend, mit sehr dicker glatter Wand und langem Stiele (Fig. 1 *e*). Zwischen diesen kommen mehr längliche Sporen mit kurzem Stiele vor (*f*). Stiel ziemlich fest und besonders oben ein wenig gebräunt.

Aecidien auf *Orchis majalis* RCHB. und *mascula* L., sowie wahrscheinlich auf anderen Arten von *Orchis*, *Listera*, *Platanthera*. Uredo und Teleutosporen auf *Molinia coerulea* (L.) MOENCH. Auf feuchten Standorten (Mooren), in Dänemark und wahrscheinlich in Schlesien.

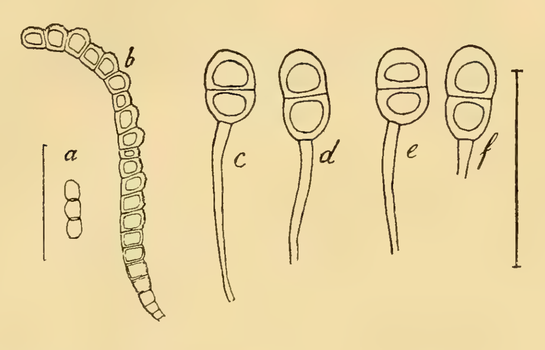
P. nemoralis n. sp.

Aecidienform = *Æ. Melampyri* KZE & SCHMIDT. Flecke oben rot, unten blass, ziemlich gross, auf der oberen Seite Pyk-

[1]) Nach PLOWRIGHT (British Uredineæ and Ustilagineæ, p. 179) ist es wahrscheinlich, dass zwei verschiedene Aecidien auf *Orchis* auftreten.

niden, auf der unteren zahlreiche Aecidien tragend. Pseudoperidien kräftig entwickelt, weiss, mit grobwarzigen, nach innen unregelmässig hervorspringenden Zellen (Fig. 1 *b*). Sporen polygonal, äusserst fein und dicht punktirt (*a*).

Uredo als besondere Formation bald vorübergehend, von Teleutosporen verdrängt. Sporen vielleicht ein wenig heller als bei *P. Moliniæ*, wie bei dieser ziemlich grobstachlig und dickwandig. Inhalt farblos, Wandung braungelb, mit drei Keimporen.



a Aecidiosporen, *b* Pseudoperidie von *P. nemoralis* in radialem Längenschnitte. Vergr. 150.
c, *d* Teleutosporen von *P. nemoralis*. Vergr. 250.
e, *f* Teleutosporen von *P. Moliniæ*. Vergr. 250.
(Die Striche bezeichnen 100 μ bei den resp. Vergrösserungen.)

Teleutosporen meist breit ellipsoidisch, aus zwei halbkugligen Zellen bestehend (Fig. 1 *c*); die längliche Form (*d*) scheint seltener als bei *P. Moliniæ* zu sein. Wandung kaum so dick wie bei dieser. Stiele schwächer gebräunt, wie bei *P. Moliniæ* von verschiedener Länge, doch scheinen die Sporen überhaupt bei *P. nemoralis* länger gestielt zu sein als bei *P. Moliniæ*.

Aecidien auf *Melampyrum pratense* L. Uredo und Teleutosporen auf *Molinia coerulea* (L.) MOENCH. Auf trockneren Standorten (Gebüsch, Wiesen) im mittleren Schweden.

Ein Aecidium auf *M. cristatum* L. aus der Prov. Oestergötland (A. Y. GREVILLIUS) zeigt denselben Bau und dürfte

hierher gehörig sein. Wahrscheinlich gilt das nämliche von der nach WINTER auf *M. nemorosum* L. vorkommenden Form.

Wie aus dem Vorstehenden hervorgeht, ist es ungemein schwierig, wenn nicht gar unmöglich, die Uredo- und Teleutosporen-Formen dieser beiden Arten durch morphologische Merkmale zu unterscheiden. Für das Bestimmen dieser Arten wird wohl der Standort, sowie vor Allem das Vorkommen in Gesellschaft mit den resp. Aecidien den sichersten Ausschlag geben.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 436.)

London. *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 50(1894): P. 4. 8:o.
List. 1894 1/11.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1894: P. 5. 8:o.
— *Meteorological office.*
Weekly weather report. 10(1893): 1—52; Appendix 1—2. 4:o.
Summary of the observations made at the stations included in the Daily and Weekly weather reports. 1893: 1—12. 4:o.
Madrid. *Utställningen 1892/93.*
Exposición histórico-Europea. Catálogo general & Apéndice. 1893. 8:o.
Catálogo general de la exposición histórico-Americana. T. 1, 3. 1893. 8:o.
Magdeburg. *Wetterwarte der Magdeburgischen Zeitung.*
Jahrbuch. Bd 11(1892). 4:o.
Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 8(1893/94): N:o 3. 8:o.
Mexico. *Observatorio meteorologico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 3(1894): Núm. 10—11. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1894: H. 2. 8:o.
» Math.-physikal. Cl. 1894: H. 3. 8:o.
Oxford. *Radcliffe observatory.*
Catalogue of 6424 stars for the epoch 1890. 1894. 4:o.
Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 8(1894): Fasc. 5. 8:o.
Pola. *Hydrographisches Amt der K. K. Kriegsmarine.*
Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1893: 1—12 & Jahresübersicht. Tv. fol.
Potsdam. *K. Geodätisches Institut.*
Jahresbericht. 1893/94. 8:o.
Roma. *Specola Vaticana.*
Classificazione delle nubi. 1893. 4:o.
Sydney. *Geological survey of New South Wales.*
Records. Vol. 4: P. 2. 1894. 4:o.
— *Australian museum.*
Report. Year 1893. Fol.
— *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. (2) Vol. 9(1894): P. 1. 8:o.
— *Australasian association for the advancement of science.*
Report. Meeting 5, Adelaide 1893. 8:o.
Toronto. *Meteorological office.*
Monthly weather review. Year 1893: 1—12. 4:o.

Trieste. *Osservatorio astronomico-meteorologico.*
Rapporto annuale. Vol. 8(1891). 4:o.
Tufts College, Mass. *Tufts college library.*
Studies. N:o 3. 1894. 8:o.
Washington. *U. S. National museum.*
Report. Year 1891/92. 8:o.
Proceedings. Vol. 16(1893). 8:o.
— *U. S. Geological surwey.*
Annual report. 12(1890/91): P. 1—2; 13(1891/92): 1—3. 4:o.
Bulletin. N:o 97—117. 1893—94. 8:o.
Monographs. Vol. 19, 21—22. 1892—93. 4:o.
Mineral resources of the United States. Year 1892—93. 8:o.
Wien. *v. Kuffner'sche Sternwarte.*
Publicationen. Bd 3. 1894. 4:o.
Wiesbaden. *Nassauischer Verein für Naturkunde.*
Jahrbücher. Jahrg. 47(1893/94). 8:o.

Af professor P. Klason.
71 kemiska småskrifter.

Af utgifvarne.
Acta mathematica, hrsg. von G. Mittag-Leffler. 18: 3. 1894. 4:o.
Separatafdrag ur Botaniska notiser, utg. af O. Nordstedt. 4 st.

Af författarne.
Appellöf, A., Ptychodactis patula n. g. & sp. der Repräsentant einer neuen Hexactinien-Familie. Bergen 1893. 8:o.
Henschen, S. E., Klinische und anatomische Beiträge zur Pathologie des Gehirns. T. 3: H. 1. Upsala 1894. 4:o.
Krok, Th. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1893. Lund. 8:o.
Albert I, Prince de Monaco, Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. 7: P. 1. Monaco 1894. 4:o.
Allis, E. P., Duty tests of pumping engines. Milwaukee 1894. 8:o.
Fresenius, R., Über die Schwankungen im Gehalte der Mineralwasser. Wiesbaden 1894. 8:o.
Harperath, L., Die Welt-Bildung. 500 Thesen über die Welt-Bildung im Allgemeinen . . . Köln 1894. 8:o.
Klossovsky, A., Distribution annuelle des orages à la surface du globe terrestre. Odessa 1894. 4:o.
— Organisation de l'étude climatérique spéciale de la Russie et problèmes de la météorologie agricole. Odessa 1894. 4:o.
Schreiber, Ableitung der sogenannten Trägheitscurve auf der Erdoberfläche. Dresden 1894. 4:o.
von den Steinen, K., Unter den Naturvölkern Zentral-Brasiliens. Berl. 1894. 8:o.
Tischner, A., Le mouvement universel. Lpz 1893. 8:o.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 51. 1894. № 10.

Onsdagen den 12 December.

INNEHÅLL:

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å en framställning af Nautisk-meteorologiska Byrån m. fl. om anordnande vid nordliga kusten af Östersjön af ytterligare en vattenhöjdmätningsstation afgåfvo Friherre NORDENSKIÖLD och Hr. HASSELBERG infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

Af Regnellske stipendiaten Lektor C. A. M. LINDMAN hade aflemnats berättelse om hans i Södra Amerika utförda resor, hvilken berättelse, enligt föreskrift, skulle öfverlemnas till den ständiga Regnellska komitén.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Akademiens Handlingar:

1:o) »Jemförelse mellan svenska riksprototyperna för kilogrammet och några statens institutioner tillhöriga hufvudlikare och normalvigter», af Laboratorn K. ÅNGSTRÖM och Byråingeniören Å. EKSTRAND;

2:o) »Komparationer mellan Sveriges meterprototyp och tre statens institutioner tillhöriga hufvudlikare och normalmått», af Kanslirådet K. LINDEBERG och Lektorn E. JÄDERIN;

3:o) »Mémoire sur le magnétisme terrestre dans la Suède méridionale», af Amanuensen V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD;

4:o) »Observations magnétiques faites par TH. ARVIDSSON sur les côtes de la Suède pendant les années 1860—1861», af Amanuens V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD;

samt till införande i Bihanget till Handlingarne:

1:o) »Ueber den Einfluss des Mondes auf den elektrischen Zustand der Erde. II», af Amanuensen N. EKHOLM och Docenten S. ARRHENIUS;

2:o) »Untersuchungen über die Schwere in der Grube Sala im Jahre 1890», af Professor P. G. ROSÉN;

3:o) »Détermination des éléments magnétiques effectuée sur la glace de quelques lacs en Suède pendant l'hiver 1889», af Amanuensen V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD;

4:o) »Iakttagelser under en ballongfärd den 14 Juli 1894. Ett försök att styra ballongen», af Öfveringeniören S. A. ANDRÉE;

5:o) »Om sekundära anatomiska förändringar inom fanerogamernas florala region. III», af Fil. Doktor A. G. ELIASSON.

Hr LINDSTRÖM lemnade meddelande om förekomsten af fossila fiskar i Gotlands silurformation.*

Hr ROSÉN redogjorde för det hufvudsakliga innehållet af hans ofvan nämnda afhandling: »Untersuchungen über die Schwere in der Grube Sala».

Hr PETTERSSON redogjorde för framställningen af de sällsynta jordartmetallerna på elektrisk väg, samt anmälde för införande i Bihanget till Akademiens Handlingar en derom handlande afhandling.

Hr K. ÅNGSTRÖM meddelade en öfversigt af innehållet af ofvan nämnda afhandlingar om riksprototypernas för längdmått och vigt jemförelser med några statens institutioner tillhöriga motsvarande likare. Densamme öfverlemnade derjemte en uppsats af Docenten H. BÄCKSTRÖM: »Bestimmungen der Ausdehnung

durch die Wärme und des elektrischen Leitungsvermögens des Eisenglanzes».*

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Die Entdeckung einer fossilen Glacialflora in Sachsen am äussersten Rande des nordischen Diluviums», af Professor A. G. NATHORST;* 2:o) »Om sättet att med hänsyn till räntans förändringar approximativt beräkna den medelräntefot, som bör läggas till grund för en pensionskasseutredning», af Amanuensen G. ENESTRÖM;* 3:o) »Observations on certain Flat-fishes», af Docenten E. LÖNNBERG.*

Det *Letterstedska* resestipendiet, hvilket Akademien denna gång hade att bortgifva för tekniskt ändamål, hvartill äfven räknas byggnadskonst och skeppsbyggeri, anvisades åt Ingeniören C. O. LILJEGREN med uppgift att i England, Tyskland och Frankrike samt eventuelt Förenade Staterna i Norra Amerika studera skeppsbyggeri och sjöångmaskinteknik.

Det *Beskowska* stipendiet tilldelades Filos. Kandidaten O. CARLGREN med uppgift att vid Riksmusei afdelning för lägre Evertebrater fortsätta och afsluta bearbetandet af de nordiska Actinierna äfvensom eventuelt de exotiska formerna inom samma djurgrupp.

Årets räntemedel å *Scheele-fonden* anvisades åt Filos. Licentiaten N. A. LANGLET såsom bidrag för fortsatta undersökningar om Azthinföreningar.

Genom anställda val kallades till inländske ledamöter af Akademien Professorn i syfilidologi vid Karolinska mediko-kirurgiska institutet ERNST LUDVIG WILHELM ÖDMANSSON och Fabriksidkaren ROBERT ALMSTRÖM; samt till utländska ledamöter Professorn i Botanik vid universitetet i Strassburg Grefve HERMANN SOLMS-LAUBACH och Professorn i Fysiologi och Histologi vid universitetet i Breslau RUDOLF PETER HEINRICH HEIDENHAIN.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 5 häften. 4:o.
— *K. Landtbruks-akademiens experimentalfält.*
Meddelanden. N:o 25—26. 1894. 8:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. 1894: Nr. 8—12. 8:o.
Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*
Handlingar. 1894: H. 1. 8:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
University circulars. Vol. 14: N:o 115. 1894. 4:o.
Berlin. *K. Preussische geologische Landesanstalt.*
Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. Bd 10: H. 6—7. 1894. 8:o.
— *Deutsche entomologische Gesellschaft.*
Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1894: H. 2. 8:o.
— *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 46(1894): H. 2. 8:o.
— *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der Beobachtungen an den Stationen 2. und 3. Ordnung. 1893: H. 1—2. 4:o.
Witterung. 1893: 1—12; 1894: 1—11. 4:o.
— *Entomologischer Verein.*
Berliner entomologische Zeitschrift. Bd 39(1894): H. 3. 8:o.
Bern. *Departement des Innern, Abth. Bauwesen. — Département fédéral de l'Intérieur, Section des travaux publics.*
Graphische Darstellung der schweizerischen hydrometrischen Beobachtungen. 1893: 1—16. Fol.
Tableau graphique des observations hydrométriques Suisses. 1893: 1—16. Fol.
Graphische Darstellung der Lufttemperaturen und der Niederschlagshöhen. 1893: 1—3. Fol.
Bonn. *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande . . .*
Verhandlungen. Jahrg. 51(1894): H. 1. 8:o.
Brisbane. *R. Geographical society of Australasia, Queensland branch.*
Proceedings and transactions. Vol. 9(1893/94). 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 28(1894): N:o 8—11. 8:o.
Programme de concours pour l'année 1895. 8:o.
— *Observatoire Royal de Belgique.*
Annales. — Observations météorologiques d'Uccle. 1892: Resumé et notes; 1893: 1—7. 4:o.
— *Société Belge de microscopie.*
Bulletin. Année 20(1893/94): N:o 10. 8:o.

(Forts. å sid. 544.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 10.
Stockholm.

Om fynd af Cyathaspis i Gotlands silurformation.

Af G. LINDSTRÖM.

(Meddeladt den 12 December 1894.)

Sedan några år försiggå på Gotland utdikningar af myrtrakter, och i de flesta fall är det nödvändigt, att för afledning af vattnet spränga rätt breda och djupa kanaler i kalkstens- och mergelskifferhällen. Derigenom uppkomma icke endast goda och upplysande genomskärningar, utan nya och gifvande lokaler för fynd af försteningar bildas, isynnerhet sedan de lössprängda stenarne sönderfallit i mindre bitar genom vittring och de inneslutna skalen, hvilka i regeln ej så fort angripas, blifvit fria.

På sydöstra kusten af Gotland, i Lau socken, sprängdes under sistförflutne sommar en sådan kanal af nära $^{1}/_{2}$ mils längd, norr om kyrkan, från platån ned till stranden af Östersjön. Till aldra största delen går den genom mergelskiffer af en mer än vanligt lös och mjuk beskaffenhet. Denna skiffer ligger under de kalkstensbankar, hvilka bilda kullarne kring Lau kyrka, så utmärkta genom sina operkelbärande koraller, de tvenne arterna Rhizophyllum gotlandicum och Rh. elongatum och dessutom genom en mängd andra, väl bibehållna fossil, af hvilka några äro gemensamma med den underliggande mergelskiffern, som sjelf är ganska rik på organiskt innehåll. Ett egendomligt kännetecken för dennas fauna är, att nästan alla der förekommande skal äro ytterst tunna, medan exemplar af samma

arter, när de förekomma på andra lokaler, äro tjockskaliga. De visa dessutom icke minsta tecken till nötning genom att hafva varit rullade i vatten. Dessa omständigheter i förening med bergartens fina gry leder till antagandet af dess aflagring på ett icke ringa djup, på hvilket djuren lefvat utom inflytande af vågrörelsen. Aflagringen kan ock hafva försiggått i en lugn, för häftigare vågsvall skyddad bugt, ty på ett under alla förhållanden lugnt vatten tyder ock den nästan fullständiga saknaden af de eljest öfverallt så talrika korallerna.

Tillsamman känner jag i denna stund ett femtiotal arter från kanalens mergelskiffer. Af krustacéer känna vi en *Calymmene*, *Bumastus sulcatus*, *Proetus conspersus*, en *Eurypterid*, en *Ceratiocaris*, några *Leperditier* och *Beyrichier*. Af cephalopoder några Orthocerer, en *Gomphoceras*, af maskar *Trachyderma*, fyra Conularier, åtskilliga gastropoder, vid pass åtta lamellibranchier, samt brachiopoder. Genom sådana arter som *Proetus conspersus*, *Aviculopecten Danbyi* M'COY m. fl. står Laumergelns fauna i förbindelse med den öfriga sydgotländska faunan, såsom Bursvikens oolit och sandsten, men har äfven gemenskap med Östergarnslagren i faunistiskt afseende.

En i Visby bosatt person, A. FLORIN, som snart i tjugo års tid med mycken framgång och skicklighet samlat fossil åt Riksmusei Palæontologiska afdelning, insände gång på gång under hösten fynd från denna kanal i Lau och slutligen bland annat ett par sidenglänsande, ovala föremål med egendomlig skulptur, så väl bibehållna, att det ej var svårt, att i dem igenkänna ryggsköldar till fiskar af en uråldrig typ. Det starkt hvälfda och glänsande skalet är sammansatt af fyra sammanvuxna delar, en central, som är störst, på ömse sidor om denna en smal, långsträckt sidodel, samt framtill en tvärbred, rostral sköld. Denna sistnämnda saknas på det ena exemplaret, och det fullständigare, som ligger med framdelen något under det förra, har från rostrum ett litet triangulärt parti utskjutande. Bakåt äro båda exemplaren ofullständiga, så att bakkantens form ej kan beskrifvas. Skalens yta är rynkig af långsgående, svagt upp-

höjda linier, som på centralskölden mot framkanten, der rostrum möter, fördela sig i smärre partier och smågrupper af knölar. På rostrum gå linierna transverselt, afbrutna liksom i mindre knippen. Sålunda har hvar och en af de fem plåtarne, som bilda hela rygg- eller hufvudskölden, sina ytlinier ordnade på sjelfständigt sätt. På ytan af samma stuff ligger ett kamformigt, glänsande fjäll, äfvensom aftryck af ett något större. Dessa hafva antagligen utgjort en del af stjertens beklädnad.

Dimensionerna hos det fullständigaste exemplaret äro: längd 55 mm., bredd 32 mm., tjocklek 0,75 mm.; mellersta skölden 40 mm. lång, 25 mm. bred; ett sidostycke 7 mm. br.; rostrum 10 mm. långt, 16 mm. bredt. Ett af fjällen håller 8 × 4 mm.

Hela sammansättningen af dessa sköldar anvisar fossilen afgjordt deras plats inom Pteraspidernas grupp och der närmast till slägtet Cyathaspis. Från detta afviker det dock genom den triangulära förlängningen af rostrum. Med det af PANDER uppställda [1]) och sedan af ROHON utförligare beskrifna [2]) slägtet Tolypelepis har det en viss likhet i den glänsande, rynkiga ytan, men att dömma af beskrifningen för öfrigt väsendtlig skilnad i det helas bildning. Att närmare begränsa och benämna det gotländska fossilet får anstå, till dess det medhunnits att deråt egna fullständig undersökning.

Förut känner man från Gotland några nästan mikroskopiskt små hudfjäll, som redan 1860 slammades ur lera, hvilken den ryske palæontologen VOLBORTH [3]) då fann vid Hammarudd nära Östergarn och hvilka sedermera beskrefvos af ROHON. De tillhöra enligt honom det af L. AGASSIZ uppställda slägtet Thelolepis och tvenne arter *T. parvidens* AG. och *T. Volborthi* ROHON, hvilka båda äfven förekomma såväl i England som på Ösel, men der vida högre upp i formationen än på Gotland.

---

[1]) Monographie der fossilen Fische des Silurischen Systems der russisch-baltischen Gouvernements, Petersb. 1856, sid. 60.

[2]) Die obersilurischen Fische von Oesel, i Mém. de l'Ac. Imp. de St. Pétersbourg, VII Ser., Tome XLI, N:o 5, p. 76.

[3]) Qu. Journ. Geol. Soc. 1861, sid. 552, samt ROHON l. c. sid. 32 och 36.

Såsom bekant har man i Galiziens och Podoliens öfversilur [1]) funnit en stor rikedom på Pteraspider, men endast i de öfversta lagren på gränsen af Devon, till hvilken formation för öfrigt de aldra flesta fossilen ur denna grupp, de i England, på Spetsbergen o. s. v. funna, höra. Den gotländska formen åter ligger djupare, i en af Gotlands äldsta bäddar, den vidsträckta mergelskiffer, som kommer i dagen under kalkstenen, nästan öfverallt på ön. Det är ingen möjlighet, att stratigrafiskt skilja ostkustens mergelskiffer från den på vestkusten framträdande, så palæontologiskt olika de för öfrigt äro. En framställning om de olika faunor, som denna mergelskiffer innehåller, är af mig för några år sedan utgifven.[2]) I Gotlands yngsta lager hafva deremot icke hittills några fiskfossil upptäckts. Den från Lau är således den äldsta kända fisken från öfversilur i dess helhet, för så vidt som mergelskiffern är homotaktisk med Wenlocklagren. Men icke nog dermed. Sedan det befunnits, att Conodonterna i Petersburgs Cambriska grönsand icke äro fisklemningar och då de från Nordamerika såsom undersiluriska utgifna hafva en fullkomligt devonisk typ och till sitt läge i störda bäddar icke med någon grad af visshet kunna anses vara undersiluriska, måste vi i den gotländska Cyathaspis se den äldsta kända, icke blott fisken, utan vertebraten, hvilket tills vidare, innan nya fynd från en ännu äldre tid gjorts, förlänar den en betydelse, som eljest icke skulle hafva tillkommit den.

---

[1]) v. ALTH, Ueber die palæozoischen Gebilde Podoliens i Abhandlungen der K. K. Geol. Reichsanstalt, VII Bd.

[2]) Ueber die Schichtenfolge des Silur auf der Insel Gotland, N. Jahrb. für Mineralogie 1888, Bd 1, s. 147.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1894. N:o 10.
Stockholm.

Die Entdeckung einer fossilen Glacialflora in Sachsen, am äussersten Rande des nordischen Diluviums.

Von A. G. Nathorst.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 12. Dezember 1894).

Während einer im Sommer 1894 vorgenommenen wissenschaftlichen Reise nach Norddeutschland, zu deren Ausführung mir die Königl. Schwedische Regierung die nötigen Mittel bewilligte, hatte ich mir auch als eine eventuelle Aufgabe aufgestellt, meine Untersuchungen über das Vorkommen fossiler Glacialpflanzen, wenn möglich, südlich von den bisher bekannten Lokalitäten [1]) auszudehnen. Der Zweck meiner Reise war sonst ein ganz anderer, nämlich Studien in botanischen Gärten und Baumschulen anzustellen, und zwar wegen einer Arbeit über die Tertiärflora Spitzbergens, mit welcher ich seit längerer Zeit beschäftigt bin.

Als ich es mir zur Aufgabe machte, fossile Glacialpflanzen in Norddeutschland weiter gegen Süden, als sie früher bekannt waren, aufzusuchen, hatte ich die Absicht, eine besondere Lokalität in Sachsen zu besuchen, wo man schon a priori ihr Vorkommen erwarten konnte. Durch meinen Aufsatz in der »Nature» [2]) dazu veranlasst, hatte mir nämlich Dr. A. Sauer in

[1]) A. G. Nathorst, Ueber den gegenwärtigen Standpunkt unserer Kenntniss von dem Vorkommen fossiler Glacialpflanzen. Bihang till Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar. Bd 17, Afd. III, N:o 5. Stockholm 1892.

[2]) A. G. Nathorst, Fresh evidence concerning the distribution of arctic plants during the glacial epoch. Nature. Vol. 45, N:o 1160, January 21, 1892.

Heidelberg, Grossherzogl. Badensischer Landesgeolog, schon im Januar 1892 mitgeteilt, dass er, während seiner Anstellung als Königl. Sächsicher Landesgeolog, im Sommer 1889, bei der Kartierung der Sektion Tharandt, in einer Ziegeleigrube eine Torfschicht entdeckt habe, in welcher mehrere Käferreste gefunden wurden, obschon nur einer derselben, welcher sich als zu *Carabus groenlandicus* gehörig erwiesen hatte, bisher bestimmt worden war. Wäre nun diese Bestimmung richtig, dann müsste wohl auch eine Glacialflora in der Umgebung existiert haben.



Fig. 1. Kartenskizze, um die Lage von Deuben im Verhältnis zu Dresden u. s. w. zu zeigen. Massstab 1 : 900,000.

Dr. SAUER hatte mir keine nähere Angabe über die Lage der Lokalität mitgeteilt; da ich aber am 29. Juli 1894 Herrn Geheimen Bergrat Professor Dr. H. CREDNER in Leipzig besuchte und ihn hierüber befragte, teilte er mir sofort mit, dass sich dieselbe auf Deuben, im Weisseritzthale südwestlich von Dresden beziehe, und dass die Beschreibung der Ablagerung schon in den Erläuterungen zur geologischen Specialkarte des Königreichs Sachsen, Sektion Tharandt, Blatt 81, von A. SAUER und R. BECK (Leipzig 1891) veröffentlicht sei.[1]) Professor CREDNER

[1]) SAUER hat auch im »Globus» (1892, Bd 61, S. 138) eine diesbezügliche Notiz veröffentlicht, von etwa demselben Inhalt wie sein an mich gestellter Brief, und zwar im Anschluss an ein Referat meines Aufsatzes in der »Nature».

hatte ferner die Freundlichkeit, Herrn Königl. Landesgeologen Dr. BECK telegraphisch nach Dresden zu berufen, um mich dort zu treffen und nach der betreffenden Lokalität bei Deuben zu führen. Während meines Aufenthalts in der Königlich Sächsischen Geologischen Landesanstalt zu Leipzig, hatte ich Gelegenheit die Originalprobe aus Deuben, in welcher *Carabus groenlandicus* gefunden worden war, zu sehen. Eine Schlemmung eines kleines Stückes humusartigen Lehmes lieferte, ausser einer Käferflügeldecke, auch einige Samen. Ich konnte demzufolge die Hoffnung hegen, dass auch andere Pflanzenreste würden aufgefunden werden können.

Am 1. August reiste ich morgens früh von Leipzig nach Dresden. Herr Dr. BECK stiess am Bahnhof zu mir, und wir setzten dann sofort unsere Reise nach Deuben fort. Nachdem wir von Herrn ZECHEL die Erlaubnis erhalten, die Zechel & Hänsel'sche Lehmgrube, in welcher die erwähnte Torfschicht mit *Carabus groenlandicus* seiner Zeit gefunden worden, zu untersuchen, gingen wir sofort dahin. Mit der grössten Spannung betrat ich die Lehmgrube, denn sie liegt etwa $2^1/_2$ Breitegrade südlicher als die vorher in Norddeutschland bekannten Lokalitäten, in welchen ich fossile Glacialpflanzen gefunden hatte, und eine Entdeckung von solchen an diesem Orte, am äussersten Rande des nordischen Diluviums, würde ja demzufolge von grosser wissenschaftlicher Bedeutung und Tragweite sein. Leider wurde im südlichen Teil der Grube, wo die Torfschicht früher hatte beobachtet werden können, nicht mehr gearbeitet, und eine Ausgrabung dortselbst anzustellen konnte sich nicht lohnen, da die alten Thongruben durch Steine, Asche etc. wieder gefüllt waren. Beim Eintritt in die Grube hatten wir aber im nördlichen Teile derselben einen bläulich-grauen Thon beobachtet, welcher sofort meine Aufmerksamkeit erregte, da er beinahe vollständig dasselbe Aussehen hatte, wie jener Thon, der an anderen Lokalitäten Glacialpflanzen zu enthalten pflegt. Schon bei der ersten Untersuchung desselben leuchtete ein, dass dieser Thon in der That reich an Pflanzenresten war, obschon ihre

Hauptmasse allerdings von schwierig zu bestimmenden Cyperaceenresten und Zweiglein von *Salices* zusammengesetzt war. Bei diesen trat aber der Umstand hervor, dass keine Fragmente von grösseren Sträuchern oder von Bäumen anwesend waren, sondern dass die Zweiglein, obschon zusammengepresst, höchstens 3—4 Millimeter im grössten Querschnitt betrugen. Einige derselben zeigten durch ihren Bau, dass sie zu den kleinen nivalen Weiden gehören müssten, ein Umstand, welcher kräftig dazu mahnte, die paläontologische Untersuchung fortzusetzen, bis sich bestimmbare Blätter finden liessen.

Anfangs wollte dies aber nicht gelingen, und es muss hierbei bemerkt werden, dass der bläulich-graue Thon grösstenteils nicht in situ zugänglich war, so dass man sich damit begnügen musste, die Proben zu untersuchen, welche früher schon aus einigen jetzt wassergefüllten Gräben herausgeworfen waren und nun daneben lagen. An einer Stelle, wo der Thon jedoch z. T. in situ untersucht werden konnte, traf Dr. BECK mehrere Exemplare von *Succinea oblonga* an, zusammen mit den gewöhnlichen Pflanzentrümmern.

Da wir bei der Zerspaltung der Thonstücke keine Blätter finden konnten, versuchte ich durch Schlemmung solche zum Vorschein zu bringen. Da ich diese Methode an anderer Stelle schon beschrieben habe,[1]) kann ich mich hier damit begnügen, auf meine frühere Beschreibung zu verweisen. Nur eine neue Erfahrung, welche ich hier machte, möchte ich erwähnen, da dieselbe auch bei einer späterer Gelegenheit mit glücklichem Erfolg angewandt worden ist. Da nämlich das Wasser in dem kleinen Loche, wo ich die Schlemmung ausführte, etwas trübe war, traten die Pflanzentrümmer nicht mit hinreichender Deutlichkeit hervor, weshalb ich Herrn Ziegelmeister SCHUSTER, welcher sich eifrig bemühte, unsere Untersuchungen aufs beste zu befördern, um einen weissen Teller ersuchte, um die Trümmer gegen den weissen Untergrund besser unterscheiden zu können. Dieses Verfahren erwies sich in der That als ganz vortrefflich,

[1]) A. G. NATHORST, Über den gegenwärtigen Standpunkt etc. l. c. S. 8.

und ich möchte nun empfehlen, bei ähnlichen Untersuchungen einen weissen flachen Teller in der Geologentasche mitzubringen. Endlich fand ich ein Fragment eines zusammengebogenen Blattes, welches sehr an *Salix polaris* WG. erinnerte, und bald darauf ein anderes vollständiges Blättchen, welches ebenfalls wie ein zusammengebogenes junges Blatt der Polarweide aussah.[1]) Dieser Erfolg mahnte selbstverständlich zu fortgesetzten Untersuchungen, und endlich fand ich auch einige an *Salix retusa* L. erinnernde Blätter, sowie Fragmente eines Blattes von *Polygonum viviparum* L., wie die Blätter dieser Art in den Polargegenden aussehen. Ich muss lebhaft bedauern, dass die pflanzenführende Schicht nicht in situ untersucht werden konnte, denn nach allem, was ich auf den Halden sah, musste ich schliessen, dass einige Schichten reicher an Blätter sein müssten. In Folge des Regens waren nämlich die Pflanzenreste auf der Oberfläche einiger Thonstücke wie herauspräpariert, und auf diese Weise konnte ich *Salix retusa* und *Polygonum viviparum* auf der Oberfläche eines und desselben Stückes erkennen. Bei der darauf folgenden Schlemmung dieses Stückes kamen mehrere Blätter jener Art zum Vorschein, was für das Vorkommen einer besonderen blattreichen Schicht zu sprechen scheint. Auf ähnliche Weise konnte ich auch das Vorkommen einer an *Moosen* reichen Schicht konstatieren, während solche Reste sonst selten waren. Proben dieser Schicht, welche ich mit nach Stockholm brachte, haben bei Schlemmung auch andere interessante Pflanzenreste geliefert. Ich glaube daher annehmen zu müssen, dass neben den Schichten mit Zweig- und Cyperaceenresten (oder in diesen) auch andere (vielleicht nur als kleinere Streifen) vorkommen, in welchen Blätter häufiger sind, während noch andere von Moosresten angefüllt sind. Eine stratigraphische Untersuchung der pflanzenführenden Ablagerung wäre deshalb sehr erwünscht und würde ohne Zweifel vieles bisher nicht beobachtetes zum Vorschein bringen. Jetzt konnte aber eine solche Untersuchung leider nicht durchgeführt

---

[1]) Die beiden Blättchen erwiesen sich später, bei genauerer Untersuchung, als zu *S. herbacea* L. gehörend, was ich schon hier erwähne (siehe unten).

werden, da die kleinen Vertiefungen, aus welchen die betreffenden Proben herausgeworfen worden waren, wie erwähnt, mit Wasser gefüllt waren.

Bevor wir zur Besprechung der organischen Reste der pflanzenführenden Ablagerung übergehen, müssen wir die stratigraphische Lagerreihe der ganzen Thongrube etwas betrachten, um den Platz der Pflanzenschicht genauer kennen zu lernen. Was die petrographische Beschaffenheit derselben betrifft, so besteht sie aus einem sandigen, glimmerreichen, bläulich-grauen Thon oder Lehm, dessen Farbe aber beim Trocknen und bei Luftzutritt etwas ins gelbliche übergeht.

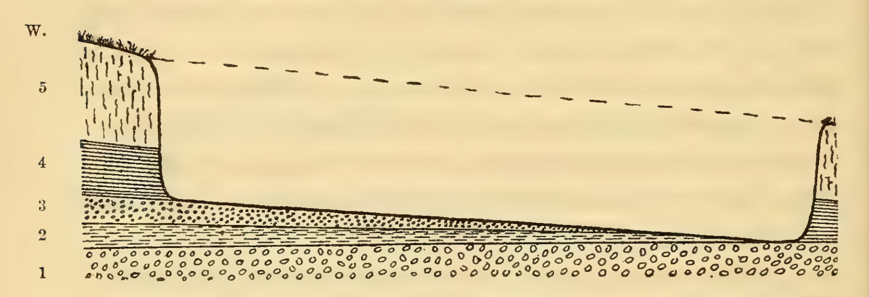


Fig. 2. Profil durch den nördlichen Teil der Zechel & Hänsel'schen Lehmgrube in Deuben, am 1. Aug. 1894. Die Erklärung der Ziffern findet sich im Texte.

Das bei unserem Besuch des Platzes von Dr. BECK aufgenommene Profil (Fig. 2) zeigte von oben bis unten folgende Schichten.

5. Lössartiger gelber Gehängelehm, ganz ungeschichtet, bis über 6 M. mächtig werdend.

4. Feingeschichteter, feinsandiger Lehm (sog. »Seif»), 2—3 M. Von dieser Schicht stammen, nach den Angaben Dr. BECK'S, einige Säugetierreste, welche im mineralogischen Museum zu Dresden aufbewahrt sind, und welche, nach der freundlichen Mitteilung des Geheimerats Prof. Dr. H. B. GEINITZ', einen linken Radius und eine Rippe von *Rhinoceros tichorhinus* darstellen. Reste von diesem Tier (auch Zähne) sind im Weisseritzthal wiederholt gefunden worden.

3. Kies, fast ausschliesslich aus nussgrossen, selten faustgrossen, Materialien des Rotliegenden, mitunter auch mit nordischen Feuersteinen, bis 1,5 M. mächtig.

2. Blaugrauer feinsandiger Thon, mit Glacialpflanzen, *Succinea oblonga*, Käferresten etc. 1,5 M.

1. Diluvialer Weisseritzschotter, mit bis mehr als faustgrossen Geschieben von Gneis, Porphyr etc., über 2 M. mächtig aufgeschlossen.

Wie aus dem Profile hervorgeht, nimmt die Mächtigkeit der Schichten gegen Westen (das Gehänge) zu, während sie gegen Osten dünner werden, oder sogar, wie 2 und 3, auskeilen.

Betrachten wir nun das Profil im südlichen Teil der Grube, welcher 1888 blosgelegt war. Nach den Erläuterungen zur Sektion Tharandt (S. 87) konnten damals folgende Schichten, von oben bis unten, beobachtet werden:[1])

e. »4 M. typischer lössartiger, doch vollkommen kalkfreier Gehängelehm mit vereinzelten Geröllen, nimmt nach unten zu viel Porphyrmaterial aus dem Rotliegenden auf und geht in einen lettigen Lehm über;»

d. »2 M. lettiger Lehm, in seiner Struktur dem Geschiebelehm nicht unähnlich mit bläulich-grauen, lettig-grandigen Schichten;»

c. »2 M. derselbe lettige Lehm mit grandigen, z. T. schwach humosen Lagen;»

b. »2 M. rötlicher, lettiggrandiger Lehm, wie die hängenden Schichten mit Geröllen aus dem Rotliegenden;»

a. »Glimmersand, gut horizontal geschichtet, mit einer mehrere Centimeter starken T o r f s c h i c h t.»

Diese Torfschicht war es nun, welche die Reste von *Carabus groenlandicus* (von Herrn CLEMENS MÜLLER in Dresden bestimmt) lieferte, und aus derselben Schicht hat man ferner, durch Auswaschung einer grösseren Bodenprobe, noch 37 Reste bekommen, welche, nach Professor Dr. NITSCHE in Tharandt, »auf mindestens 10 vorhandene Arten schliessen lassen», welche

[1]) Die Buchstaben sind von mir hinzugefügt werden.

aber leider noch nicht bestimmt sind. Holzreste aus dem Torfe »bestimmte Herr Professor Dr. F. NOBBE als zur Gattung *Salix* gehörig.» (Erläuterungen etc. l. c. S. 87).

Fragt man nun, wie die beiden Profile mit einander zu parallelisieren sind, so wird sofort einleuchtend, dass die pflanzenführende Schicht [1]) 4 im unseren Profil der Schicht *e*, Glimmersand, im Profile der Erläuterungen zur Sektion Tharandt entspricht. Herr Ziegelmeister SCHUSTER erklärte in der That ganz bestimmt, dass jene sich auf demselben Niveau wie die Torfschicht befinde, und selbst bemerkte ich, unter den heraufgeworfenen Stücken des pflanzenführenden Thones, auch ein kleines Fragment einer torfartigen Partie. Damit ist aber selbstverständlich der nähere Platz der nur »mehrere Centimeter» dicken Torfschicht leider noch nicht entschieden, denn es wäre von Bedeutung gewesen, erfahren zu haben, ob diese dem oberen oder unteren Teil des pflanzenführenden Thones entspricht. Es ist nämlich nicht sicher, dass die Torfschicht vollständig dieselbe Flora, wie die unserer pflanzenführenden Schicht enthält. Die Anwesenheit fingerdicker Zweigreste im Torfe, während, insoweit ich es habe ermitteln können, nur bedeutend kleinere Zweigreste im pflanzenführenden Thon vorkommen, könnte vermuten lassen, dass die Torfschicht vielleicht auf weniger extreme glaciale Verhältnisse als die pflanzenführende Thonschicht deutete. Ist dem nun so, dann dürfte wohl die Torfschicht entweder dem untersten oder dem obersten Teile der pflanzenführenden Schicht entsprechen und zwar am wahrscheinlichsten dem untersten, denn sonst hätte sie wohl in unserer Schicht 4, deren oberster Teil ja zugänglich war, beobachtet werden können, was aber thatsächlich nicht der Fall war. Die Frage ist deshalb von Bedeutung, weil das Vorkommen der Torfschicht im unteren Teile der pflanzenführenden Thonschicht dafür sprechen würde, dass die Ablagerung dieser beim Vorrücken des Landeises stattgefunden hätte, während ihr Vorkommen im oberen Teile für

---

[1]) Betreffs dieser dürfte bemerkt werden, dass wir dieselbe in den übrigen Gruben, welche wir besuchten, nicht wiederfinden konnten.

eine Ablagerung beim Zurückweichen desselben sprechen würde, dies alles unter der Voraussetzung, dass die Torfschicht etwas gemässigtere Temperaturverhältnisse als die von mir untersuchte Schicht ankündigte. Es ist ja aber auch möglich, dass diese Voraussetzung unrichtig ist, und dass die Torfschicht nur als eine lokale Anhäufung von Pflanzenresten in der Thonschicht zu betrachten ist. Gegenwärtig ist diese Frage nicht zu entscheiden, ich habe aber auf die Bedeutung einer Feststellung der betreffenden Verhältnisse hinweisen wollen, da eine solche möglicherweise zu wichtigen Schlussfolgerungen führen könnte.

Was die Parallelisierung der übrigen Schichten in dem oben mitgeteilten Profil mit denen, welche 1888 blossgelegt waren, betrifft, so entspricht unsere Schicht 3 nach Dr. BECK der Schicht *b* von 1888, während dagegen die Schichten *c* und *d* von 1888 im Profil von 1894 nicht vertreten sind. Die Schicht *e* von 1888 entspricht dagegen nach Dr. BECK unseren Schichten 4 und 5 zusammen, während unsere Schicht 1 1888 nicht aufgeschlossen war. Es ist zu bemerken, dass die Thongrube seit 1888 mehr nach dem Gehänge hin vorgerückt ist, wo die Mächtigkeit des obersten Lehmes angestiegen ist.

Fragt man nun, in welcher Beziehung die pflanzenführende Ablagerung zur Ausbreitung des Binneneises steht, so muss ich gänzlich darauf verzichten, eine bestimmte Antwort auf diese Frage zu geben. Denn für eine solche Antwort reicht meine Kenntnis der sächsischen Diluvialablagerungen nicht hin. Doch sei es mir gestattet, einige Vermutungen darüber auszusprechen, welche eigentlich nur als Fragen anzusehen sind. Da nordische Geschiebe auf dem Gneisplateau nördlich von Tharandt bis 360—366 m. Höhe vorhanden sind,[1]) und da auch Geschiebelehm weiter nördlich im Weisseritzthale, z. B. im Dorfe Altcoschütz ansteht,[2]) so muss angenommen werden, dass das Eis während seiner grössten Ausbreitung eine solche Lage gehabt hat, dass die Weisseritz, welche ja gegen Norden fliesst (Vergl.

---

[1]) Sektion Tharandt, S. 84.

[2]) Sektion Dresden, S. 65.

Fig 1, Seit. 520) von demselben gestaut und aufgedämmt wurde, so dass ein Teil des Weisseritzthales zu einem See umgewandelt war. In diesem Stau-See konnten selbstverständlich Thon-, Sand- und Kiesablagerungen, teils vom grossen Landeise selbst herrührend, teils von der oberen Weisseritz mitgebracht, teils von den umgebenden Höhen niedergeschwemmt, zum Absatz gelangen, und zwar mit beigemengten Resten der umgebenden Tier- und Pflanzenwelt. Falls wirklich ein solcher Stausee am Rande des Eises vorhanden war, konnten ferner Eisschollen mit eingefrorenen nordischen Geschieben in demselben schwimmend herumtreiben und etwas südlicher als der Eisrand selbst gebracht werden. Vielleicht könnten auf solche Weise einige isolierte Vorkommnisse von nordischen Geschieben erklärt werden.

Es wäre von grosser Bedeutung gewesen, die genaue Lage des Eisrandes während der grössten Ausdehnung des Landeises angeben zu können. Falls der Geschiebelehm in Somsdorf, etwas südlich von Deuben,[1]) wirklich auf primärer Lagerstätte vorkommt, in welchem Falle das Landeis sich dorthin erstreckt haben muss, dann kann selbstverständlich die pflanzenführende Ablagerung bei Deuben erst dann entstanden sein, wenn das Eis sich etwas nach Norden zurückgezogen hatte. Wenn dagegen der Eisrand Deuben nicht erreicht hat, dann kann die Ablagerung entweder grade während der grössten Ausdehnung des Eises, oder auch etwas früher abgesetzt sein. Das Vorkommen nordischer Feuersteine in der Schicht 3, während solche in der Schicht 1 nicht gefunden sind, könnte dafür sprechen, dass das Landeis beim Absatz jener näher herangerückt war als während des Absatzes der Schicht 1. Es ist ja aber möglich, dass Feuersteine später auch in dieser mögen entdeckt werden.

Wie dem auch sein mag, ob die pflanzenführende Ablagerung vor, während oder etwas nach der grössten Ausbreitung des Landeises abgelagert worden ist, sicher scheint mir jedenfalls, dass sie in dessen Nähe abgesetzt wurde, während das Klima ein durchaus arktisches war. Das beweisen vollends die ge-

---

[1]) Sektion Tharandt, S. 83.

fundenen Pflanzenreste, zu denen wir uns jetzt wenden wollen. Wir betrachten zuerst die Reste von botanischem Standpunkt aus und geben erst dann Aufschlüsse über ihre gegenwärtige Ausbreitung.

Blätter liegen von folgenden Arten vor.

Salix herbacea L. Etwa 10—12 mehr oder wenig fragmentarische Blätter und Blattfragmente. Die kleinsten Blätter sind ganzrandig, während die übrigen deutlich gezähnt sind. Wegen jener ein Vorkommen von *Salix polaris* WG anzunehmen, liegt kein Grund vor, da dasselbe Verhältnis bei recenten Blättern von *Salix herbacea* beobachtet werden kann. Übrigens dürften diese jungen Blätter nicht immer von den entsprechenden Blättern bei *Salix retusa* getrennt werden können. Sämmtliche Blätter sind auffallend klein, die Länge der Blattlamina beträgt höchstens 5 Millimeter, nur ein Fragment dürfte einem Exemplare angehört haben, welches unbedeutend grösser war. Abgefallene Blätter derselben Pflanze, welche ich 1872 auf dem St. Gotthard gesammelt habe, sind durchschnittlich bedeutend grösser, was auch von einer grossen Sammlung ähnlicher Blätter, welche ich 1882 von der Disco-Insel (70° n. Br.) bei Grönland mitbrachte, gilt, obschon ebenso kleine Blätter wie die fossilen allerdings mitunter vorkommen können. Einige Blätter sind mit Parasitpilzen besetzt.

Zu *Salix herbacea* dürfte auch ein Teil der Stamm- und Zweigreste gehören, während die übrigen wohl auf *S. retusa* kommen.

Salix retusa L. Zu dieser Art dürften etwa 20 Blätter und Blattfragmente gehören, welche durch ihren länglichen nach unten keilig verschmälerten Umriss, mit stark vorwärts gerichteten Seitennerven characterisiert sind. Ähnliche Blätter habe ich 1872 auf dem St. Gotthard gesammelt. Die meisten Blätter sind aber auffallend klein und scheinen in der That am ehesten zur Form *serpyllifolia* (*Salix serpyllifolia* SCOP.), welche höher in den Alpen als die Hauptform hinaufsteigt, zu gehören. Die vollständigen Blätter betragen höchstens (Blattlamina und Blattstiel)

7 Mm., während allerdings Fragmente von noch grösseren vorkommen.

(Neben den schon erwähnten *Salix*-arten liegen noch einige Blätter vor, über deren Stellung ich noch unsicher bin. Eine Blattspitze hat eine sehr grosse Ähnlichkeit mit

Salix myrtilloides L. und könnte wohl in der That zu dieser Art gehören, wobei jedoch bemerkt werden muss, dass auch *Vaccinium uliginosum* L. in Betracht kommen kann. Falls wirklich *Salix arbuscula* L. f. *Waldsteiniana* KERN. hier vorkommt (siehe unten), dann ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass die erwähnte Blattspitze zu dieser gehören könnte. Bei der Unsicherheit der Bestimmung nehme ich im Folgenden auf dieselbe keine Rücksicht).

(*Salix* cfr *arbuscula* L. f. *Waldsteiniana* KERNER. Drei Blätter, von welchen ein vollständig ist, und dessen Länge 11 Mm. beträgt, während ein anderes, nicht ganz vollständig, auf etwa 15 Mm. Länge schliessen lässt, scheinen recht gut mit dieser Form übereinzustimmen. Doch ist der Blattstiel bei den fossilen Exemplaren etwas breiter, mit 3 deutlichen Gefässbündeln, ganz wie bei *S. retusa*, so dass es wohl nicht unmöglich wäre, dass die Blätter in der That eine Form von dieser darstellen könnten, falls sie nicht gradezu zu einer Hybridenform zwischen *retusa* und *myrtilloides* oder zwischen *retusa* und *arbuscula* gehören können. Mit so dürftigen Materialien wie den vorliegenden ist die Bestimmung nicht durchführbar, und ich nehme im Folgenden auch auf diese Blätter keine Rücksicht. Die Bestimmung der Salixblätter gehört ja zu den grössten Schwierigkeiten der Paläophytologen, worüber man sich freilich nicht wundern darf, da auch über die lebenden die Meinungen der Botaniker sehr verschieden sind).

Polygonum viviparum L. Von dieser Art liegen drei Exemplare der arktischen klein- und schmalblättrigen Form vor, welche auch sonst mit fossilen Glacialpflanzen vorzukommen pflegt. [1])

---

[1]) In meinem oben citierten Aufsatz, Ueber den gegenwärtigen Standpunkt etc., bemerkte ich gelegentlich (S. 26), dass, während ich diese Art schon 1872

Das kleinste Blatt misst, obschon vollständig, mit Blattsstiel nur 2,5 Millimeter.

Saxifraga oppositifolia L. Diese Art, welche ich früher nur einmal, und zwar bei Kunda in Esthland, fossil gefunden habe, während sie JAPETUS STEENSTRUP fossil aus Dänemark anführt, liegt in 13 Exemplaren vor, welche aus der moosführenden Schicht stammen. Die Blätter sind sehr klein, einige derselben noch gefranzt gewimpert. Sie kommen meistens einzeln vor, doch haften in einem Falle vier und in drei anderen Fällen zwei Blätter noch an einander.

Saxifraga Hirculus L. Zum ersten Mal kann ich diese Art fossil anführen, da nämlich 4 Blattfragmente derselben aus Deuben vorliegen. Zwei dieser Fragmente sind äusserst klein und stellen nur die äusserste Blattspitze dar, welche jedoch durch die sehr charakteristische Nervatur leicht zu erkennen ist. Die beiden übrigen Fragmente sind grösser, das grösste misst aber nur etwa 5 Millimeter, obschon es wohl die halbe Länge des Blattes darstellen dürfte. *Saxifraga androsacea* hat eine etwas ähnliche Nervatur, die Blattlaminæ sind aber mehr spitzig und an der Spitze gezähnt.

(*Saxifraga aizoides* L. Bei der Schlemmung der Probe fand ich ein Blatt, welches meiner Meinung nach zu dieser Art gehört haben dürfte. Da aber das Blatt leider zerstört wurde, bevor ich eine genaue Vergleichung hatte anstellen können, habe ich dasselbe, obschon ich allerdings selbst über die Zusammengehörigkeit mit der betreffenden Art keine Zweifel hege, aus Vorsicht nur in dieser Weise aufnehmen wollen. *Saxifraga aizoides* wurde bisher nicht als fossil aufgeführt).

---

bei Schwerzenbach in der Schweiz und 1891 in Esthland fossil entdeckt hatte, solche Reste niemals in Schweden gefunden seien. Dies beruht aber vielleicht lediglich darauf, dass ich während meiner ersten diesbezüglichen Untersuchungen die eigentümliche schmalblättrige Form dieser Art noch nicht erkannt hatte. Sie ist in der That später von Dr. GUNNAR ANDERSSON bei Höghult in Schonen gefunden worden (Vergl. Bihang till Sv. Vetenskaps-Akademiens Handlingar Bd 18, Afd. III, N:o 8, s. 18), und kommt ausserdem noch bei Bjersjölagård in derselben Provinz vor.

Ausser den oben erwähnten Blättern kommen auch einige andere vor, meistens sehr klein und fragmentarisch, deren Bestimmung infolge ihrer dürftigen Beschaffenheit noch nicht hat gelingen wollen. Auch einige zweifelhafte Kelchreste (?) etc. liegen vor.

Von Samen sind nur solche von Carices häufig, dagegen andere äusserst selten, während sie sonst in entsprechenden Ablagerungen relativ häufig vorzukommen pflegen. Leider hat ihre Zusammenpressung die Bestimmung der meisten unmöglich gemacht.

Batrachium cfr confervoides FR. Ein einziges sehr kleines Früchtchen dürfte, nach Dr. GUNNAR ANDERSSON und Herrn AUG. LYTTKENS, Mitglied der Kgl. Schwed. landwirtschaftlichen Verwaltung, am wahrscheinlichsten zu dieser Art gehören.

Stellaria (?) sp. 5—6 Caryophyllaceen-Samen, welche möglicherweise zu zwei verschiedenen Arten gehören, sind leider so stark zusammengepresst, dass sie nicht mit Sicherheit bestimmt werden können. Herr LYTTKENS, welcher sie gefälligst untersucht hat und sie als unbestimmbar betrachtet, hebt jedoch die grosse Ähnlichkeit mit den Samen von *Stellaria graminea* L. hervor.

Eriophorum cfr Scheuchzeri HOPPE. 13 Nüsschen, welche zu dieser Art gehören dürften, sind gefunden. Die Übereinstimmung ist in der That sehr gross und auch Herr LYTTKENS meint, dass ihre Zusammengehörigkeit mit dieser Art das wahrscheinlichste ist.

Carices. Etwas mehr als 400 Nüsschen sind gefunden und zwar hauptsächlich in denselben Schichten, wo Stammreste von Cyperaceen häufig sind, doch aber auch in den übrigen. Eine Artbenennung derselben anzugeben wage ich aber nicht, da nur Nüsschen vorliegen, welche noch dazu etwas zusammengepresst sind, so dass ihre ursprungliche Form nicht mehr angegeben werden kann. Sämmtliche Nüsschen sind klein und wahrscheinlich kommen mehrere Arten vor, die Hauptzahl hat aber ungefähr dasselbe Aussehen wie die Nüsschen von *Carex bicolor*

ALL. und *C. rufina* DREJ., während allerdings auch andere Arten im Betracht kommen können, wie in erster Reihe *C. lagopina* WG. und *C. Goodenowii* GAY. f. *juncella* FR., dann *C. acuta* L., *capitata* L., *glareosa* WG., *nardina* FR. und die arktische Form von *C. rigida* GOOD., ja vielleicht noch viele andere. Obschon ich jene Arten angeführt habe, wage ich deshalb doch nicht zu behaupten, dass die fossilen Nüsschen notwendig zu einer oder mehreren unter ihnen gehören müssen, vielmehr bleibt ihre nähere Bestimmung noch eine offene Frage. Bemerkenswert ist immerhin, dass die oben angeführten Arten sämtlich nördliche, resp. alpine Formen sind.

Wie oben schon erwähnt, sind Moose in einer besonderen Schicht häufig, während sie sonst nur sehr spärlich und vereinzelt vorkommen. Die Bestimmung derselben wurde gütigst von Herrn Assistenten ROB. TOLF in Jönköping und Herrn Dr. H. LINDBERG aus Helsingfors ausgeführt. Sämmtliche Arten gehören zur Gattung *Amblystegium* und zwar:

A. exannulatum (BR. EUR.) DE N., *A. sarmentosum* (WG) DE N., *A. stellatum* (SCHREB.) LINDB., *A. trifarium* (W. M.) DE N., *A. turgescens* (JENS.) LINDB.

Nachdem wir jetzt die Zusammensetzung der fossilen Flora, soweit es die spärlichen Reste gestatten, besprochen haben, wollen wir nun die Verbreitung der einzelnen Arten etwas näher betrachten. Die Angaben über das Vorkommen derselben in Deutschland, in den Mittelgebirgen, in der Alpenkette und in der Tatra verdanke ich grösstenteils Herrn Professor Dr. O. DRUDE in Dresden, welcher mich ausserdem durch die Mitteilung umstehender Kartenskizze (Fig. 3) zum grössten Dank verpflichtet hat.

Salix herbacea gehört zu den circumpolaren Pflanzen des hohen Nordens, fehlt jedoch auf Spitzbergen, wo sie durch *S. polaris* WG vertreten wird, während das umgekehrte Verhältnis auf Grönland herrscht. Findet sich auf der Bären Insel und Novaja Zemlja, sowie in der arktischen und alpinen Region Skandinaviens. Kommt ebenfalls in der alpinen Region des

Riesengebirges (an 3 Stellen) und Altvater-Gebirges (2 Stellen), sowie (sehr häufig) der hohen Tatra und der nördlichen Alpenkette (meistens erst über 2,300 M.) vor. Ferner in den Pyrenäen u. s. w.

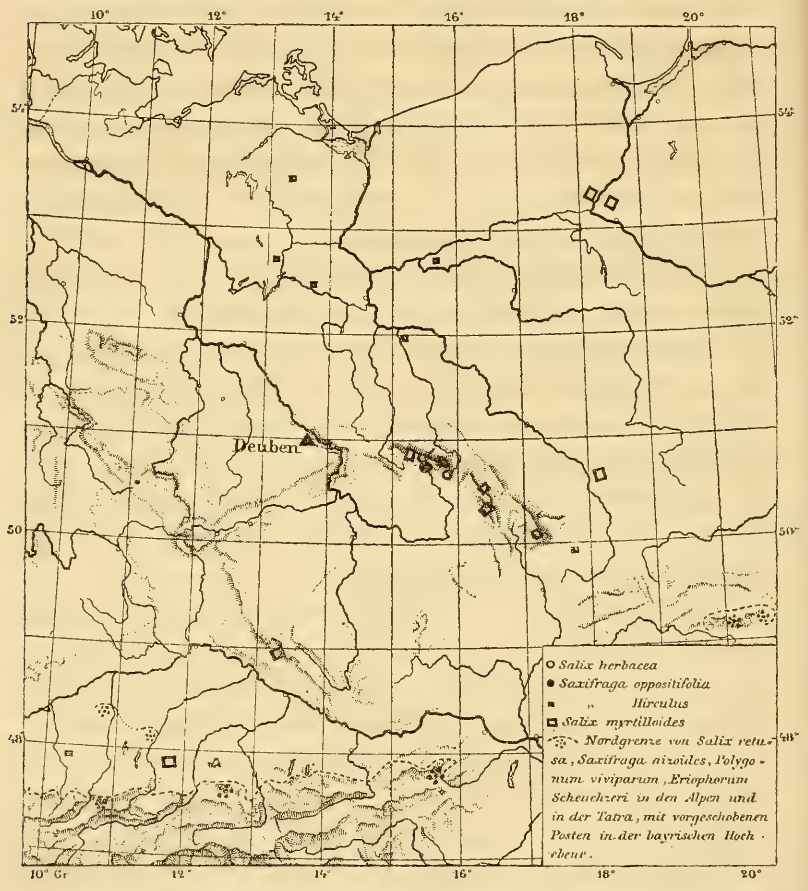


Fig. 3. Kartenskizze mit Angabe der nächsten Sachsen umgebenden Standorte der bei Deuben gefundenen fossilen Glacialpflanzen (nach DRUDE).

Salix retusa fehlt in der Polarländern und in den Mittelgebirgen, findet sich dagegen in der alpinen und subnivalen Region der Tatra, der Alpen, der Pyrenäen etc.

Saxifraga oppositifolia hat eine circumpolare Verbreitung im hohen Norden, so weit der Mensch bisher vorgedrungen ist.

Kommt in der arktischen und alpinen Region Schwedens und Norwegens, im Riesengebirge (an 4 Stellen nahe dem höchsten Kamm), in der hohen Tatra, auf den höchsten Gipfeln der nivalen Region der Alpen etc. vor.

(*Saxifraga aizoides* geht nicht so weit gegen Norden oder so hoch auf die Gebirge hinauf wie die vorige Art, kommt aber immerhin auf Spitzbergen noch unter 79° 36′ n. Br., obschon hier etwas verkrüppelt, vor. Findet sich ferner in der arktischen und alpinen Region Skandinaviens, in der alpinen Region der Alpen, der hohen Tatra etc.; auch im Schwarzwald).

Saxifraga Hirculus geht auf Spitzbergen ebenso weit gegen Norden wie die vorige Art. Kommt ferner in der arktischen und alpinen Region Skandinaviens, in den östlichen und centralen Alpen u. s. w. vor, gehört aber ausserdem zu jenen Pflanzen, welche sich auf Torfmooren als Reliktenformen seit der Eiszeit erhalten haben, und kommt als solche in Südschweden, Dänemark, Deutschland etc. an mehreren Stellen vor. Fehlt in der Tatra.

Batrachium confervoides ist eine nördliche Form von *B. aquatilis* (L.), welche im nördlichen Skandinavien, sowie auf Island und Grönland vorkommt.

Polygonum viviparum ist in den Polarländern häufig (auf Spitzbergen wenigstens bis 80° 25′) und findet sich über ganz Skandinavien bis zum nördlichen Schonen, selten in Dänemark (Reliktenform). Findet sich ferner in der Tatra, in den Alpen etc., fehlt dagegen ganz in den Mittelgebirgen.

Eriophorum Scheuchzeri ist in den Polarländern häufig, kommt ferner im nördlichen Schweden, sowie in Norwegen, vor und findet sich ebenfalls in den Alpen und in der Tatra, fehlt dagegen in den Mittelgebirgen.

Amblystegium exannulatum [1]) ist über ganz Europa verbreitet und kommt auch auf Spitzbergen vor.

---

[1]) Die Angaben über die Verbreitung der Moose verdanke ich Herrn Dr. H. LINDBERG.

Amblystegium trifarium kommt in Schweden von Småland bis Lappland, in Norwegen bis Nordland ebenso wie auf Spitzbergen vor. In Deutschland findet sich die Art in den Gebirgs- und Alpgebieten etc., aber auch in Norddeutschland.

Amblystegium turgescens ist eine nördliche und alpine Art, welche auf Spitzbergen, in der alpinen Region Skandinaviens sowie in den Alpen vorkommt, tritt daneben auch (als Reliktenform) an einigen anderen Lokalitäten auf. 1872 fand ich die Art fossil auf der Norfolkküste Englands, in präglacialen Ablagerungen mit *Salix polaris* zusammen,[1] und 1868 hatte sie G. BERENDT in einer Ablagerung auf der Kurischen Nehrung[2] gefunden, deren Alter aber noch nicht festgestellt worden ist.

Amblystegium sarmentosum ist ebenfalls eine nördliche Form, welche auf Spitzbergen, im nördlichen Schweden, in Norwegen, in Finland vorkommt. Wird ferner aus den Sudeten, dem Riesengebirge, dem Harz, dem Böhmer Wald etc. angegeben.

Amblystegium stellatum ist über Skandinavien und Europa (»regionis campestris et montanae, rarius alpinae») allgemein verbreitet und kommt auch auf Spitzbergen vor.

Die Moose gehören demzufolge zu Arten, welche entweder nordisch-alpine Formen darstellen oder eine sehr allgemeine Verbreitung haben. Sämmtliche Arten finden sich auf Spitzbergen, und aus der Zusammensetzung der Moosflora glaubt Dr. H. LINDBERG schliessen zu dürfen, dass sie auf einem feuchten, sandig-thonigen Boden gewachsen sind.

Aus den übrigen Angaben über die Verbreitung der Pflanzen und aus der Zusammensetzung der ganzen Flora wird sofort deutlich, dass wir es mit einer ächten Glacialflora oder Nivalflora zu thun haben. Da die Reste aber in einer Flussablagerung gefunden sind, so könnte vielleicht jemand einwenden, dass sie aus höheren Regionen des Erzgebirges nach Deuben hinabgeschwemmt seien, und dass die Pflanzen nicht in der unmittel-

---

[1]) A. G. NATHORST, Über den gegenwärtigen Standpunkt etc. l. c. S. 21.
[2]) A. G. NATHORST, l. c. S. 17.

baren Umgebung der Fundstelle gelebt hätten, sondern dass eine mehr temperierte Flora hier zu Hause gewesen sei. Während allerdings zugegeben werden muss, dass einige der Reste auf solche Weise etwas weiter aus dem Süden stammen können, so scheint mir aber ganz ausser Zweifel gestellt, dass dieselbe Flora auch in den unmittelbaren Umgebungen der Ablagerung gelebt haben muss. Denn wäre dies nicht der Fall, dann müssten doch notwendig auch Reste der supponierten temperierteren Flora der Umgebung in der Ablagerung vorkommen, ja, sogar häufig sein. Da nun aber sämmtliche Reste für eine einheitliche Flora sprechen, während andere Reste gänzlich fehlen, so steht es fest, dass eine Glacialflora seiner Zeit bei Deuben gelebt hat.

Versuchen wir uns eine Vorstellung der Vegetation zu bilden, die aus der betreffenden Flora zusammengesetzt war, so erhellt sogleich, dass sie dasselbe Aussehen wie die Pflanzenwelt einer hochnordischen Tundra gehabt haben muss. Bäume und höhere Sträucher fehlten gänzlich, nur die kleinen Sträuchlein (von *Salix cfr Waldsteiniana* und *S. myrtilloides* und die noch niedrigeren) von *Salix retusa*, welche den Boden rasenartig überzogen, sowie die der kleinen krautartigen Weide (*Salix herbacea*), deren Stämmchen unterirdisch kriechend wuchsen, während nur die blatt-tragenden Zweiglein aus dem Boden hervorsahen, repräsentierten die holzartigen Gewächse. Die Hauptmasse der Vegetation dürfte aber aus Riedgräsern (*Carices*) und Wollgräsern (*Eriophora*) zusammengesetzt gewesen sein, deren Teppich hier und da mit Moosen untermischt war, während der Alpenknöterich (*Polygonum viviparum*) mit seinen weissen Blüthenähren und 2 oder 3 Steinbreche mit ihren gelben (*Saxifraga Hirculus*, wahrscheinlich auch *S. aizoides*) und roten (*Saxifraga oppositifolia*) Blüten als Repräsentanten der bunten Farbenpracht der Glacialflora zu erwähnen sind. Selbstverständlich war eine grosse Menge anderer Arten vorhanden, welche wir noch nicht kennen, denn schon in den Qvartärablagerungen macht sich die Lückenhaftigkeit der paläontologischen Überlieferung in beklagenswerter Weise fühlbar.

Ausser Pflanzen sind auch Reste von niederen Tieren in derselben Schicht gefunden, während wir über die höhere Tierwelt noch keine Aufschlüsse besitzen. Wie oben schon erwähnt, fand Dr. BECK einige Exemplare von *Succinea oblonga* DRAP. mit den Pflanzenresten zusammen und wahrscheinlich kamen auch Reste einer anderen Schnecke vor, obschon die Gehäuse bis zur Unkenntlichkeit zerbrochen waren. Auch bei der Schlemmung erhielt ich Fragmente zerbrochener und gänzlich zermalmter Schneckengehäuse, so dass von einer Bestimmung derselben gar keine Rede sein konnte. *Succinea oblonga* ist daher die einzige Schnecke, welche augenblicklich aus der pflanzenführenden Schicht angeführt werden kann. Nach F. SANDBERGER [1]) ist diese Art »selten in Mittel-Europa, mit Ausnahme der höheren Gebirge (Schwarzwald, Alpen), sehr gemein in Skandinavien und Russland».

Wie in der Einleitung schon erwähnt wurde, geben die Herren SAUER und BECK in den Erläuterungen zur »Sektion Tharandt» an, dass 38 Käferreste in der Torfschicht gefunden worden seien, von welchen eine Flügeldecke sich als zu *Carabus groenlandicus* gehörig erwiesen hatte, während die übrigen »zusammen auf mindestens 10 vorhandene Arten schliessen lassen», welche aber leider noch nicht bestimmt sind.

Selbst habe ich bei der Schlemmung der mitgebrachten Proben etwas mehr als 100 Insektenreste, meistens Käferflügeldecken aber auch sonstige Reste bekommen. Die Flügeldecken kommen allerdings hauptsächlich isoliert vor, in 14 Fällen aber paarweise und noch mit einander zusammenhaftend. Die Reste scheinen besonders in den an Cyperaceen reichen Schichten relativ häufig zu sein. In Verhältnis aber zur Grösse der untersuchten Materialien können sie dennoch nicht als reichlich vorkommend bezeichnet werden.

Zu meiner grossen Freude hat unser ausgezeichneter Entomolog, Herr C. G. THOMSON, Adjunkt der Universität Lund, die

---

[1]) F. SANDBERGER, Über Ablagerungen der Glacialzeit und ihre Fauna bei Würzburg. Verh. d. phys.-med. Ges. in Würzburg N. F. Bd 14. Würzburg 1879.

ausserordentliche Güte gehabt, sämmtliche Insektenreste zu untersuchen. Für diese freundliche Unterstützung spreche ich ihm hier meinen herzlichsten Dank aus. Die Bestimmung wurde dadurch erschwert, dass mehrere Reste infolge des Druckes zusammengepresst waren. Folgende Arten konnten jedoch bestimmt werden:

Coleoptera.

Elaphrus riparius (L.) SCHAUM. Kommt in ganz Europa vor. 3 Flügeldecken.

Feronia cfr pauciseta THOMS. (=*versicolor* STRM.). 1 Flügeldecke, Thorax und Caput. Ebenfalls in ganz Europa. Die Möglichkeit ist aber nicht ausgeschlossen, dass diese Reste der Gattung *Amara* und zwar der hochnordischen *A. torrida* angehören könnten, was aber mit den vorliegenden Materialien leider nicht zu entscheiden ist.

Anchomenus cfr parumpunctatus FABR. Dieselbe Verbreitung wie die vorigen. 1 Exemplar mit beiden Flügeldecken zusammen.

Elophorus nivalis THOMS. (= *glacialis* VILLA). Etwa 16 Exemplare. Eine nordische und alpine Art, welche in Lappland und auf den hohen Gebirgen des mittleren und südlichen Europa vorkommt.

Elophorus aquaticus (L.) THOMS. Etwa 15 Exemplare. Über ganz Europa verbreitet.

Hydrochus brevis (HERBST) KUW. 1 Exemplar mit beiden Flügeldecken zusammen. Über das mittlere und nördliche Europa verbreitet.

Simplocaria metallica (STRM) MARSH. Eine alpine und nordische Form, welche in Lappland und in den Alpen vorkommt. Es ist zu bemerken, dass die Reste dieser Art die häufigsten von allen sind, da nicht weniger als etwa 50 Exemplare vorliegen, und mehrere derselben mit beiden Flügeldecken zusammenhaftend. Ausser Flügeldecken liegen auch Reste von Caput und Thorax sowie Bauchringe vor.

Hemiptera.

Aphrophora cfr Alni FALLÉN. 1 Fragment.

Delphax sp. 2 Fragmente.

Salda cfr saltatoria (L.) 7 Scheeren.

Die Zusammensetzung der Käferfauna harmoniert vollständig mit dem glacialen Charakter der Ablagerung. Neben *Carabus groenlandicus* sind jetzt zwei andere alpine und nordische Arten bekannt, von welchen *Simplocaria metallica* die häufigste Art der ganzen Käferfauna war, neben der auch der ebenfalls nordische und alpine *Elophorus nivalis* nicht selten vorkam, während die übrigen Arten, die eine kosmopolitische Verbreitung haben, untergeordnet waren. Nach der Zusammensetzung der Fauna scheint es Herrn THOMSON wahrscheinlich, dass die Tiere auf dem sandigen Ufer eines ruhigen Wassers gelebt haben dürften.

Es erübrigt noch, die pflanzengeographische und geologische Bedeutung des Vorkommens der fossilen Glacialflora bei Deuben kurz zu besprechen. Ihre pflanzengeographische Bedeutung liegt in erster und allgemeiner Hinsicht darin, dass es jetzt als bewiesen angesehen werden muss, dass eine Glacialflora auch den äussersten Rand des grossen nordischen Landeises umsäumt hat. Ich hatte dies allerdings schon früher (l. c. S. 25) in Folge meiner Untersuchungen in Norddeutschland behauptet, da aber die Funde hier etwa $2^1/_2$ Breitengrade nördlicher als Deuben liegen, hätte ja die Einwendung gemacht werden können, dass sich die Dinge weiter südlich verschiedenartig gestaltet haben könnten. Dass dies aber nicht der Fall gewesen, ist nunmehr unumstösslich erwiesen. Wie wichtig die Feststellung dieser Thatsache für eine richtige Auffassung der Entwickelungsgeschichte der Pflanzenwelt in Sachsen, ja für ganz Norddeutschland ist, das werden die Pflanzengeographen von selbst einsehen, ohne dass ich dies hier näher zu erörtern brauche.

Nachdem wir es also als eine feststehende Thatsache ansehen können, dass die Glacialflora den äussersten Rand des nordischen Landeises umsäumt hat, können wir, mit Hinweisung auf die schon gemachten Funde fossiler Glacialpflanzen innerhalb des Randes der alpinen Vergletscherung [1]) ohne weiteres folgern, dass auch der Rand derselben von einer analogen Flora umgeben

[1]) A. G. NATHORST, Über den gegenwärtigen Standpunkt etc. l. c.

war. Ja, die Beschaffenheit der Flora bei Deuben gestattet die Schlussfolgerung, dass die Glacialflora sich auch weiter gegen Süden über das Zwischengebiet erstreckt haben muss, wie weit aber, das ist eben die Frage. »Von grosser Wichtigkeit wird es sein», sagt DRUDE[1]) bei seiner Besprechung meiner früheren Funde fossiler Glacialpflanzen in Norddeutschland, »in diesem Zwischengebiet» (zwischen den damals bekannten Fundstellen in Norddeutschland und denjenigen in Süddeutschland) »irgend welche sichere Nachweise über die in der Glacialzeit dort bestandene Flora zu erhalten, da sich die Entscheidung der Frage, ob wirklich die gegenwärtige deutsche Waldflora damals bis an den Südfuss der Alpen[2]) zurückgedrängt sei, nur auf diesem Wege einer Lösung näher bringen lässt.» Die Entdeckung der Glacialpflanzen bei Deuben hat dies Zwischengebiet allerdings etwas vermindert, noch erübrigt aber die Qvartärflora kennen zu lernen, welche in dem nicht vergletscherten Gebiet Mitteleuropas gelebt hat. Dass ein Teil desselben von der Glacialflora bedeckt war, scheint mir gar nicht zweifelhaft, ob dies aber von dem ganzen Zwischengebiet gilt, ist noch eine offene Frage. Nach den Verhältnissen bei Deuben muss ich allerdings als meine persönliche Ansicht die Meinung aussprechen, dass das ganze Zwischengebiet, welches nur eine Breite von etwa 300 Kilometer dürfte betragen haben, und welches sowohl im Süden wie im Norden von mächtigen Eismassen umgeben war, höchstens stellenweise mit einer Birkenvegetation (von *Betula odorata*) bekleidet sein konnte, während sonst die Glacialflora hier zu Hause war.

Für eine endgültige Lösung dieser Frage, scheint mir der Fund bei Deuben von guter Vorbedeutung für die Zukunft zu sein. Denn es muss wohl auch anderweitige derartige Thalablagerungen geben, welche Pflanzenreste enthalten! Die Geologen sollten in dieser Hinsicht ihre Aufmerksamheit besonders auf die Ablagerungen des »Thallösses» wenden, dessen Mollusken-

---

[1]) In Geograph. Mitteilungen 1894.

[2]) Wohl eher gegen Südosten und Südwesten. A. G. N.

fauna ja ebenfalls auf ein kälteres Klima als das gegenwärtige deutet.

Dass wir uns also noch weitere Funde versprechen können, ist die grosse geologische Bedeutung der bei Deuben gemachten Entdeckungen. Eine andere ist die, dass wir aus denselben schliessen können, dass die grösste Verbreitung des Eises wirklich mit einer beträchtlichen Temperaturerniedrigung verbunden war, wie aus der Beschaffenheit der Flora vollends hervorgeht, und dass folglich die Baumgrenze bedeutend verschoben war. GRISEBACH [1]) giebt für das Riesengebirge unter 51° die Baumgrenze auf etwa 1,100 m. (3,600 Fuss) Meereshöhe an, während die nivale Flora bei Deuben seiner Zeit schon in etwa 220 m. Meereshöhe lebte. Da die Baumgrenze noch bedeutend tiefer gelegen haben muss, so kündigt das Vorkommen der fossilen Glacialflora bei Deuben eine Senkung der Baumgrenze während der Eiszeit wohl von mindestens 1,000 M. an. Man dürfte ebenfalls sagen können, dass die herrschende Ansicht, nach der die Schneegrenze gleichzeitig um etwa 1,000 M. niedriger als gegenwärtig gelegen hat, durch diesen Fund vollständig bestätigt worden ist.

In wie weit oder ob derselbe auch für die Kenntnis der Vegetation der »Lösszeit» von Bedeutung werden wird, wage ich nicht zu sagen, da meine Kenntnis der Lössablagerungen zu gering ist um den Fund in irgend welche Verbindung mit denselben bringen zu können. Doch sei nochmals hervorgehoben, dass die Vegetation, welche wir oben kennen gelernt haben, ganz sicher wie die einer hochnordischen Tundra ausgesehen haben muss. Hier könnte man folglich das fossile Vorkommen der Lemminge, der Eisfüchse, der Renntiere, der Moschus-Ochsen, der Schneehühner und anderer Tundren-Tiere, welche durch NEHRINGS schöne und hochwichtige Untersuchungen [2]) bekannt geworden sind, erwarten. Bis jetzt sind leider die Tier- und

[1]) GRISEBACH, Die Vegetation der Erde. I. S. 187. Leipzig 1872.

[2]) Vergl. besonders NEHRING, Über Tundren und Steppen der Jetzt- und Vorzeit, Berlin 1890, welche eine Zusammenstellung der bis dahin gewonnenen Thatsachen enthält.

Pflanzenreste mit Ausnahme des Fundes bei Schussenried immer an getrennten Lokalitäten gefunden; es ist jedoch zu hoffen, dass sie endlich einmal zusammen entdeckt werden mögen. In Schussenried kamen leider keine andere Pflanzenreste als einige alpine Moose vor.

Wenn ich diesen kleinen Aufsatz hiermit beendige, so geschieht es in der Hoffnung, dass meine sächsischen Collegen, durch deren schon gemachte Aufschlüsse die Entdeckung der fossilen Glacialpflanzen bei Deuben veranlasst wurde, diese Entdeckung weiter verfolgen werden. Noch viele andere Fragen, als die oben besprochenen, stehen mit diesem Fund in Verbindung. Dass ich dieselben habe unerwähnt bleiben lassen, rührt lediglich daher, dass ihre Lösung eine vollständigere Kenntnis der übrigen Glacialablagerungen Sachsens, als ich durch eigene Untersuchungen besitze, voraussetzen. Da wir dazu eine monographische Beschreibung der Glacialablagerungen Sachsens von dem hochberühmten Direktor dessen Geologischer Landesuntersuchung, Professor H. CREDNER, zu erwarten haben, können wir schon im voraus überzeugt sein, dass die betreffenden Fragen binnen kurzem die beste und vollständigste Beleuchtung erhalten werden.

Bevor ich schliesse, ist es mir eine angenehme Pflicht, meinen herzlichsten Dank den Herren auszusprechen, welche meine Untersuchung befördert haben: Herrn Dr. SAUER für die Anregung zum Besuche in Deuben, welche er mir durch seinen Brief gegeben hat, Herrn Geheimen Rat Professor Dr. H. CREDNER für viele wertvolle Aufschlüsse und für die kräftige Unterstützung, welche er mir dadurch gab, dass er Dr. R. BECK nach Dresden berief, und endlich diesem Herrn für seine überaus liebenswürdige und dienstwillige Führung, ohne die ich nur mit grossen Schwierigkeiten meine Absicht hätte durchführen können.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 514.)

Bucarest. *Institut météorologique de Roumanie.*
Buletinul observaţiunilor meteorologice. Anul 2(1893): 1—12; 3(1894): 1—11. 4:o.
Budapest. *K. Ungarische geologische Anstalt.*
Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). Kötet 24(1894): 6—10. 8:o.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche. Bd 10: H. 6. 1894. 8:o.
— *Königl. Ung. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*
Jahrbücher. Bd 21(1894). 4:o.
Buitenzorg. *'s Lands plantentuin.*
Mededeelingen. N:o 11—13. 1894. 8:o.
Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 63(1894): P. 2: N:o 2. 8:o.
Proceedings. 1894: N:o 7—8. 8:o.
Cambridge. *Philosophical society.*
Proceedings. Vol. 8: P. 3(1893/94). 8:o.
Cambridge, Mass. *Museum of comparative zoology.*
Bulletin. Vol. 25: N:o 9—11. 8:o.
— *Astronomical observatory of Harvard College.*
Annals. Vol. 35, 40: P. 3, 41: N:o 1. 1894. 4:o.
Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 1(1893)—2(1894): N:o 1—11. 8:o.
Chapel Hill. *Elisha Mitchell scientific society.*
Journal. Vol. 10(1893): P. 2. 8:o.
Chemnitz. *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*
Jahrbuch. Jahrg. 11(1893): Abth. 1—3. 4:o.
Vorläufige Mittheilung der Beobachtungs-Ergebnisse von 12 Stationen 2:r Ordnung i Sachsen. Jahr 1893: N:o 1—12.
Wissenschaftliche Beilage der Leipziger Zeitung. 1893: N:o 8, 21, 31, 33, 47, 60, 72, 86, 99, 113, 125, 137, 151. 1894: 9, 20, 22, 35, 48, 60, 74, 87, 100, 112, 138.
Coimbra. *Observatorio.*
Observações meteorologicas a magneticas. Anno 1893. Fol.
Córdoba. *Academia nacional de ciencias.*
Boletin. T. 13: Entr. 3—4. 1893. 8:o.
Dublin. *R. Irish academy.*
Transactions. Vol. 30: P. 13—14. 1894. 4:o.
Edinburgh. *Geological society.*
Transactions. Vol. 7: P. 1. 1894. 8:o.
— *Botanical society.*
Transactions and proceedings. Vol. 20: P. 1. 1894. 8:o.
— *Scottish meteorological society.*
Journal. (3) N:o 10. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 560.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 10.
Stockholm.

Bestimmungen der Ausdehnung durch die Wärme und des elektrischen Leitungsvermögens des Eisenglanzes.

Von HELGE BÄCKSTRÖM.

(Mitgetheilt d. 12 December 1894 durch K. ÅNGSTRÖM.)

Im Anschluss an meine vor sechs Jahren veröffentlichten Untersuchungen über das elektrische und thermische Leitungsvermögen und die thermoelektrischen Eigenschaften des Eisenglanzes[1]) bestimmte ich an den elektrisch untersuchten Stäben auch die Ausdehnung durch die Wärme. Es wurde dabei ein von Dr. K. ÅNGSTRÖM konstruirter Apparat benutzt;[2]) dieser hatte bei einer Bestimmung der Dilatation des Steinsalzes vorzügliche Resultate gegeben, er erwies sich aber für Körper mit so geringer Ausdehnung und so kleinen Dimensionen wie die Eisenglanzstäbe als nicht empfindlich genug, daher die damals erzielten Resultate nur als approximativ betrachtet werden könnten.[3])

Ich hielt mir aber für verpflichtet, ein so vorzügliches Material so weit als möglich auszunützen, und es war mir deshalb

---

[1]) Öfversigt af Vet.-Akad. Förh. 1888, 533 und 553.

[2]) Beschrieben in einem Aufsatz von N. LAGERBORG in Bihang t. Vet.-Akad. H. **13.** I. N:o 10 (1887).

[3]) Für das Temperaturintervall 17°—97° wurde für die Ausdehnungskoefficienten gefunden:

parallel der Hauptaxe $\alpha = 0{,}000\,007\,7$
senkrecht zur » $\alpha = 0{,}000\,009\,4$.

Nach den weiter unten mitgetheilten Bestimmungen sind sie für das genannte Intervall 0,000 008 072 resp. 0,000 009 060.

sehr willkommeu durch freundliches Entgegenkommen von M. Benoit, Directeur des Bureau international des poids et mesures in Breteuil bei Sèvres, die Bestimmungen der Ausdehnung des Eisenglanzes in diesem Laboratorium für Präcisionsmessungen wiederholen zu können. Sowohl M. Benoit als dem Assistenten M. Guillaume bin ich für ihre bei dieser Gelegenheit gütigst geleistete Hülfe zum grössten Dank verpflichtet.

Die bei den Dilatationsbestimmungen erzielte grosse Genauigkeit liess mir aber eine grössere Genauigkeit auch für die Bestimmungen des elektrischen Leitungsvermögens als wünschenswerth erscheinen, und ich habe deshalb, im mineralogischem Institute der hiesigen Universität, auch diese Bestimmungen wiederholt. Der Vorstand des physikalischen Instituts, mein werther College Dr. S. Arrhenius stellte mir dabei mit grosser Liberalität die nöthigen Instrumente zur Verfügung.

Die Dilatation des Eisenglanzes.

Die Bestimmung wurde nach der Methode von Fizeau mit dem Dreifuss von Platin-Iridium des Bureau international ausgeführt, welchen M. Benoit in seiner Abhandlung »Nouvelles études et mesures de dilatations par la méthode de M. Fizeau«[1]) beschrieben hat. In der genannten Abhandlung von M. Benoit finden sich auch alle Angaben über die Details der Ausführung und Berechnung solcher Bestimmungen.

Aus demselben grossen Krystall von der Peder Ankers Grube auf Langö bei Kragerö in Norwegen, welcher das Material für die elektrischen und thermischen Untersuchungen geliefert hatte, wurde jetzt von M. Laurent, Instrumentenfabrikant in Paris, ein Parallelipiped geschnitten, dessen Kanten genau parallel 1:o der Hauptaxe, 2:o einer der horizontalen Nebenaxen und 3:o der gegen die beiden anderen senkrechte Zwischenaxe waren.

---

[1]) Travaux et mémoires du Bureau international des poids et mesures **6**. 1 (1888).

1. Dilatation in der Richtung der Hauptaxe.

Höhe des Parallelipipedes	(E_0)	15,232 mm.
Dicke der Luftschicht	(e)	0,034 mm.
Länge der Platinschrauben	(L_0)	15,266 mm.

Die Stellung der Interferenzstreifen wurde in Bezug auf 15 der an der unteren Seite der Linse eingravirten Punkte festgestellt. — Beim Erhitzen nähern sich die Interferenzringe ihrem Centrum, folglich ist die Ausdehnung des Parallelipipedes kleiner als die Ausdehnung des Dreifusses.

Die Beobachtungsresultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die erste Reihe enthält die Nummer der Beobachtungsserie; die zweite die korrigirten Barometerdrücke, die dritte die Temperaturen als Mittel von zwei korrigirten Ablesungen an zwei Thermometern; die vierte die »mittlere Stellung» der Interferenzstreifen in Bezug auf die eingravirten Punkte (»les pointés moyens»); die fünfte die Korrektionen für die Änderungen des Brechungsexponenten der Luftschicht; die sechste die korrigirte »mittlere Stellung» der Streifen und die siebente Reihe enthält die Differenzen zwischen den gefundenen »mittleren Stellungen» und den nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten »mittleren Stellungen».

Beobachtung.	Barometerdruck.	Temperatur.	Mittlere Stellung.	Korrektionen. +	Korrigirte mittlere Stellung.	Beob.-Berechn.
1.	753,6	80,33	4,553	0,008	4,561	+0,007
2.	753,7	57,70	3,877	0,006	3,883	—0,002
3.	761,8	41,86	3,323	0,005	3,328	—0,007
4.	764,9	27,83	2,833	0,003	2,836	+0,045
5.	765,9	5,16	1,810	0,000	1,810	+0,009
6.	766,9	26,10	2,733	0,003	2,736	+0,015
7.	767,4	37,30	3,153	0,004	3,157	—0,007
8.	765,2	72,33	4,323	0,007	4,330	—0,003
9.	759,0	19,27	2,390	0,002	2,392	—0,042
10.	764,3	61,57	3,993	0,006	3,999	—0,010
11.	763,1	8,83	1,963	0,001	1,964	—0,007

Für ein Temperaturintervall von 75,17° sind also die Interferenzstreifen nur um 2,751 Streifen verschoben worden. Die Ausdehnung ist demnach sehr wenig verschieden von derjenigen des Dreifusses.

Drückt man die Beziehung zwischen der beobachteten Temperatur (t_1) und der entsprechenden mittleren Stellung der Interferenzstreifen (f_1) durch Gleichungen von der Form

$$x + t_1 y + t_1^2 z = f_1$$

aus, so ergeben sich die Normalequationen

$$\begin{aligned} 11\ x + 438{,}28\ y + 23879{,}9\ z &= 34{,}996 \\ 438{,}28\ x + 23879{,}9\ y + 1494830\ z &= 1630{,}019 \\ 23879{,}9\ x + 1494830\ y + 100679518\ z &= 95545{,}65 \end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned} x &= +1{,}5567 \\ y &= +0{,}048096 \\ z &= -0{,}00013433. \end{aligned}$$

Die Ausdehnungskoefficienten des Eisenglanzes in der betreffenden Richtung berechnen sich aus y und z nach den Formeln

$$\alpha = \frac{L_0\alpha' - y\frac{\lambda}{2}}{E_0}\,;\ \beta = \frac{L_0\beta' - z\frac{\lambda}{2}}{E_0}$$

worin α' und β' die von Benoit bestimmten Dilatationskoefficienten des Platin-Iridium-Dreifusses sind:

$$\alpha' = 0{,}000\,008\,539\,6 \text{ und } \beta' = 0{,}000\,000\,002\,298$$

und die halbe Wellenlänge des gelben Natriumlichtes $\frac{\lambda}{2} = 0{,}0002946$.

Daraus folgen

$$\begin{aligned} \alpha &= 0{,}000\,007\,610\,9 \\ \beta &= 0{,}000\,000\,004\,901. \end{aligned}$$

Die Dilatation des Eisenglanzes in der Richtung der Hauptaxe wird also nach der Formel ausgedrückt:

$$L_t = L_0\,(1 + 0{,}000\,007\,610\,9\ t + 0{,}000\,000\,004\,901\ t^2).$$

2. *Dilatation in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe.*

Es wurden bestimmt:

Höhe des Parallelipipedes	(E_0)	13,794	mm.
Dicke der Luftschicht	(e)	0,024	mm.
Länge der Platinschrauben	(L_0)	13,818	mm.

Die Stellung der Interferenzstreifen wurde in Bezug auf 12 Punkte festgestellt. — Beim Erhitzen wandern die Streifen nach ihrem Centrum hin, aber nur bis 44°, nachher ziehen sie sich wieder zurück. Die Ausdehnung des Eisenglanzes in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe ist demnach anfangs kleiner als die Ausdehnung des Platin-Iridiums, wächst aber mit der Temperatur schneller, so dass dieselbe bei 44° gleich und über dieser Temperatur grösser wird.

Beobachtung.	Barometerdruck.	Temperatur.	Mittlere Stellung.	Korrektionen. +	Korrigirte mittlere Stellung.	Beob.-Berechn.
1.	752,7	82,26	0,212	0,006	0,218	—0,002
2.	748,1	62,71	0,717	0,004	0,721	+0,004
3.	749,6	45,34	0,883	0,004	0,887	+0,019
4.	751,0	7,36	0,221	0,001	0,222	—0,021
5.	753,6	14,12	0,471	0,001	0,472	+0,022
6.	755,7	10,91	0,362	0,001	0,363	+0,006
7.	759,8	30,32	0,767	0,002	0,769	—0,008
8.	760,6	74,32	0,467	0,005	0,472	+0,008
9.	759,2	57,55	0,775	0,004	0,779	—0,012
10.	760,2	4,07	0,121	0,000	0,121	—0,006
11.	758,0	22,68	0,667	0,004	0,671	+0,018
12.	751,9	42,41	0,833	0,004	0,837	—0,029

Die Normalequationen werden:

$$12\,x + 454{,}05\,y + 25211{,}86\,z = 6{,}532$$
$$454{,}05\,x + 25211{,}86\,y + 1617953{,}1\,z = 270{,}057$$
$$25211{,}86\,x + 1617953{,}1\,y + 111359024\,z = 14029{,}92$$

woraus

$$x = -0{,}02997$$
$$y = +0{,}040393$$
$$z = -0{,}00045410$$

und

$$\alpha = 0{,}000\,007\,691\,8$$
$$\beta = 0{,}000\,000\,012\,000.$$

Die Dilatation des Eisenglanzes in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe lässt sich demnach ausdrücken durch die Formel:

$$L_t = L_0(1 + 0{,}000\,007\,691\,8\ t + 0{,}000\,000\,012\,000\ t^2).$$

Hauptsächlich um eine Controle über die Homogenität des Materiales zu bekommen wurde auch die Ausdehnung der dritten, gegen die beiden anderen senkrechten Richtung bestimmt. Es war dabei

$$E_0 = 12{,}214$$
$$e = 0{,}029$$
$$L_0 = 12{,}243.$$

Es wurden nur drei Temperaturen genommen:

Temperatur.	Mittlere Stellung.	Korrektionen.	Korrigirte mittlere Stellung.
4,74	0,300	+0,000	0,300
45,53	0,920	+0,004	0,924
84,50	0,315	+0,007	0,322

In analoger Weise wie in den vorigen Fällen findet man für x, y, z:

$$x = +0{,}15567$$
$$y = +0{,}034668$$
$$z = -0{,}00038544$$

und

$$\alpha = 0{,}000\,007\,723\,8$$
$$\beta = 0{,}000\,000\,011\,6$$

also eine befriedigende Übereinstimmung mit den für die theoretisch gleichwertige, zweite Richtung gefundenen Werthen, welche letztere doch natürlicherweise genauer sind, da hier nur 3 Temperaturen, dort 12 genommen wurden.

Zum besseren Übersicht habe ich in der untenstehenden Tabelle zusammengestellt:

1:o) die aus den obigen Bestimmungen für beide Hauptrichtungen berechneten Werthe der Ausdehnung eines Stabes von der Länge 1 bei 0°, und

2:o) die respektiven Ausdehnungskoefficienten bei der Temperatur $t°$:

Temperatur.	Länge eines Stabes		Ausdehnungskoefficient	
	parallel der Hauptaxe.	senkrecht zur Hauptaxe.	parallel der Hauptaxe.	senkrecht zur Hauptaxe.
0	$1,0_3000000$	$1,0_3000000$	$0,0_576109$	$0,0_576918$
10	076599	078118	77089	79318
20	154178	158636	78069	81718
30	232738	241554	79050	84118
40	312278	326872	80030	86518
50	392798	414590	81010	88918
60	474298	504708	81990	91318
70	556778	597226	82970	93718
80	640238	692144	83951	96118
90	724679	789462	84931	98518
100	810100	889180	85911	100918

Man sieht dass die beiden Ausdehnungskoefficienten sehr wenig verschieden sind und, da sie bei wachsender Temperatur divergiren, müssen sie bei einer Temperatur unter 0° gleich werden. Die Rechnung zeigt, dass diese Temperatur —5,7° ist beide sind dann = 0,000 007 555. Oberhalb dieser Temperatur ist die Ausdehnung grösser in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe, unterhalb —5,7° dagegen grösser in der Richtung parallel der Hauptaxe. Als eine Konsequenz davon würden zwei je einer der Hauptrichtungen parallele Eisenglanzstäbe, welche bei 0° dieselbe Länge hatten, bei sinkender Temperatur sich verschieden zusammenziehen, so dass bei —5,7° derjenige senkrecht zur Hauptaxe um 0,000 000 230 L_0 kürzer sein sollte; bei weiterem Sinken der Temperatur würde diese Differenz sich aber allmählig vermindern, so dass bei —11,4° die beiden Stäbe wieder gleiche Länge besitzen würden. — Oder — um ein anderes Beispiel zu nehmen — ein Eisenglanzkrystall, bei 18° gemessen, würde bei —29,4° wieder dieselben Winkelwerthe zeigen.

Die Dilatation eines Eisenglanzes von Elba ist von FIZEAU bestimmt worden.[1] Er bemerkt aber von dem untersuchten Krystall »äusserlich sehr nett, in welchem aber der Schnitt einige Unvollkommenheiten aufdeckte. Die Messungen müssen daher an einem anderen Krystall wiederholt werden».

FIZEAU fand für die Richtung

parallel der Hauptaxe $\alpha = 0{,}000\,007\,81$; $\beta = 0{,}000\,000\,005\,9$
senkrecht zur » $\alpha = 0{,}000\,007\,31$; $\beta = 0{,}000\,000\,013\,1$.

Nach diesen Bestimmungen werden die Ausdehnungskoefficienten erst bei $+34{,}7°$ gleich; oberhalb dieser Temperatur ist die Ausdehnung senkrecht zur Hauptaxe die grösste, wie bei meinem Materiale.

Der Unterschied zwischen den Resultaten von FIZEAU und den meinigen kann aus den erwähnten Unvollkommenheiten des FIZEAU'schen Materiales herrühren, lässt sich aber auch — und vielleicht wahrscheinlicher — aus der recht grossen Verschiedenheit in chemischer Zusammensetzung der beiden Eisenglanze erklären.

Das elektrische Leitungsvermögen des Eisenglanzes.

Bei meinen früheren Bestimmungen des elektrischen Leitungswiderstandes des Eisenglanzes wurde die Genauigkeit der Bestimmung am meisten durch die Schwierigkeit der exakten Temperaturmessung beeinträchtigt. Die Bestimmungen wurden in Luftbädern ausgeführt, es wurde also nur die Temperatur der umgebenden Luft gemessen, die von derjenigen des Stabes selbst recht verschieden sein kann, besonders da der Widerstand des Eisenglanzes verhältnissmässig sehr gross ist und der elektrische Strom deshalb eine beträchtliche Wärmeentwicklung im Stabe bewirkt. Zieht man noch im Betracht, dass der Temperaturkoefficient bei diesem Materiale sehr gross ist, indem z. B. bei 0° eine Temperaturänderung von 1° den Widerstand um c:a $1^{1}/_{3}$ % verändert, so ist leicht einzusehen, dass ohne die Elimination

[1]) Pogg. Ann. **128.** 588 (1866).

dieser Fehlerquelle keine Präcisionsmessungen des Widerstandes gemacht werden können.

Bei den jetzt ausgeführten Bestimmungen wurden zwei Eisenglanzstäbe, der eine parallel und der andere senkrecht zur Hauptaxe geschnitten, (die Stäbe 1d und 2a der vorigen Abhandlung) zwischen zwei starken amalgamirten Kupferfedern eingeklemmt und in ein grosses, mit Rührer versehenes Ölbad hineingetaucht, welches mittels eines Thermoregulators längere Zeit auf konstanter Temperatur gehalten werden konnte. — Die Widerstandsbestimmung wurde mit einer Wheatstone'schen Brücke in Walzenform ausgeführt, welche durch Zusetzen von Widerständen an den beiden Seiten um etwa 10 Mal empfindlicher gemacht worden war. — Um die Wärmeentwickelung im Stabe möglichst zu verringern war der Strom sehr schwach, was durch die Benutzung eines sehr empfindlichen Spiegelgalvanometers ermöglicht wurde, und wurde immer nur momentan geschlossen. Für denselben Zweck wurde bei der Bestimmung zuerst der Widerstand von z. B. 2a approximativ bestimmt, dann der Widerstand von 1d, ebenfalls approximativ, und so wurden nach einiger Zeit die definitiven Bestimmungen gemacht. Nachher wurden die Messungen bei entgegengesetztem Strom repetirt.

Die Temperatur wurde gleichzeitig mit der definitiven Bestimmung an zwei in $^1/_{10}°$ eingetheilten Normalthermometern abgelesen, deren Behälter sich in der unmittelbaren Nähe der Stäbe befanden. — Die Endflächen der Stäbe wurden, wie bei den vorigen Untersuchungen, verkupfert und amalgamirt, ehe sie zwischen den Kupferfedern eingeklemmt wurden, es zeigte sich jedoch, dass die dünne Kupferschicht von dem Quecksilber allmählig aufgelöst wurde, und dadurch ein kleiner Übergangswiderstand erzeugt wurde. Um diesen Faktor Rechnung tragen zu können wurde die Bestimmungsserie so angeordnet, dass man immer zur Anfangstemperatur zurückkehrte. In den beiden letzten, hier mitgetheilten Serien sieht man doch von einer solchen Zunahme des Widerstandes sehr wenig. — Die Widerstände wurden mit denjenigen eines von mir geprüften Rheostaten ver-

glichen. Auch die Thermometer wurden — von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg — geprüft.

Die in den untenstehenden Tabellen mitgetheilten Werthe der Temperatur sind Mittel aus 4 korrigirten Ablesungen. Die Werthe der Widerstände sind ebenfalls Mittel aus zwei unter Stromumkehr vorgenommenen Bestimmungen.

Unter der Annahme, dass der Widerstand bei $t°$ innerhalb des benutzten Temperaturintervalles sich durch eine Formel

$$W_t = x + yt + zt^2 + ut^3$$

oder

$$W_t = W_0(1 + y_1 t + z_1 t^2 + u_1 t^3)$$

ausdrücken lässt, wurden aus den Bestimmungen die Koefficienten x, y, z, u sowie y_1, z_1 und u_1 nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Aus den so berechneten Koefficienten wurden die Widerstände zurückberechnet und die Differenze zwischen den berechneten und den gefundenen Werthen in der dritten Kolumne der Tabelle aufgeführt.

Stab 2a, senkrecht zur Hauptaxe geschnitten.

Serie A.

Temperatur.	Widerstand.	Ber.-Beob.
1,60	47,94	±0,00
31,24	34,05	+0,11
40,18	31,20	+0.02
50,91	28,28	—0,05
60,64	25,94	+0,03
71,84	23,69	+0,02
80,20	22,22	—0,01
41,19	30,97	—0,06
19,86	38,70	—0,05
(2,92)[1])	(47,61)	(—0,43)

[1]) Bei der Berechnung nicht mitgenommen.

Normalequationen:

$$\begin{aligned}
9\,x + 397{,}66\,y + 22546{,}03\,z + 1414628\,u &= 282{,}994\\
397{,}66\,x + 22546{,}03\,y + 1414628\,z + 94839350\,u &= 10934{,}94\\
22546{,}03\,x + 1414628\,y + 94839350\,z + 6649572327\,u &= 585393{,}1\\
1414628\,x + 94839350\,y + 6649572327\,z + 480783382550\,u &= 35290392
\end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned}
x &= 48{,}902 & x_1 &= 1\\
y &= -\,0{,}60469 & y_1 &= -0{,}0123653\\
z &= +\,0{,}0047997 & z_1 &= +0{,}000098150\\
u &= -\,0{,}000017588 & u_1 &= -0{,}00000035966
\end{aligned}$$

Wahrscheinlicher Fehler $\pm 0{,}041$ Ohm.

Serie B.

Temperatur.	Widerstand.	Ber.-Beob.
15,06	40,68	±0,00
1,10	48,29	−0,01
29,19	34,71	+0,03
39,89	31,23	−0.05
50,00	28,43	—0,04
60,02	25,99	+0,04
68,51	24,19	+0,06
79,29	22,18	—0,04
43,69	30,10	—0,03
1,39	48,11	—0,01
15,16	40,58	+0,05

Normalequationen:

$$\begin{aligned}
11\,x + 403{,}30\,y + 21894{,}6\,z + 1339876{,}8\,u &= 374{,}480\\
403{,}30\,x + 21894{,}6\,y + 1339876{,}8\,z + 87784103\,u &= 11318{,}65\\
21894{,}6\,x + 1339876{,}8\,y + 87784103\,z + 6017126444\,u &= 573071{,}3\\
1339876{,}8\,x + 87784103\,y + 6017126444\,z + 425848399350\,u &= 33641317
\end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned}
x &= 48{,}958 & x_1 &= 1\\
y &= -\,0{,}62645 & y_1 &= -0{,}012796\\
z &= +\,0{,}0054384 & z_1 &= +0{,}000111084\\
u &= -\,0{,}000022748 & u_1 &= -0{,}00000046464.
\end{aligned}$$

Wahrscheinlicher Fehler $= \pm 0{,}033$ Ohm.

Stab 1d, parallel der Hauptaxe geschnitten.

Serie A.

Temperatur.	Widerstand.	Ber.-Beob.
1,60	181,16	+0,49
31,20	124,31	+0,42
40,19	112,54	+0,32
50,94	100,97	—0,01
60,64	91,33	+0,53
71,84	82,36	+0,20
80,18	76,43	—0,40
41,21	112,09	—0,47
19,86	144,00	—1,09

Normalequationen:

$$9\,x + 397{,}65\,y + 22545{,}02\,z + 1414460{,}3\,u = 1025{,}19$$
$$397{,}65\,x + 22545{,}02\,y + 1414460{,}3\,z + 94814613\,u = 38895{,}62$$
$$22545{,}02\,x + 1414460{,}3\,y + 94814613\,z + 6647544712\,u = 2064550{,}1$$
$$1414460{,}3\,x + 94814613\,y + 6647544712\,z + 480454553050\,u = 123691878$$

woraus

$x = 185{,}695$ $\qquad x_1 = 1$

$y = -\,2{,}56303$ $\qquad y_1 = -0{,}013802$

$z = +\,0{,}022461$ $\qquad z_1 = +0{,}00012096$

$u = -\,0{,}000094214$ $\qquad u = -0{,}00000050736.$

Wahrscheinlicher Fehler = $\pm 0{,}437$ Ohm.

Serie B.

Temperatur.	Widerstand.	Ber.-Beob.
15,10	151,90	—0,15
1,08	183,94	—0,04
29,19	126,89	+0,11
39,87	112,42	—0,15
49,99	100,97	—0,15
60,03	91,06	+0,23
68,50	83'90	+0,32
79,27	76,14	—0,22
43,69	107,94	—0,24
1,39	182,89	+0,21
15,13	151,66	+0,04

Normalequationen:

$$\begin{aligned}
11\ x + 403{,}25\,y + 21890{,}1\,z + 1339411{,}1\,u &= 1369{,}689\\
403{,}25\,x + 21890{,}1\,y + 1339411{,}1\,z + 87739312\,u &= 40237{,}21\\
21890{,}1\,x + 1339411{,}1\,y + 87739312\,z + 6012927774\,u &= 2015422{,}4\\
1339411{,}1\,x + 87739312\,y + 6012927774\,z + 425460721235\,u &= 117541471
\end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned}
x &= 186{,}734 & x_1 &= 1\\
y &= -\ 2{,}6475 & y_1 &= 0{,}014178\\
z &= +\ 0{,}023404 & z_1 &= 0{,}000125334\\
u &= -\ 0{,}000096395 & u_1 &= 0{,}00000051621.
\end{aligned}$$

Wahrscheinlicher Fehler $\pm 0{,}169$ Ohm.

In der Serie A. hat man noch für beide Stäbe Anzeigen der erwähnten Zunahme des Widerstandes durch allmählige Änderung der Kontakte, wesshalb die Bestimmungen der Serie A. mehr als eine Kontrole zu denjenigen der tadellosen Serie B. betrachtet werden können. — Für 2a ist der Unterschied zwischen den x-Werthen der beiden Serien nur 0,1 %; der mittlere Temperaturkoefficient ist dagegen bei Ser. A. 1,6 % grösser als bei Ser. B. (α_{40}=0,006240 resp. 0,0061396). Für 1d sind die Unterschiede der x-Werthe 0,56 % und der Temperaturkoefficienten 1,05 % (α_{40} = 0,0065605 resp. 0,0066291).

Nehmen wir die Werthe der Serie B. als definitiv so ist demnach der Widerstand bei $t°$ eines Stabes, welcher bei 0° den Widerstand W_0 besitzt

in der Richtung parallel der Hauptaxe:

$$W_t = W_0(1 - 0{,}014\,178\ t + 0{,}000\,125\,33\ t^2 - 0{,}000\,000\,516\,21\ t^3)$$

und senkrecht zur Hauptaxe:

$$W_t = W_0(1 - 0{,}012\,796\ t + 0{,}000\,111\,08\ t^2 - 0{,}000\,000\,464\,64\ t^3).$$

Diese Formeln sind innerhalb des Intervalles 0°—80° sehr gute Annäherungsformeln, erlauben aber gar keine Extrapolation. Es würde nämlich nach denselben für beide Richtungen der Widerstand bei etwa 160° = 0 werden, was nach meinen älteren Bestimmungen, welche sich bis 235° ausdehnten, gar nicht der Fall ist. Ferner zeigen die aus den obigen Formeln berechneten Temperaturkoefficienten dW/dt bei 80,93° resp. 79,69° einen

Minimalwerth und für die betreffende Temperatur wird $d^2 W/dt^2 = 0$. Dies dürfte indessen keine physikalische Bedeutung haben, sondern zeigt nur, dass die Annäherungsformeln gerade nur innerhalb des Beobachtungsintervalles gültig sind. Die älteren Bestimmungen ergaben oberhalb 100° eine stetige Abnahme sowohl des Widerstandes als des Temperaturkoefficienten.

Aus obigen Formeln berechnen sich für beide Richtungen die folgenden Widerstände und Temperaturkoefficienten eines Stabes, welcher bei 0° den Widerstand 1 hat:

Temperatur.	Parallel d. Axe	Senkrecht z. Axe	Parallel d. Axe	Senkrecht z. Axe
	$W_t = 1 - y_1 t + z_1 t^2 - u_1 t^3$		$\frac{dW}{dt} = -y_1 + 2 z_1 t - 3 u_1 t^2$	
0°	1	1	0,014178	0,012796
10	0,87023	0,88269	0,011826	0,010714
20	0,76244	0,78479	0,009784	0,008910
30	0,67352	0,70355	0,008052	0,007386
40	0,60037	0,63615	0,006629	0,006140
50	0,53990	0,57983	0,005516	0,005172
60	0,48902	0,53178	0,004713	0,004484
70	0,44462	0,48922	0,004220	0,004074
80	0,40360	0,44936	0,004036	0,003944
90	0,36287	0,40942	(0,004162)	(0,004092)
100	0,31933	0,36660	(0,004598)	(0,004518)

Um die Widerstände der beiden Stäbe untereinander vergleichen zu können, sind dieselben auf gleiche Dimensionen des Stabes zu reduciren (Stab 2a hat 2,858 cm. Länge und 2,513 mm.² Querschnitt; Stab 1d 1,53 cm Länge und 0,6739 mm.² Querschnitt). Wird deshalb für beide Richtungen der Widerstand eines Stabes von 1 cm Länge und 1 mm Querschnitt berechnet, erhält man für den Widerstand in der Richtung der Hauptaxe den Werth $W_c = 82{,}249$ Ohm und für die Richtungen senkrecht dagegen $W_a = 43{,}048$ Ohm. Hieraus sind in der untenstehenden Tabelle die Variationen des Verhältnisses W_c / W_a berechnet, sowie ferner auch der Quadratwurzel aus diesem Verhältniss: das Verhältniss der Axen jener

Äquipotentialflächen, welche sich unter der Annahme einer konstanten Elektricitätsquelle im Centrum eines unbegrenzt gedachten Eisenglanzkrystalles, ausbilden würden. Schliesslich werden unter »Berechnet» die nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichenen Werthe der letzteren Verhältnisse angeführt.

Temperatur.	$\frac{W_c}{W_a}$	$\sqrt{\frac{W_c}{W_a}}$	
		Gefunden.	Berechnet.
0°	1,9106	1,3822	1,3805
10	1,8836	1,3724	1,3715
20	1,8562	1,3624	1,3625
30	1,8291	1,3524	1,3535
40	1,8032	1,3428	1,3445
50	1,7790	1,3338	1,3355
60	1,7570	1,3255	1,3265
70	1,7364	1,3177	1,3175
80	1,7161	1,3100	1,3085
90	1,6934	1,3013	1,2996
100	1,6643	1,2901	1,2906

Die magnetische Untersuchung des Eisenglanzmateriales wird jetzt im physikalischen Institut der Universität Upsala von Fil. Lic. WESTMAN ausgeführt. Die Bestimmung der Elasticitätskoefficienten wird später, wahrscheinlich von mir selbst, gemacht werden.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 544.)

Fiume. *K. K. Marine-Akademie.*
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1893: 1—12 & Resultate. 8:o.
Genève et le Grand Saint-Bernard. [*Stations.*]
Résumé météorologique par A. KAMMERMANN. 1893. 8:o.
Genova. *Musei di zoologia e anatomia comparata della R. Università.*
N:o 22—26. 1894. 8:o.
Glasgow. *Philosophical society.*
Proceedings. Vol. 25(1893/94). 8:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Math.-phys. Kl. 1894: Nr. 3. 8:o.
» Philol.-hist. Kl. 1894: Nr. 3. 8:o.
Halifax. *Nova Scotian institute of science.*
Proceedings and transactions. (2) Vol. 1: P. 3. 1893. 8:o.
Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Deutsche überseeische meteorologische Beobachtungen. H. 6. 1894. 4:o.
Harlem. *Société Hollandaise des sciences.*
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 28(1894): Livr. 3—4. 8:o.
Helsingfors. *Société Finno-Ougrienne.*
Journal. 12. 1894. 8:o.
Mémoires. 6—8. 1894. 8:o.
— *Sällskapet för Finlands geografi.*
Fennia. 9, 11. 1894. 8:o.
— *Finlands geologiska undersökning.*
Kartbladen N:o 25—26 med beskrifningar. 1894. Fol. & 8:o.
Herény. *Astrophysikalisches Observatorium.*
Meteorologiai megfigyelések. — Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1891. Budapest. 4:o.
Ithaca. *Cornell university.*
Library bulletin. Vol. 3: N:o 7. 1894. 8:o.
Jekaterinburg. *Société Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles.*
Zapiski. T. 14: 3. 1894. 8:o.
Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftl. Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd 29: H. 1. 1894. 8:o.
Karlsruhe. *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1893. 4:o.
Niederschlagsbeobachtungen der meteorologischen Stationen im Grossherzogthum Baden. Jahrg. 1893: Halbj. 1—2; 1894: 1. 4:o.
Kasan. *Kejserl. universitetet.*
Učenyja zapiski. G. 61(1894): Kn. 4—5. 8:o.
— *Observatoire magnétique et météorologique de l'Université Imp.*
Observations. Année 1894: 1—8.
— *Société physico-mathématique.*
Bulletin. (2). T. 4: N:o 1—2. 1894. 8:o.

(Forts. å sid. 570.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 10.
Stockholm.

Om sättet att med hänsyn till räntans förändringar approximativt beräkna den medelräntefot, som bör läggas till grund för en pensionskasseutredning.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 12 December 1894 genom D. G. LINDHAGEN.]

Frågan om valet af räntefot vid utredningar af pensions- eller enkekassors ställning har på grund af räntans sjunkande under den sista tiden erhållit en större betydelse än förut. Någon närmare undersökning synes dock i regeln icke hafva blifvit ägnad densamma, utan man har vanligen åtnöjt sig med att välja den lägsta räntefot, som man af sannolikhetsskäl ansett sig kunna förvänta under en icke alltför aflägsen framtid; på detta sätt har den valda räntefoten stundom kommit att med en hel procent understiga den, som verkligen varit gällande för kassans medel vid den tidpunkt, till hvilken utredningen hänfört sig. Då emellertid ett sådant val icke allenast är ur teoretisk synpunkt oberättigadt,[1]) utan äfven kan ur praktisk synpunkt innebära en obillighet mot kassans delägare, så torde det icke vara utan intresse att göra frågan till föremål för en matematiskt-statistisk undersökning.

Betecknar man fördenskull med r_t räntefoten under det år, hvars början infaller t år efter nuvarande tidpunkt, samt

[1]) Jämför ENESTRÖM, *Om de statistiska förutsättningarna för giltigheten af den så kallade indirekta metoden inom teorien för enkekassor.* Öfversigt af vetenskapsakad. förh. 1894, sid. 486—487.

antager man, att kassan under detta år å ena sidan genom afgifter och dylikt erhåller A_t kronor, men å andra sidan i pensioner och förvaltningskostnader utbetalar U_t kronor, så blir tydligen, om man för enkelhetens skull låter alla utgifter och inbetalningar ske vid årets slut

$$\frac{U_0 - A_0}{1 + r_0} + \frac{U_1 - A_1}{(1 + r_0)(1 + r_1)} + \ldots + \frac{U_t - A_t}{(1 + r_0)(1 + r_1)\ldots(1 + r_t)} + \ldots$$

värdet af de förpliktelser, som icke genom årsinkomsterna betäckas, eller med andra ord det kapital, som behöfves, för att kassan skall vara solvent. Är nu ϱ den medelräntefot, som med hänsyn till utredningens resultat exakt motsvarar den variabla räntefoten r_t, så är

$$\frac{U_0 - A_0}{1 + \varrho} + \frac{U_1 - A_1}{(1 + \varrho)^2} + \ldots + \frac{U_t - A_t}{(1 + \varrho)^{t+1}} + \ldots$$

också ett uttryck för samma kapital, och man erhåller således ekvationen

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{U_0 - A_0}{1 + r_0} + \frac{U_1 - A_1}{(1 + r_0)(1 + r_1)} + \ldots + \frac{U_t - A_t}{(1 + r_0)(1 + r_1)\ldots(1 + r_t)} + \ldots \\ &= \frac{U_0 - A_0}{1 + \varrho} + \frac{U_1 - A_1}{(1 + \varrho)^2} + \ldots + \frac{U_t - A_t}{(1 + \varrho)^{t+1}} + \ldots \end{aligned} \right.$$

Har kassan ägt bestånd så länge, att jämnvikt inträdt mellan afgående och tillkommande pensionstagare, samt hafva i pensionsbeloppen inga ändringar företagits, så är U_t konstant, och äfven A_t kan anses vara tillnärmelsevis konstant. Man kan således dividera ekv. (1) med $U_t - A_t$ och erhåller efter summation af den geometriska serien

$$(2)\quad \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{1 + r_0} + \frac{1}{(1 + r_0)(1 + r_1)} + \ldots + \frac{1}{(1 + r_0)(1 + r_1)\ldots(1 + r_t)} + \ldots$$

För alla kassor, som nått sitt jämnviktstillstånd, är således den vederbörliga medelräntefoten vid utredningen oberoende af utgifts- och inkomstbeloppen samt lika med det inverterade värdet af serien

$$\frac{1}{1 + r_0} + \frac{1}{(1 + r_0)(1 + r_1)} + \ldots + \frac{1}{(1 + r_0)(1 + r_1)\ldots(1 + r_t)} + \ldots$$

På grund häraf är det lätt att studera den inverkan, räntans sjunkande i det angifna fallet utöfvar på medelräntefoten för utredningen. Skulle räntan under de m första åren hålla sig vid r' % och sedan falla till r'' % samt för all framtid bibehålla detta värde, blir

$$\frac{1}{\varrho}=\frac{1-\left(\frac{1}{1+r'}\right)^m}{r'}+\frac{\left(\frac{1}{1+r'}\right)^m}{r''}=\frac{1}{r'}+\left(\frac{1}{1+r'}\right)^m\left(\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}\right) \tag{3}$$

Af den sista formeln framgår omedelbart, att räntefoten för utredningen är hufvudsakligen beroende af ränteförhållandena under den närmaste framtiden, så att till och med en *väsentlig* sänkning af räntefoten vid en mycket aflägsen tidpunkt spelar en ganska obetydlig rol. Antager man t. ex., att räntefoten under de första 50 åren är 4 % och sedan för all framtid sjunker till 3 %, blir medelräntefoten för utredningen 3·82 %; skulle räntan efter 50 år sjunka, icke till 3 % utan ända till 2 %, blir medelräntefoten för utredningen ändock icke lägre än 3·12 %. Om däremot från och med en viss tidpunkt *ingen* ränteafkastning kan påräknas, ställer sig saken visserligen helt annorlunda; i detta fall inverka nämligen de aflägsna ränteförhållandena så väsentligt, att medelräntefoten för utredningen enligt ekv. (3) egentligen borde sättas lika med noll, men detta teoretiskt riktiga värde har naturligtvis ingen praktisk betydelse, enär en kassa, hvilken icke har att påräkna någon ränteafkastning å sitt samlade kapital, måste organiseras på helt annat sätt än de nuvarande.

Vid härledningen af ekv. (3) antogs, att räntan skulle under en längre tid hålla sig konstant och sedan i ett enda slag sjunka till sitt för all framtid definitiva värde. Naturligtvis är det icke att förvänta, att detta antagande skall i verkligheten blifva uppfylldt. Dels representeras räntans växlingar snarare af en oscillerande än en definitivt fallande talserie; dels försiggår omplaceringen af det kapital, en kassa redan samlat, ganska långsamt, och häraf blir en följd, att i regeln kassans genomsnittsränta å utlånade medel ytterst långsamt faller. Så var t. ex.

för folkskollärarnes enke- och pupillkassa denna genomsnittsränta vid 1890 års slut 4·49 % och vid 1893 års slut 4·45 %; den årliga minskningen uppgick således till föga mer än 0·01 %. Man torde därför med fog kunna antaga, att för denna kassa den årliga minskningen under den närmaste framtiden icke behöfver sättas högre än 0·02 %, och förmodligen kan detta värde gälla äfven för flere andra pensions- eller enkekassor. Under denna förutsättning, och med fastställande af 4·45 % såsom räntefotens initialvärde, finner man, att räntan först efter 47 år bör hafva fallit till 3.51 %; antager man nu vidare, att den näst påföljande år sjunker till $3^1/_2$ % och sedan för all framtid bibehåller detta värde, blir enligt ekv. (2) medelräntefoten för utredningen 4·01 %. Skulle man åter antaga, att minskningen kontinuerligt fortginge, till dess räntefoten efter 72 år vore 3·01 %, och att den från och med följande året blefve 3 %, skulle ändock medelräntefoten för utredningen belöpa sig till 3·94 %.

I det föregående har blifvit förutsatt, att den kassa, om hvars ställning fråga är, redan uppnått sitt jämnviktstillstånd. Är detta icke förhållandet, utan har kassan antingen nyss bildats eller åtminstone ägt bestånd blott en kortare tid, så är enligt ekv. (1) medelräntefoten för utredningen beroende äfven af de utgiftsbelopp, som icke täckas genom de årliga inkomsterna. Då det nu både för pensionskassor i vanlig mening och för enkekassor gäller, att under de första årtiondena utgifterna ganska raskt stiga, men årsinkomsterna (ränteafkastningen däri ej inberäknad) hålla sig ungefär konstanta, ifall icke delägarnes antal eller afgiftens belopp väsentligen ökas, så kunna de framtida ränteförhållandena här inverka starkare, än i det fall att kassan nått sitt jämnviktstillstånd. Visserligen är det fortfarande så, att de nuvarande ränteförhållandena utöfva det relativt största inflytandet, enär dessa inverka på *alla* termerna i uttrycket

$$\frac{U_0 - A_0}{1+r_0} + \frac{U_1 - A_1}{(1+r_0)(1+r_1)} + \ldots + \frac{U_t - A_t}{(1+r_0)(1+r_1)\ldots(1+r_t)} + \ldots,$$

då däremot t. ex. räntefoten under det m-te året alls icke inverkar på de $m-1$ första termerna i detta uttryck, men å

andra sidan är det klart, att då storheten $U_t - A_t$ växer med t, en stadig minskning af räntan från och med det m-te året skall hafva större betydelse här, än då $U_t - A_t$ är konstant. Det synes således, som om man skulle hafva allt skäl att vid utredningen af en kassa, som nyss bildats eller åtminstone varit i verksamhet blott en kortare tid, välja en lägre räntefot än den, som erhålles ur ekv. (2).

Emellertid kan mot denna sista slutsats göras den invändningen, att densamma är riktig, blott om man ser saken uteslutande ur kassans synpunkt. Tager man däremot i betraktande, att till kassan höra olika generationer delägare, och att den nuvarande generationen bland dem icke har något att skaffa med de ränteförhållanden, som om 100 år kunna förefinnas, så komma förhållandena att te sig väsentligen annorlunda.

För att ur den nuvarande generationens synpunkt bestämma den vederbörliga medelräntefoten för utredningen antaga vi, att 10,000 delägare nu inträda i kassan, och att summan af de afgifter, dessa inbetala under det t-te året, utgöra a_t kronor, medan under samma år i pensioner till dem eller deras familjer utbetalas u_t kronor; om hänsyn uteslutande tages till dessa 10,000 delägare, bör medelräntan tydligen bestämmas så, att

$$\left.\begin{aligned} &\frac{u_0 - a_0}{1+\varrho} + \frac{u_1 - a_1}{(1+\varrho)^2} + \ldots + \frac{u_t - a_t}{(1+\varrho)^{t+1}} + \ldots \\ &= \frac{u_0 - a_0}{1+r_0} + \frac{u_1 - a_1}{(1+r_0)(1+r_1)} + \ldots + \frac{u_t - a_t}{(1+r_0)(1+r_1)\ldots(1+r_t)} + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

I denna ekvation är båda leden ändliga, enär från och med en viss tidpunkt både de 10,000 delägarne och de från dem härflytande pensionärerna måste vara försvunna genom dödsfall.

Bestämmer man nu ϱ med ledning af ekv. (4), så kan det mycket väl inträffa, att värdet däraf blir större, än om man användt ekv. (2).

Med afseende på formlerna (1) och (4) kunde möjligen anmärkas, att deras användning egentligen förutsätter, att utredningen af kassan redan blifvit verkställd, enär först genom en sådan utredning storheterna U_t, A_t, u_t, a_t kunna blifva kända.

Emellertid bör observeras, att alla dessa storheter äro oberoende af räntefoten och således kunna beräknas, innan denna är bestämd. För öfrigt finnas metoder att approximativt beräkna de nämnda storheterna, utan att man behöfver härleda alla de vid en noggrann utredning förekommande faktorerna. Så kunna t. ex. talen U_t successivt beräknas, om man tillnärmelsevis känner relativa antalet årligen tillkommande pensionärer samt mortaliteten bland samtliga pensionärer.

Det kan vara af intresse att tillämpa de nu härledda formlerna på ett enskildt fall, och då det för tillfället legat för mig närmast till hands att erhålla de behöfliga uppgifterna från folkskollärarnes enke- och pupillkassa, har jag valt just denna kassa, från hvilken redan här ofvan ett exempel hämtats. Kassans ställning utreddes för omkring ett år sedan af prof. A. LINDSTEDT; härvid beräknades visserligen inga värden för U_t och A_t, men approximativa sådana kunna, ifall de af herr LINDSTEDT gjorda förutsättningarna om kassans dödlighets- och familjeförhållanden antagas vara giltiga, erhållas på följande sätt.

Enligt herr LINDSTEDTS utredning skulle kapitalvärdet af kassans förpliktelser efter en räntefot af $3^1/_2$ % den 1 januari 1893 hafva utgjort 7,343,000 kronor. Nu uppgick pensioneringskostnaden under år 1893 till omkring 68,000 kronor, och de utbetalade pensionsbeloppen hafva under de sista åren tillväxt med omkring 5,000 kronor årligen, men böra under den närmaste framtiden stiga ännu raskare. Jag antager därför, att kostnaden första året uppgått till 70,000 kronor, och årligen kommer att tillväxa med 7,500 kronor; man finner då lätt, att tillökningen bör fortgå under 54 år, för att kapitalvärdet af samtliga utgifterna må efter en räntefot af $3^1/_2$ % utgöra 7,343,000 kronor. Man har således

$$U_0 = 70,000; \quad U_1 = 77,500; \quad \ldots ; \quad U_{54} = U_{55} = \ldots = 475,000.$$

Å andra sidan skulle enligt samma utredning kapitalvärdet af alla påräkneliga afgifter från delägarne efter en räntefot af

$3^1/_2$ % utgöra 4,179,000 kronor, samt afgifterna under år 1893 belöpa sig till omkring 112,000 kronor. På grund af de tillgängliga uppgifterna torde man kunna antaga, att afgiftsbeloppet under den närmaste tiden skall stiga med omkring 1,500 kronor årligen. Med ledning häraf finner man på samma sätt som förut utan svårighet, att ökningen bör fortgå under 43 år, för att kapitalvärdet af samtliga afgifterna må efter en räntefot af $3^1/_2$ % utgöra 4,179,000 kronor. Men utom afgifterna har kassan att påräkna ett årligt statsanslag af 63,500 kronor, hvaraf emellertid 3,000 skola användas till förvaltningskostnader. I öfverensstämmelse härmed blir för nu ifrågavarande kassa

$$A_0 = 172,500;\quad A_1 = 174,000;\ \ldots;\ A_{43} = A_{44} = \ldots = 237,000.$$

Antager man nu såsom förut, att räntefoten under det första året är 4·45 % och för hvarje år minskas med 0·02 %, till dess den efter 47 år fallit till 3·51 %, samt från och med följande år definitivt antager värdet $3\,^1/_2$ %, erhåller man för bestämmande af ϱ ekvationen

$$-\frac{102,500}{1+\varrho} - \frac{96,500}{(1+\varrho)^2} - \ldots + \frac{238,000}{(1+\varrho)^{54}} + \frac{238,000}{(1+\varrho)^{55}} + \ldots = 932,729.$$

Sätter man för korthetens skull

$$\frac{1}{1+\varrho} = x,\quad -102,500 = a,\quad 6,000 = d,\quad 1,500 = d',$$

blir

$$a(x + x^2 + x^3 + \ldots) + d(x^2 + 2x^3 + \ldots + 54x^{55} + 54x^{56} + \ldots)$$
$$+ d'(x^{45} + 2x^{46} + \ldots + 11x^{55} + 11x^{56} + \ldots) = 932,729,$$

och då

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots + nx^n + nx^{n+1} + nx^{n+2} + \ldots = \frac{x - x^{n+1}}{(1-x)^2},$$

blir följaktligen

$$\frac{ax}{1-x} + dx\frac{x - x^{55}}{(1-x)^2} + d'x^{44}\frac{x - x^{12}}{(1-x)^2} = 932,729,$$

eller, om talvärdena för a, d, d' äfvensom $\frac{1}{1+\varrho}$ i stället för x

återinsättas:

$$-\frac{102{,}500}{\varrho}+\frac{6{,}000}{\varrho^2}\left(1-\frac{1}{(1+\varrho)^{54}}\right)+\frac{1{,}500}{\varrho^2}\left(\frac{1}{(1+\varrho)^{43}}-\frac{1}{(1+\varrho)^{54}}\right)$$
$$=932{,}729.$$

Genom successiva approximationer erhåller man härur $\varrho=0{\cdot}0385$, hvadan medelräntefoten för utredningen enligt de gjorda förutsättningarna är 3·85 %.

Låter man i stället räntan sjunka, till dess den efter 72 år blir 3·01 %, samt från och med följande år definitivt antaga värdet 3 %, blir ekvationen

$$\frac{ax}{1-x}+dx\frac{x-x^{55}}{(1-x)^2}+d'x^{44}\frac{x-x^{12}}{(1-x)^2}=1{,}197{,}103\,,$$

hvarur man på samma sätt som förut finner, att medelräntefoten för utredningen i detta fall är 3·59 %.

Såsom ofvan framhållits, äro de nu härledda värdena för medelräntefoten giltiga, om man ser saken uteslutande ur kassans synpunkt. Vill man däremot beräkna den vederbörliga medelräntefoten med hänsyn till den nuvarande generationen af delägare, har man att använda formeln (4).

Då emellertid härledningen af de successiva värdena för u_t skulle hafva medfört större räknearbete, än som på detta speciella exempel lämpligen bort nedläggas, har jag sökt förenkla räkningen på följande sätt. Då folkskollärarnes genomsnittsålder vid inträde i tjänst är omkring 25 år, och då återstående medellifslängden vid denna ålder är ungefär 40 år, antager jag att en lärare i medeltal lefver i 40 år, samt under hela denna tid kvarstår i tjänst. Bland dem, som aflida, äro några ogifta, andra enklingar med eller utan pensionsberättigade barn, men flertalet gifta; bland dessa senare åter äger en del inga pensionsberättigade barn, under det en del har sådana. Jag antager nu, att i genomsnitt en lärare, då han vid 65 års ålder aflider, efterlämnar enka men inga pensionsberättigade barn, hvarjemte jag låter enkan vara 3 år yngre än mannen, således vid dennes död 62 år gammal. Och eftersom slutligen den återstående

medellifslängden vid 62 års ålder är ungefär 15 år, antager jag, att enkan uppbär pension i 15 år. Låter man nu p vara pensionsbeloppet och y den däremot svarande afgiften, blir tydligen

$$y\left(\frac{1}{1+r_0}+\frac{1}{(1+r_0)(1+r_1)}+\ldots+\frac{1}{(1+r_0)(1+r_1)\ldots(1+r_{39})}\right)$$
$$=p\left(\frac{1}{(1+r_0)(1+r_1)\ldots(1+r_{40})}+\ldots+\frac{1}{(1+r_0)(1+r_1)\ldots(1+r_{54})}\right);$$

insätter man här $r_0=0{\cdot}0445$, $r_1=0{\cdot}0443$, ..., $r_{54}=0{\cdot}0337$, blir

$$19{\cdot}1328\, y=2{\cdot}3342\, p$$

eller

$$y=0{\cdot}122\, p.$$

Medelräntefoten för utredningen erhålles således ur ekvationen

$$0{\cdot}122\, p\left(\frac{1}{1+\varrho}+\frac{1}{(1+\varrho)^2}+\ldots+\frac{1}{(1+\varrho)^{40}}\right)$$
$$=p\left(\frac{1}{(1+\varrho)^{41}}+\ldots+\frac{1}{(1+\varrho)^{55}}\right),$$

eller efter summation af serierna och sedan några enkla reduktioner blifvit utförda:

$$(1+\varrho)^{-55}-1{\cdot}122\,(1+\varrho)^{-40}+0{\cdot}122=0.$$

Genom successiva approximationer erhålles härur

$$\varrho=0{\cdot}0387,$$

hvilket tal således tillnärmelsevis representerar den medelräntefot för utredningen, som under de gjorda förutsättningarna bort väljas, om man velat taga hänsyn till den nuvarande generationen af delägare. Det förtjänar anmärkas, att detta värde för räntefoten betydligt öfverstiger det, som härledts med tillhjälp af ekv. (1), för det fall att räntefoten sjunker under 3½ %, men föga skiljer sig från det värde, som erhållits ur ekv. (2). Skulle äfven i andra fall samma förhållande kunna konstateras, vore därmed på empirisk väg ådagalagdt, att om man vill taga hänsyn till den närvarande generationen af delägare, ekv. (2) bör gifva ett approximativt värde för medelräntefoten vid utredningen.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 560.)

Kjöbenhavn. *K. Danske Videnskabernes Selskab.*
Oversigt over Forhandlinger. 1894: N:o 2. 8:o.
— *Dansk meteorologisk Institut.*
Maanedsoversigt over Vejrforholdene. Aar 1894: 1—11. Fol.
Krakau. *Académie des sciences.*
Zaręczny, St., Atlas geologiczny Galicyi. Z. 3 & Tekst. 1891, 94. Fol. & 8:o.
Scriptores rerum Polonicarum. T. 15. 1894. 8:o.
Biblioteka písarzów Polskich. 29. 1894. 8:o.
Nicolai Hussoviani carmina, ed. J. Pelczar. 1894. 8:o.
Bulletin international. 1894: N:o 8. 8:o.
Stan wody na rzekach Galicyjskich . . . [De galiciska flodernas vattenstånd jemte nederbörden.] Rok 1891—92. 8:o.
— *K. K. Sternwarte.*
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1893: 1—12 & Resultate. 8:o.
Kristiania. *Videnskabs-Selskabet.*
Forhandlinger. Aar 1893: N:o 1—21 & Oversigt over Móder. 8:o.
— *Den höiere Landbrugsskole i Aas.*
Beretning. 1892/93. 8:o.
Leiden. *Sterrenwacht.*
Verslag van den staat. 1893/94. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 14: N:o 7; 15: 1. 1894. 4:o.
Berichte. » » » 1894: 1. 8:o.
Lima. *Sociedad geográfica.*
Boletin. Año 4(1894): Trim. 1. 8:o.
Liverpool. *Literary and philosophical society.*
Proceedings. Vol. 48(1893/94). 8:o.
London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 13: P. 10. 1894. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 9. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 65—66(1894): 10—12 & Suppl. 8:o.
Proceedings. Session 1894/95: N:o 142—144. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 56(1894/95): N:o 338—339. 8:o.
— *Meteorological office.*
Weekly weather report. 11(1894): 1—49, 51; Appendix 1. 4:o.
Summary of the observations made at the stations included in the Daily and Weekly weather reports. 1894: 1—9. 4:o.
Official publications. N:o 108. 1893. 4:o.
Report of the Meteorological council to the Royal society. 1893^{31}/3. 8:o.

(Forts. å sid. 589.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894. N:o 10.
Stockholm.

Observations on certain Flat-fishes.

By Dr. EINAR LÖNNBERG.

[Communicated 1894, December 12, by F. A. SMITT.]

The Swedish Royal Board of Agriculture commissioned me (June 1894) to make a study of the Scanian flounder-fishery in the waters of the Sound and Cattegat. While discharging this commission, I had the opportunity of making some observations of flat-fishes, of which a report may perhaps not be out of place.

I will begin my report with some remarks about the cross-species between the turbot (Bothus maximus) and the brill (Bothus rhombus). These seem not to be so scarce as has been hitherto supposed. During my fortnight's stay in Landscrona and a fishing-trip I undertook to Anholt I made measurements of rather over a hundred turbots and of nearly the same number of brills and observed about as many more of each species, let us say, about four hundred in all. But among these I found as many as five specimens which certainly were hybrids. That makes more than one per cent of hybrids among the total number of parent forms. All the hybrids and all the brills were caught in the Cattegat near the island of Anholt and the same was the case with very few exceptions with the specimens of turbot which were caught in the Sound.

That cross-species exist between two forms so closely related as the turbot and the brill does not seem very strange, especially as they spawn about the same time of the year and at the same place.

I found most brills in the neighbourhood of Anholt had done spawning by the early part of June; many turbots too were in the same state and the remainder had flowing roe.

The bastards are well known to the fishermen in the fishing-places round Landscrona and they call them "horungar" to indicate their illegitimate birth. The fishermen have even observed that some of these bastards resemble turbot and others brill. The colour of the fishes, and their scales are what the fishermen judge from.

For the sake of clearness I have stated in the following tables, first, the number of rays in the fins, and secondly, the respective measurements, of my five specimens (numbered 1—5).

Explanation of abbreviations: *i* = intermediate form; *i, m* = intermediate but a little nearer to Bothus maximus; *i, rh* = intermediate, but a little nearer to Bothus rhombus; *m* = within the limits of the variation of Bothus maximus and *rh* = of Bothus rhombus, all according to the table given by F. A. SMITT in his great work (Scandinavian Fishes I, p. 442).

Table 1.

	N:o 1.	*N:o 2.*	*N:o 3.*	*N:o 4.*	*N:o 5.*
Number of rays in dorsal fin . .	63 (*m*)	67 (*i*)	71 (*i, rh*)	70 (*i, rh*)	75 (*rh*)
» » » anal » . .	47 (*m*)	50 (*i, m*)	51 (*i, m*)	52 (*i, rh*)	58 (*rh*)
» » » pectoral . .	12	11 (*rh*)	eye side 13 [1]) blind » 12	11 (*rh*)	eye side 11(*rh*) blind » 12
» » » ventral » . .	6	6	6	6	6
» » » caudal » . .			2 + 13 + 2		
Total length (millimetres)	340	423	400	390	355
Length of the head (percent. of the above measurement)	27,9 (*i, m*)	27,1 (*i, m*)	26,2 (*i, rh*)	27,4 (*i*)	24,7 [2])
Greatest depth of body (» » » »)	53,5 (*i, m*)	50,8(*i, rh*)	52,5 (*i*)	51,2(*i, rh*)	52,1 (*i*)
Least depth of body (» » » »)	10,8 [3])	10,4 (*m*)	11,0 [3])	11,2 [3])	11,2 [3])
Postorbital length of head (» » » »)	16,7 (*i, m*)	17,4(*i, m*)	16,2 (*i, rh*)	16,1(*i, rh*)	14,6 [2])
Length of lower jaw of the eye side (» » » »)	14,4(*i, rh*)	14,1(*i, rh*)	14,2 (*i, rh*)	14,1(*i, rh*)	12,9 [2])
Length of lower jaw of the blind side (» » » »)	14,8 (*i*)	14,6(*i, rh*)	14,7 (*i, rh*)	14,6(*i, rh*)	13,5 [2])
Distance between anal fin, tip of snout (» » » »)	27,3(*i, rh*)	28,8(*i, rh*)	29,2 (*i*)	26,9(*i, rh*)	24,7 [2])
Length of pectoral of the eye side (» » » »)	13,2 [4])	12,0(*i, rh*)	12,0 (*i, rh*)	13,0 [4])	10,7 [5])

[1]) More than in any of the parent forms!

[2]) Unusually small head, smaller than in any of the parent forms.

[3]) Broader than in any of the parent forms.

[4]) Longer pectoral than usual.

[5]) Pectoral worn and damaged.

Of these five specimens N:o 1, N:o 2 and N:o 3 were, in regard to the integument, brill-like turbots, or Bothus maximus hybridus. The skin is furnished with densely scattered thick scales, or smooth tubercles. These are completely covered with skin and most of them show "a low and blunt protuberance behind, and with a groove running forward from this protuberance" (SMITT). These tubercles are smaller but higher in the middle of the body and above the lateral line. On the tail and at the base of the fins they are larger in area, but not so high; and more scale-like. They are also closer together, especially on the tail, so that the scales in the same horizontal rows nearly touch each other with their visible parts. On the præoperculum the scales[1]) are larger and flatter than on the operculum, where they form small blunt tubercles in N:o 3, but are fairly flat in N:o 1 and N:o 2. The scales on the blind side are in all three specimens fairly large and flat, (only very slightly raised) and are, depending upon their larger areas, closer together than on the eyeside. In N:o 3 they are if anything a little more tubercular. The scales of the vertical fins are, as a rule, thin and flat, except that the scales of the anterior row on each ray are a little convex. The colour of these three specimens, when alive, was brown tinted with olive green. The vertical fins are mottled darker, and a few fairly large but indistinct spots appear on the body; these, on specimen 2, fall for the most part into two rows, one above and one beneath, parallel to the outer contour of the body. The blind side is colourless.

The specimens N:o 4 and N:o 5 may be regarded as "turbot-like brills" or Bothus rhombus hybridus. The scales on N:o 4 are much closer together than on any of the above-mentioned specimens. The scales on the breast are quite close together, thinner and nearly cycloid. The scales of the other parts of the eyeside are larger and thicker and show more or less plainly the posterior blunt protuberance and the anterior groove. The

[1]) The "protuberance" and the "groove" are quite visible however.

scales of the blind side are close together and nearly cycloid although a little convex. On each of the rays of the dorsal and anal fins there is, strange to say,[1]) only one row of scales corresponding to the anterior row of the rays of the three above-described forms, the posterior one being missing. These scales are a little thickened, with a shallow groove on some of them. Very strange is the fact, that the scales on the operculum of this form are larger than those on the præoperculum, just the reverse of the state of things on the three former specimens. The colour of this, N:o 4 is that of the brill, grayish brown mottled darker and with numerous white spots, on body and fins.

The scales of N:o 5 nearly resemble cycloid scales. They are thin and as close together as cycloid scales, overlapping to some extent, but they are not typical cycloid scales because the hindmargin is raised and forms a slight short crest occupying about one fifth to one fourth (or one third) of the visible part of the scale. The anterior part of the visible scale is sometimes entirely unmarked, sometimes it is provided with a shallow groove that gives the scale the appearance of having a circular crest round its visible margin. The scales on the breast are smaller than the others.

The rays of the vertical fins of this form have two rows of scales. The scales in the anterior rows are thicker and provided with a groove and a crest. Of my five hybrids this specimen comes nearest to the brill as far as the smooth scaly surfaces go. The colour is that of a dark brill with numerous dark spots but no white ones.

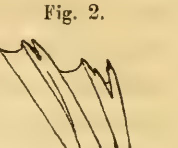
The first ray of the dorsal fin resembles almost exactly the corresponding one of a genuine turbot, as it is only indistinctly branched at the tip, where it shows three short filamentoid appendages. (Fig. 1). The second and third rays are enclosed in the skin. These three rays are all short and smaller than the immediately following ones.

Fig. 1.

[1]) As both parent-forms have two rows.

In N:o 2 the first ray of the dorsal is more deeply branched and provided with three free ends. (Fig. 2). The following rays have also two free ends, but they are short in this form as well, and not very divergent from the turbot type.

Fig. 2.



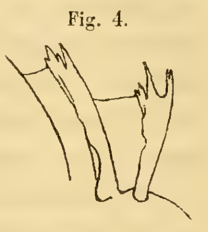
The corresponding rays of the dorsal of N:o 3 are similar to those of N:o 2 but the filaments of the second ray are more developed and the rays themselves are a little larger than in the foregoing specimen (Fig. 3).

Fig. 3.



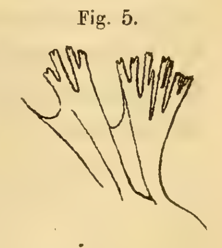
In N:o 4 the three first rays of the dorsal are still more deeply branched, they are moreover softer and not a little larger (Fig. 4). Their bases still resemble those of a turbot and even their distal ends have not yet got that broad palmated appearance of those of the brill, but at the same time they are not so closely connected by the web as those of a turbot usually are.

Fig. 4.



The first part of the dorsal of N:o 5 is nearly the same as that of a brill (Fig. 5). The first ray is divided half-way into two. These branches are themselves repeatedly branched again. Thus this first ray of the dorsal is as much branched as in a genuine brill.[1]) Its base is also quite similar to that of a brill, as it is smooth and rounded, and nearly cylindrical; moreover it is not provided with a weblike keel towards the blind side as the following 25—30 rays in this form are and the corresponding ones in the brill too, and all the anterior rays, even the very first ones in my other bastardforms, and in the turbot

Fig. 5.



[1]) It thus resembles certain algæ or a colony of Flustra in miniature, because the ends of the rays are free from the web but flattened and a little membranous at the margins.

also. The second ray is also repeatedly bifidate but not so deeply so and therefore does not get so broad. The next four rays are twice bifid, but less deeply so still. The seventh and those following are only bifid at the tip. The first rays project with their branched ends beyond the web, of the fin, as in the brill. Thus the fin-membrane only extends along the proximal half of the anterior margin of the first ray and along the proximal third of that of the second ray etc. Thus the first branched rays of the dorsal are rather loosely connected together and very movable, and form a kind of tentacular organ.

We have thus an almost complete and very interesting series, showing the development from the simple dorsal rays of the turbot to the very complicated ones of the brill. In size as well this series of the five hybrids shows an increase and development. The three first specimens (N:s 1, 2, 3) have the size of the first dorsal ray varying from 3,3—3,5 % of the total length of the body, in N:o 4 it is 4,3 % and in N:o 5 5,3 %.

The average length of the first ray of the dorsal seems to vary in the turbot from 3,1 to 3,2 % of the total length, and in the brill from 5,5 to 5,8 %. The measurements taken from the five hybrid specimens therefore give an intermediate and progressive series for the size also, of the first dorsal ray.

The curve of the lateral line, on the contrary, in these five hybrids does not show any progressive series. "The height of the abdominal curve of the lateral line, above the line from the beginning of the lateral line behind the temporal region to the beginning of the straight part", is

in N:o 1 . . . . 38 % of this line
» » 2 . . . . 27 % » » »
» » 3 . . . . 42 % » » »
» » 4 . . . . 40 % » » »
» » 5 . . . . 38 % » » ».

Thus N:o 2, which is one of turbotlike forms, has the most brill-like lateral line. N:o 3 is a turbot-like hybrid and that it

has the most turbot-like lateral line is quite natural; but that one of the brill-like specimens, N:o 4, comes next is rather strange. Of these five specimens the most turbot-like, N:o 1, and the most brill-like, N:o 5, have similar lateral lines. This shows how in hybrids the variation sometimes is entirely free.

The position of the anterior nostril points to an intermediate character in all the five specimens and also shows a progressive development throughout. In a true turbot the anterior nostril is on a line with the first ray of the dorsal, in a true brill on a line with the third ray. In N:o 1 it is on a line with the second ray or nearly so (possibly a little in front of the same), in N:o 2 on a line with the second ray, the same in N:o 3. In N:o 4 its situation is between the second and third rays; and the same in N:o 5.

A genuine turbot has at most 64, a genuine brill at least 73 rays in the dorsal fin. If we look at the above-given table we shall find that N:o 1 is above the limit of the turbot and N:o 5 below the limit of the brill; the three other ones are intermediate forms, but N:o 3 and N:o 4 approximate more to the brill.

The number of rays of the anal fin is in a typical turbot at most 47, in a brill at least 54. In this respect as well N:o 1 and N:o 5 come within the limits of the parent-forms (N:o 1 — turbot; N:o 5 — brill), and the other ones are intermediate, but N:o 2 and N:o 3 are nearer to the turbot, N:o 4 to the brill, just as their exterior appearance indicates.

About the other fin-formulæ there is not much to say, except that N:o 3 and N:o 5 have a different number of rays in the pectoral of the blind side and eye-side. In N:o 3 the pectoral of the eye-side has 13 rays, thus one more than in any of the parent-forms.

If we now look at the table of measurements, it will give us some interesting points of view. The percentages given are mostly intermediate between those of the parent-forms. But

there are some peculiar exceptions, for instance, the tail seems to be broader than in the parent-forms. N:o 1 is nearer the turbot by reason of its large head and its great depth of body. N:o 2 also has a large turbot-like head. The other ones although intermediate are a little nearer the brill in this respect too. N:o 5 has got such a small head that it must almost be regarded as anomalous in that respect. In regard to the development of the jaws all these hybrids (even N:o 1 and 2) are nearer to the small-mouthed brill, hence we can note a definite tendency in this matter.

The measurement giving the distance between the anal fin and the tip of the snout in these five hybrids approaches that of the brill more nearly than that of the turbot.

With regard to the development or non-development of the genital organs, these five hybrids offer some facts of interest; for the question whether they are fertile or not, is a natural and inevitable one. N:o 1 is a male with well developed testicles. N:o 2 is a female with a large ovary sac. Its posterior tip on the blind side lies 145 mm. from the genital opening, about 70 mm. of this length being situated in the secondary abdominal cavity. Although so large the ovary seems empty and flabby and it is very probable that this specimen has just finished spawning. N:o 3 and N:o 4 have no visible trace of genital organs or secondary abdominal cavity. N:o 5 is a male with well developed testes. The two most essentially intermediate forms are thus quite sterile.[1]) Whether the two hybrid specimens, which most resemble the turbot and the one most similar to the brill really are fertile can of course not be quite definitely decided. It seems quite probable that they produce eggs and sperm, but the question is not thereby solved, for the main thing is to find out whether these genital elements are adapted for fertilization and development and that cannot be ascertained without experiments. It is of in-

[1]) This sterility can of course only be explained by hybridity and thus it proves that hybridity is really present here.

terest however to remark that the specimens that approach in their external characteristics nearer to either of the parent-forms than the others are more developed in regard to their genital organs. — On the other hand it seems strange that all these intermediate forms, although intermediate, come a little nearer to the physically weaker brill. The contrary might have been expected, for hybrids are often more strongly developed in their vegetative system; but this is not the case here. These are all rather small-mouthed and small-headed, — N:o 5 very much so. That they however, have a good appetite is evident from the fact that in the stomach of N:o 4 I found a Gadus measuring, without head, 12 cm. and in N:o 2 a herring measuring, without caudal, 12 cm. Some of these hybrids also had Bothriocephalus punctatus in their intestine. This tapeworm is a parasite belonging to Cottus scorpius, Lophius piscatorius, the turbot etc.; all of which are distinctly fishes of prey, but it is not very often found in the brill.[1]) Its presence in the intestines of these hybrids shows them to be rather voracious.

Very much has been written by various Authors[2]) on the forms intermediate between the plaice and the flounder and different opinions have been expressed on their nature as to whether they are hybrids or only converging varieties. I suppose in reality both of these classes of forms exist. One specimen the measurements of which I have given (tab. 2) I suppose to be a cross-species between the plaice and the flounder and I propose here to give my reasons for this opinion. If it was a variety only, it ought to be in all characteristics more similar to one and the same species, even if some characteristics were intermediate between those of the typical main-form and of some related form, but no characteristics ought to come within the limits of a second species. A hybrid, on the contrary, unites characteristics from both parent-forms and has intermediate characteristics as well. This form shows even in its external

[1]) I have found it in one brill among seven.

[2]) GOTTSCHE, NILSSON, MÖBIUS & HEINCKE, SMITT a. o.

appearance several characteristics both of the plaice and of the flounder. It has the frontal ridge quite conspicuous but the anterior part of it is exactly similar to that of the flounder; it is sharp or rough with numerous small tubercles. The posterior part is in the plaice divided into larger protuberances, in this specimen two, corresponding to the two hindmost ones of the plaice. The head on the eyeside is rough with strongly "ciliated" scales and small spinous warts which are smaller than in the flounder but are rather closer together. The coloured side has nearly all the scales of the caudal peduncle strongly ciliated; near the lateral line too, very many ciliated scales are scattered all along this side. Even along the base of the dorsal and anal fin we see the spinous warts, which are characteristic for the flounder, but they are smaller in this form. On the blind side we find ciliated scales only on the breast, but the scales round the lateral line are enlarged and are closer together so that they are a little imbricated; thus they do not feel so smooth.

The colour of this specimen is exactly that of the flounder, without red or yellow spots. The blind side has a few small brown spots scattered on its surface, also reminding more of the flounder. The flounder has, namely, very often, or in most cases, just such small brown spots on the blind side, but if the plaice is coloured at all on the blind side, there is usually a large region of the body, beginning from the tail or from the head, that is coloured. The outer appearance of this form thus nearly approaches that of a flounder. The number (74) of rays in the dorsal fin on the contrary, is so large that it nearly equals the maximum number (76) of rays in the dorsal of the plaice, and far exceeds the same of the flounder (62). The number of rays in the anal fin however is for this form only 49, — thus lower than the minimum for the plaice (52, normally 55), but higher than the maximum for the flounder (42) therefore it is intermediate in character. The relative measurements taken from the above given table show some interesting facts if they be

compared with the corresponding average relative measurements of the plaice and the flounder. [1]) The length of head is rather more than the average in the plaice. The depth of body is less than in both parent-forms, and comes nearest to Pleuronectes cicatricosus. The minimum depth of body is a little larger than the average for the plaice, but within the limits of its variations. Postorbital length of head is the same as in the plaice. The distance between the anal fin and the tip of the snout points to an intermediate character, quite remote from both parent forms, but not so very different from that of Pleuronectes cicatricosus. The middle rays of the caudal fin are long as in the plaice, but the ventral and pectoral fins of this specimen resemble much more those of the flounder.

The specimen above described is a female with large and well developed ovary.

As the plaice and the flounder are spawning at about the same time and in the same localities, there is nothing, in reference to time and place, to render the production of hybrids impossible nor, considering how closely related they are to each other, does it seem astonishing at all that such bastards are produced. The fishermen even have observed them and actually given them the name of bastards.

Plaice often varies in colour, as has been many times pointed out by various authors. Specimens with their blindside partially or wholly coloured and others with more or less of the eyeside white are by no means very scarce in Cattegat. I have seen several such varieties and I observed that in such cases it usually was the hindpart of the body that had got the unusual colouring or that was colourless.

A specimen of plaice caught off the shores of Bohuslän 1891 and now preserved in the University zoological Museum at Upsala is almost wholly coloured with the exceptions of: the head and the pectoral and the region above the pectoral on the blind side. But it is anomalous in another respect, as well,

[1]) Conf. SMITT l. c. p. 407.

for it is rachitic. The spine just behind the skull has probably been broken or damaged while at a juvenile stage. The result of this has been an upward curve of the spine and the vertebræ in consequence are shorter but thicker. This curve of the spine has even had an influence upon the exterior of the body. It is thicker than ordinarily and the anterior curve or profile of the back has got steeper. Whether this deformity of the spine has any connection with the colouring of the blind side is of course not easy to say, but I suppose that such is the case as the deposition of pigment depends, to a certain extent, upon the sensibility of the nerves [1]) especially in the flounders. That part of the body, which gets innerved from the medulla behind the rachitic portion is darkly coloured with pigment.

In the middle of June when I was about to leave Landscrona I obtained a very peculiar flounder the measurements of which are given in table 3. It was caught off Anholt and was unknown to me as regards both colour and shape etc. Its colour was a kind of undefined bluish brownish gray and quite even, without any spots. Thus it was easily seen and I picked it out from among several hundred plaice. When I asked the fishermen whether they had seen a fish of that kind before, they declared they had not; someone however expressed it as his opinion that the fish was "a cross between a plaice and some other flounder possibly a dab or a pole, he could not say which." I quote this opinion as it was not very unlike my own when I first saw the fish in question, for I did not think of the dab as being likely, but of the pole (Pleuronectes cynoglossus) and I will give my reasons. The form under consideration is very closely related to the plaice and that that species must be counted among its parent forms is quite certain. This may be seen in many characteristics; among others worthy of mention is the presence of

[1]) An example of such an occurrence is afforded by the case of a pike, whose upper jaw got broken and bent upwards, its tongue and mouth (which is ordinarily colourless) as far as the accident had exposed them to the light, were coated with pigment. The specimen spoken of was captured in Upland and is now preserved in the Upsala Museum.

a frontal ridge divided into five tubercles as in the plaice; the shapes of the head, eyes and mouth are also the same as in the plaice as well as the number of rays of dorsal and anal fins. But it differs from the plaice in the smallness of its head, the less depth of its body, the shorter distance between its anal fin and the tip of its snout, in its pectoral fin being smaller and its scales larger. The last characteristic obviously reminds us of some other species of flounders and therefore I will make a short comparison between them and this form. If we then begin with the dab (Pleuronectes limanda) we shall find that some characteristics of the specimen we are considering resemble those of the dab, for instance the relative length of head and depth of body, but other measurements are very different. The most important characteristic, however, is the form of the lateral line. In the dab it is strongly curved, in the plaice less so,[1]) but yet it is curved. In this variety, on the contrary, it is almost perfectly straight. Of course its anterior part is turned a little upwards, it does not however become arcuated. Thus this aberrant specimen can not be a cross between two forms with curved lateral lines. As the dab and the plaice do not spawn at the same time, the hybridisation between them is still more unlikely, not to say impossible. The dab spawns in the vicinity of Anholt in the Cattegat in May and the first part of June;[2]) thus at the time of my visit in the middle of June most specimens of this kind were very meagre and thin, since their spawning season was over; the plaice on the contrary, were at that time about as fat as possible.

If the form in question is a cross between the plaice and some other Scandinavian flounderfish, one would expect the latter to have larger scales and a straighter lateral line than the plaice. These two conditions are to be found fulfilled in the case of Drepanopsetta platessoides and Pleuronectes cynoglossus.

---

[1]) The plaice is rather variable in this respect.

[2]) On the 12th of June I obtained one specimen with roe; all the others — a very vast number — were already empty.

The first of these however cannot by any means be one of the parent forms of this specimen, as the difference in the size and shape of mouth is so great. In the above described form the mouth is rather smaller than in a normal plaice and thus it cannot have originated from Drepanopsetta platessoides. This comes out quite clearly from the measurements giving the relative length of the branch of lower jaw of the blind side, which is 7,4 in this form, but is about 12,0 or still more in Drepanopsetta platessoides. But many other characteristics also show plainly that there is no relationship between them. It only remains thus for us to make a comparison between this form and Pleuronectes cynoglossus (cf. Table 4). If we, to this end, compare the relative measurements of the pole, the above described aberrant specimen and the plaice we get the following interesting table:

	Pleuronectes cynoglossus.	The aberrant form.	Pleuronectes platessa.
Length of head . . (percentage of total length)	15,0 (17) [1]	20,2	23,0 [1]
Greatest depth of body » » » »	32,8	38,8	40,8 [1]
Least » » » » » » »	6,3 (7) [1]	7,8	7,9 [1]
Postorbital length of head » » » »	8,4	14,0	15,5 [1]
Length of branch of lower jaw on the blind side (percentage of total length)	5,2	7,4	8,2 [1]
Distance between the anal fin and tip of snout (percentage of total length)	21,5 (24) [1]	28,9	30,6 [1]
Length of the pectoral fin of the eye side (percentage of total length)	9,4	8,6	10,1 [1]
» » » ventral fin of the eye side (percentage of total length)	6,0	8,0	8,1 [1]
» » » middle rays of the caudal fin (percentage of total length)	17,6	18,1	18,6 [1]
Number of rays of the dorsal fin	100(—112) [1]	74	63—76 [1]
» » » » anal »	85(—100) [1]	56	52—57 [1]

As is apparent, most of these measurements are to a greater or less extent intermediate, some being more closely related to

[1]) According to Smitt.

the plaice. The exceedingly small size of the pectoral fin in the intermediate form ought to be observed, as it is smaller than in any of the other Scandinavian flounders and thus must be regarded as anomalous.[1]) Of other measurements there is none that speaks against hybridisation having possibly taken place, but if it has done so the product has been more similar to the plaice. This is, above all, the case with regard to the shape of the head, and the eyes (herein lies also its great variation from Pl. cynoglossus, in regard to the postorbital length). The eyes of Pleuronectes cynoglossus are very much larger but less prominent than in the intermediate form and the plaice. For instance, the length of the eye is contained but $3^1/_2$ times in the length of head in Pleuronectes cynoglossus, but about 6 times in the intermediate form and the plaice. The lips are very thick in the two latter ones, but rather thin in Pleuronectes cynoglossus, the nostrils of the eyeside are situated in a groove between the eyes and snout. In the plaice and the intermediate form no such groove is to be seen. The scales of the intermediate form are very much larger than in a true plaice and they are more regularly arranged in rows, but they are not imbricated as in the pole. The number of rays of dorsal and anal fins in the intermediate form is not larger than it can be, and usually is, in a plaice, a fact which strongly speaks against its being a bastard, having the pole as one of its parent forms. Taking all things into account it does not seem possible that this form is a cross between the plaice and the pole, but anyhow, it is a most striking and highly interesting variety. The smaller size of the head and the smaller depth of the body are both juvenile characteristics, as is also the smaller mouth. The larger scales may probably also be regarded as an atavistic characteristic and thus, all taken together, we may possibly regard this form as a product of atavism, and then, at the same time, its resemblance to other forms would be explained.

---

[1]) Its shape resembles more that of the plaice than that of the pole as it is rather rounded and not pointed.

A variety of the plaice mentioned so long ago as by GOTTSCHE and later authors since, is the one called by the fishermen "hansing" or "hansaspätta". The specimens of this are all very large with big heads upon which the frontal ridge and the five tubercles are obsolete. The anal spine is also very often nearly obsolete. All the specimens, I have seen, were females.

The plaice is a very sluggish fish and when caught in the nets it does not make exertions to free itself. As soon as it feels in the least caught it remains in the nets and very often the meshes are only loosely fastened behind the protruding eyes. The plaice remains passive however although only a very slight movement would set it free, and when it is being dragged out of the water, it only falls back thanks to its weight, supposing it is not well fastened. When it is caught and thrown on the dry deck it sometimes wriggles violently for a little while, and is then very strong, but often it lies perfectly quiet even there. In contrast to the sluggish plaice, the small dab is a very lively little fish and even the smallest of that kind, if caught in a net, tangles the same and winds it together in the most fearful manner. But in most cases it kills itself in that way. The easiest to keep alive of the more important flatfishes in Cattegat are the plaice and the turbot. The brill is not so easy and Pleuronectes microcephalus can hardly be carried alive from the fishinggrounds near Anholt to the marketplaces on the shores of the Sound. The sole is very tenacious of life, but when kept in the cauf of the fishing-vessel it is apt to crawl into corners and cracks where it gets stuck and thus gets killed.

By measuring a great number of different flatfishes and dissecting them I tried to find out the size at which they are ready for spawning.[2]) I found, then, that the males are mature at a smaller size than the females. — The male brill is perfectly mature at a total length of 32—30 cm. The turbot is still

---

[1]) Arch. f. Naturgesch., Bd. I, Berlin 1835.

[2]) I have written on this subject before in: Svensk Fiskeritidskr., Årg. 3, häft. 3, Sthlm 1894.

earlier mature. At Anholt I saw male turbots with flowing milk although they only measured 29—30 cm., and a male specimen of 23 cm. seemed nearly mature. In the Sound they seem to be still earlier developed and I saw there females of 29 and 34 cm. length that were perfectly mature. The sole is mature at a length of 30 cm. (or less?) as even the female at that size has the ovaries fully developed.

As the conditions of life in the sea are about the same for all individuals of the same fishspecies, there is at least a probability that fish of the same age are about of the same size. I therefore measured a good many flatfishes and, by tabulating my results, I tried, if possible, to find out the size at different ages and from that the average growth per annum.[1]) Measuring brills I found more specimens grouping themselves round the sizes 32, 37, 44, 50 and 55 cm. than round the others. It is possible then, that these numbers represent the size of different consecutive ages. The growth per annum would thus be 5—7 cm. From the size of 32 back to 25 means probably one year, and thus by deduction the age of a 25 cm. brill might be estimated at about 4 years. The brills would then be mature at an age of 5 years. For the turbot, these figures are not so easily obtained. The age-groups can not be seen so plainly. It may be possible however that a length of 33 cm. represents one group, 36—37—38 represent than probably the next, 41 the following and so on. The average growth per annum would, if such were the case, be 3 or 4 cm. This is not much, but as the turbot is broader and thicker, it is certainly as much increase in size and weight as in the brill. On the other hand the turbot becomes mature at a smaller size, as has been already mentioned. The table giving the measurements for the sole does not so evidently show the age-groups either. I obtained however more measuring about 28, 32, 35, 37, 40—42 and 46 than of the sizes between.

---

[1]) C. J. PETERSEN was the first to achieve this with good results on other kinds of fish (Zoarces etc.). *For freshwater fish the system cannot be used.*

The annual growth would then be about 3—4 cm. in this species also. Of course I do not venture to assert that the above-given result of my measurements is perfectly correct, but it seems at least very probable and I do not understand why the sizes of the fishes should be so regularly grouped, if it does not depend upon equal difference in age. At the same time it must be observed that all measurements given are of fishes caught, at about the same time and nearly in the same place, off Anholt, and that the statements only concern them.

The largest brill I saw there measured 69 cm., the largest plaice 70 cm. and the largest sole 47 cm.

Table 2.

Hybrid (plaice and flounder).

Length of body expressed in millimetres		495
Length of head	(percentage of the total length)	23,2
Greatest depth of body	» » » » »	39,3
Least » » »	» » » » »	8,0
Postorbital length of head	» » » » »	15,5
Distance between anal fin and tip of snout	» » » » »	33,9
Length of pectoral fin of the eye side	» » » » »	11,3
» » » » » » blind »	» » » » »	9,6
» » ventral » » » eye »	» » » » »	7,8
» » middle rays of caudal fin	» » » » »	18,3
Number of rays in the dorsal fin		74
» » » » » anal »		49

Table 3.

Aberrant variety of the plaice.

Total length of body expressed in millimetres		335
Length of head	(percent. of the total length)	20,2
Greatest depth of body	» » » » »	38,8
Least » » »	» » » » »	7,8
Postorbital length of head	» » » » »	14,0
Length of branch of lower jaw on the blind side	» » » » »	7,4
Distance between the anal fin and tip of snout	» » » » »	28,9
Length of the pectoral fin of the eye side	» » » » »	8,6
» » » ventral » » » » »	» » » » »	8,0
» » » middle rays of the caudal	» » » » »	18,1
Number of rays in the dorsal fin		74
» » » » » anal »		56

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 570.)

London. *R. Meteorological society.*
Quarterly journal. Vol. 19(1893): N:o 87—88; 20(1894): 90—92. 8:o.
Meteorological record. Vol. 13(1893): N:o 49, 51—52; 14(1894): 53. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 93—94 & App. 3; 1895: App. 1. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 26(1894): N:o 9—10. 8:o.
Madras. *Government observatory.*
Results of the meteorological observations made during the years 1861—90. 1892. 4:o.
Magdeburg. *Wetterwarte der Magdeburgischen Zeitung.*
Jahrbuch. Bd 12(1893). 4:o.
Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de la compañia de Jesús.*
Observaciones. 1892: 1, 12; 1893: 7—10; 1894: 1. Fol.
Mexico. *Sociedad científica »Antonio Alzate».*
Memorias y revista. T. 7(1893/94): N:o 11—12. 8:o.
— *Observatorio meteorológico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 3 (1893/94): N:o 12; 4(1894/95): 1—2. 8:o.
Boletín mensual. T. 3(1890): N:o 5. 4:o.
Middelburg. *Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen.*
Archief. D. 7: St. 4. 1894. 8:o.
Mierfield. *Yorkshire geological and polytechnic society.*
Proceedings. N. S. Vol. 12: P. 4. 8:o.
Montevideo. *Observatorio meteorológico del Colegio Pío de Villa Colón.*
Boletín mensual. Año 4(1893/94): N. 1—10. 8:o.
— *Museo nacional.*
Anales. 2. 1894. 8:o.
— *Sociedad meteorológica Uruguaya.*
Revista mensual de meteorología práctica. T. 2(1893): N. 1—4. 8:o.
Moscou. *Société imp. des naturalistes.*
Bulletin. 1894: N:o 2. 8:o.
Mount Hamilton. *Lick observatory.*
Publications. Vol. 3(1894). 4:o.
München. *K. Meteorologische Centralstation.*
Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreiche Bayern. Jahrg. 14(1892): H. 5; 15(1893): 1—4; 16(1894):
Übersicht der Witterungsverhältnisse im Königreiche Bayern. Jahr 1893: 1—12. Fol.

Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (2) Vol. 8(1894): Fasc. 8—10. 4:o.
Newcastle-upon-Tyne. *Natural history society of Northumberland, Durham . . .*
Natural history transactions. Vol. 11: P. 2. 1894. 8:o.
New York. *Academy of Sciences.*
Transactions. Vol. 13(1893/94). 8:o.
— *U. S. Meteorological observatory of the Dep. of public parks.*
Report. Vol. 48(1893). 4:o.
Nizza. *Société de médecine et de climatologie médicale.*
Nice-médicale. Année 18(1893/94): N:o 1—12. 8:o.
Odessa. *Meteorologisches Observatorium der Neurussischen Universität.*
Метеорологическое обозрѣніе. Труды... — Revue metéorologique. Travaux du réseau météorologique du sud-ouest de la Russie par A. Klossovsky. Vol. 6(1893). 4:o.
O'-Gyalla. *Meteorologisch-magnetisches Central-Observatorium.*
Beobachtungen. 1893: 4—12; 1894: 1—10. 8:o.
Ottawa. *Field-naturalists' club.*
The Ottawa naturalist. Vol. 8(1894/95): N:o 5, 7—8. 8:o.
Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 8(1894): Fasc. 6. 8:o.
Paris. *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 24(1893/94): N:o 288; 25 (1894/95): 289—290. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 15(1894): Trim. 2. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 15—16. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Mémoires. Paléontologie. T. 3: Fasc. 4. 1893. 4:o.
— *Société météorologique de France.*
Annuaire. 41(1893): 1—12; 42(1894): 1—9. 8:o.
— *Observatoire municipal de Montsouris.*
Annuaire. Année 1895. 12:o.
Philadelphia. *Academy of natural sciences.*
Proceedings. 1894: 2. 8:o.
— *American philosophical society.*
Proceedings. Vol. 33(1894): N:o 145. 8:o.
Plymouth. *Marine biological association.*
Journal. N. S. Vol. 3: N:o 3. 1894. 8:o.
Potsdam. *K. Geodätisches Institut.*
Feier des hundertjährigen Geburtstages des verewigten Generallieutenants Dr. J. J. Baeyer. 1894. 4:o.
Puebla. *Observatorio meteorológico del colegio del estado.*
Resumen de observaciones. 1893: 1—3. Fol.
Riposto. *Osservatorio meteorologico.*
Bollettino mensile. Anno 19(1893): N:o 1—12. 4:o.
Roma. *Reale accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1894): P. 2: 4—9. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 3(1894): Fasc. 7—9. 8:o.

Roma. *Reale accademia dei Lincei.*
Rendiconti. Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 3(1894): Sem. 2: Fasc. 5—9. 4:o.
— *Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.*
Atti. Anno 47(1893/94): Sess. 3. 4:o.
— *Ufficio centrale di meteorologia e di geodynamico.*
Bollettino meteorico giornaliero. Anno 15(1893): N:o 71, 86, 96, 139, 209, 265, 308, 344. 4:o.
Annali. (2) Vol. 12(1890): P. 1; 14(1892): 1; 15(1893): 1. 4:o.
San Fernando. *Instituto y observatorio de marina.*
Anales. Secc. 2. Observaciones meteorológicas y magnéticas. Año 1892. 4:o.
St. Pétersbourg. *Académie Imp. des sciences.*
Bulletin. (4) 3: N:o 4; 4: N:o 1—2. 1893—94. 4:o.
— *Kejserl. universitetet.*
Chimičeskaja laboratorija. 1894. 8:o.
Obozrěnie prepodavanija nauk. 1894/95. 8:o.
— *Physikalisches Centralobservatorium.*
Ežeměsjačnyj meteorologičeskij bjulleten dlja Evropejskoj Rossii. 1893: N:o 1—12; 1894: 1—10. 4:o.
San Paulo. *Commissão geographica e geologica.*
Dados climatologicos. 1890—92. 8:o.
San Salvador. *Observatorio astronómico y meteorológico.*
Observaciones meteorologicos. 1892: 10—12 & Resumen anual. 8:o.
Santiago. *Société scientifique du Chili.*
Actes. T. 2(1892): Livr. 4; 3(1893): 4—5; 4(1894): 2—3. 8:o.
Sophia. *Station météorologique.*
Buletin. 1892: 1—12; 1893: 1—12. Fol.
Sydney. *Government of New South Wales.*
THRELKELD, L. E., An Australian language as spoken by the Awabakal. 1892. 8:o.
Tacubaya. *Observatorio astronómico nacional.*
Anuario. Año 15(1895). 12:o.
Boletín. T. 1: N. 16—19. 1893—94. 4:o.
Tokyo. *Imperial university, College of science.*
Journal. Vol. 8: P. 1. 1894. 4:o.
Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Memorie. (2) T. 44. 1894. 4:o.
— *Società meteorologica Italiana.*
Bollettino mensuale. (2) Vol. 13(1892/93): N:o 1—10; 14(1894): 1—11. 4:o.
Tromsö. *Museum.*
Aarshefter. 16. 1894. 8:o.
Aarsberetning for 1892. 8:o.
Utrecht. *K. Nederlandsch meteorologisch Instituut.*
Onweders in Nederland. D. 14(1893). 8:o.
Washington. *Smithsonian institution.*
Annual report. 1891/92. 8:o.

Washington. *Bureau of ethnology.*
Annual report. 10(1888/89). 4:o.
PILLING, J. C., Bibliography of the Wakashan languages. 1894. 8:o.
THOMAS, C., The Maya year. 1894. 8:o.
POLLARD, G., The Pamunkey Indians of Virginia. 1894. 8:o.
— *U. S. Naval observatory.*
Observations. Year 1888: App. 2; 1889 & Appendix 1. 4:o.
Meteorological observations and results. Year 1888—89. 4:o.
— *U. S. Weather Bureau.*
Twodaily [American] weather maps. 8 A.M., 8 P.M. Year
Monthly [American] weather review. Year 1893: 1—12; 1894: 1—8. 4:o.
Report of the chief. 1893. 8:o.
Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Mittheilungen aus dem Vaticanischen Archive. Bd 2. 1894. 8:o.
— *K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*
Jahrbücher. Bd 37(1892). 4:o.
— *Naturwissenschaftlicher Verein an der Universität.*
Mittheilungen. 2(1893/94). 8:o.
— *Österreichische Gradmessungs-Commission.*
Verhandlungen. Protokoll über die am 11. u. 12. April 1894 abgehaltenen Sitzungen. 1894. 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 28: Nr 2—5. 1894. 8:o.
Sitzungsberichte. Jahrg. 1894: N:o 5—7. 8:o.

Af utgifvarne:
Acta mathematica, hrsg. von G. MITTAG-LEFFLER. 18: 4. 1894. 4:o.
Svenska jägareförbundets nya tidskrift. Årg. 32(1894): H. 4. 8:o.
Jemförelse af legender på Portolaner [af A. E. NORDENSKIÖLD]. Sthlm 1894. 4:o.

Af Professor A. G. Nathorst:
RAMOND, G., & DOLLFUS, G., Géologie du Spitzberg à propos de la mission de »la Manche». Paris 1894. 8:o.

Af författarne:
HENNING, E., Några ord om olika predisposition för rost å säd. Sthlm 1894. 8:o.
LAGERHEIM, G., Über Uredineen mit variablem Pleomorphismus . . . . Tromsö 1894. 8:o.
— 4 småskrifter.
LJUNGMAN, A. V., Särskild lagstiftning för hafsfisket vid rikets vestkust. 1—2. Göteb. 1892—94. 8:o.
MALMBERG, F. S., Iakttagelser öfver Mälarens vattenstånd. Sthlm 1894. 8:o.
MALM, A. H., Berättelse öfver Göteborgs och Bohus läns hafsfisken 1893—94. Göteb. 1894. 8:o.
NILSSON, L. F., Torfmullens värde såsom medel för renhållning och desinfektion. Sthlm 1894. 8:o.

van Berber, W. J., Häufigkeit und Tiefe der barometrischen Minima sowie Bahnen der Maxima und stationäre Maxima in dem Zeitraum vom Winter 1883/84 bis Ende Herbst 1887. Hamb. 1894. 8:o.

Denza, F., La siccità nella primavera del 1893. Roma 1893. 4:o.

— 4 småskrifter.

Dines, W. H., Anemometer comparisons. Lond. 1892. 8:o.

Donner, A., Détermination des constantes nécessaires pour la réduction des clichés pris à Helsingfors pour la construction du catalogue photographique des étoiles jusqu'à la 11e grandeur. Hfors 1894. 4:o.

— 2 småskrifter.

Heinrichs, A., Snö- och isförhållandena i Finland år 1891. Hfors 1893. 8:o.

— Marche des cirrus à Helsingfors pour 1891 et 1892. Hfors 1893. 4:o.

Helmert, Bemerkungen zu der Schrift: »Die Erforschung des Intensität der Schwere». 1894. 12:o.

Hinrichs, G. D., The true atomic weights of the chemical elements and the unity of matter. St. Louis 1894. 8:o.

Jäger, G., Wetter und Mond. Stuttg. 1894. 8:o.

Klossovsky, A., Le climat d'Odessa. Odessa 1893. 4:o.

von Köllicker, A., Über die feinere Anatomie und die physiologische Bedeutung des sympathischen Nervensystems. Wien 1894. 8:o.

Lang, C., Ein Gang durch eine meteorologische Centralstation. München 1893. 4:o.

Levasseur, E., L'agriculture aux États-Unis. Paris 1894. 8:o.

— L'instruction primaire aux États-Unis. Paris 1894. 8:o.

— La question des sources du Mississipi. Paris 1894. 8:o.

— Le salaire aux États-Unis. Paris 1894. 4:o.

Merino, B., Estudio sobre las borrascas en la costa occidental de Galicia. Tuy 1893. 8:o.

Mohorovičič, A., Der Tornado bei Novska. Agram 1894. 8:o.

Palmieri, L., Continuazione degli studii della corrente tellurica . . . . Napoli 1893. 4:o.

Plateau, F., Observations et expériences sur les moyens de protection de l'Abraxas grossulariata L. Paris 1894. 8:o.

— 1 småskrift.

Posselt, H. J., Brachiopoderne i den danske Kridtformation. Khvn 1894. 8:o.

Riefler, S., Die Präcisions-Uhren mit vollkommen freiem Echappement und neuem Quecksilber-Compensationspendel. München 1894. 8:o.

Russell, H. C., Moving anticyclones in the Southern hemisphere. Lond. 1893. 8:o.

— 3 småskrifter.

Schiötz, O. E., Resultate der im Sommer 1893 in dem nördlichsten Theile Norwegens ausgeführten Pendelbeobachtungen. Kra 1894. 8:o.

SCHNEIDER, J. SPARRE, Sydvarangers entomologiske fauna. 1. Tromsö 1894. 8:o.

— Nogle bemærkninger om hysens (Gadus æglefinus, LIN.) næringsforholde . . . Tromsö 1894. 8:o.

SCHREIBER, P., 6 meteorologiska småskrifter.

SCOTT, R. H., Fogs reported with strong winds during the 15 years 1876—90 in the British isles.

STRACHEY, R., Harmonic analysis of hourly observations of air temperature and pressure at British observatories. P. 1. Lond. 1893. 4;o.

WAGNER, C., Die tägliche Periode der Geschwindigkeit und Richtung des Windes in Kremsmünster. 1894. 8:o.

WOEIKOF, A., 15 meteorologiska småskrifter.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.













